

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Хагуров Т.А.

31 мая 2019 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.21 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки:	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль):	Математика, Информатика
Форма обучения:	очная
Квалификация:	бакалавр

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование.

Программу составили:

С.П. Грушевский, док-р. пед. наук, профессор \_\_\_\_\_

О.В. Засядко, доцент, канд. пед. наук, доцент кафедры \_\_\_\_\_

А.В. Бочаров, ст. преподаватель \_\_\_\_\_

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ»

утверждена на заседании

кафедры информационных образовательных технологий (ИОТ)

протокол № 12 «23» апреля 2019 г.

Заведующий кафедрой ИОТ Грушевский С.П. \_\_\_\_\_

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры (выпускающей)

информационных образовательных технологий

протокол № 12 «23» апреля 2019 г.

Заведующий кафедрой ИОТ Грушевский С.П. \_\_\_\_\_

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета

математики и компьютерных наук

протокол № 2 «24» апреля 2019 г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н. \_\_\_\_\_

Рецензенты:

Левкина Т.А., исполнительный директор Н (Ч)ОУ СОШ «КМШ»

Барсукова В.Ю., кандидат физ.-мат. наук, доцент,

зав. кафедрой функ. анализа и алгебры КубГУ

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

### **1.1 Цель дисциплины**

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки «Педагогическое образование», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### **1.2 Задачи дисциплины**

Задачами изучения дисциплины являются:

1. Формирование знаний о действительных числах и операциях с действительными числами.
2. Формирование знаний о свойствах пределов последовательностей и пределов функций.
3. Овладение методами дифференцирования функций одной и многих переменных. Формирование навыков применения дифференциального исчисления к исследованию функций и в геометрических приложениях.
4. Овладение основными методами интегрирования функций одной и многих переменных.
5. Формирование знаний о рядах.

### **1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Математический анализ» включена в блок Б.1 федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование и является обязательной дисциплиной в обязательной части в освоении математических знаний. Курс «Математический анализ» читается на 1-2 курсах: 1-4 семестры.

Место курса в профессиональной подготовке бакалавра определяется ролью математического анализа в формировании высококвалифицированного специалиста по направлению «Педагогическое образование». Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики. Математический анализ используется при изучении теории функций действительного переменного, теории функций комплексного переменного, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории уравнений математической физики, дифференциальной геометрии, вариационного исчисления, элементов функционального анализа, теории вероятностей и математической статистики.

Для успешного освоения дисциплины достаточно знаний школьного курса алгебры и геометрии.

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Процесс освоения данной дисциплины направлен на получение необходимого объёма теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и необходимых для дальнейшего успешного изучения всех дисциплин высшей математики, с формированием следующих компетенций: УК-1, ОПК-5, ОПК-8

№ п.п.	Индекс компе-	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны
--------	---------------	---------------------------------------	---

	тенции		<b>знать</b>	<b>уметь</b>	<b>владеть</b>
1.	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа	определять класс задач, для которых применим тот или иной аппарат, выбирать метод решения конкретного типа задач	аппаратом математического анализа, методами применения этого аппарата к решению задач
2.	ОПК-5	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов обучения обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
3	ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	возможности и методы развития творческих способностей и навыков организации самостоятельного развития	применять полученные математические знания для развития творческих способностей	навыками организации сотрудничества обучающихся, поддержки активности, инициативности и самостоятельности

## 2 Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 17 зачетных единиц ( 612 часов, из них – 287,2 часов аудиторной нагрузки: лекционных 136 ч., лабораторных 136 ч.; 1182 часа самостоятельной работы, 14 часов КСР). Их распределение по видам работ представлено в таблице.

Таблица 1.

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)			
			1	2	3	4
<b>Контактная работа, в том числе:</b>						
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>		<b>287,2</b>	<b>68</b>	<b>68</b>	<b>68</b>	<b>68</b>
Занятия лекционного типа		136	34	34	34	34
Лабораторные занятия		136	34	34	34	34
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		-	-	-	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>						
Контроль самостоятельной работы (КСР)		14	2	6	4	2
Промежуточная аттестация (ИКР)		1,2	0,3	0,3	0,3	0,3
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>						
Курсовая работа		-	-	-	-	-
Проработка учебного (теоретического) материала		182	38	70	36	38
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)						
Реферат						
Подготовка к текущему контролю						
<b>Контроль:</b>						
Подготовка к экзамену		142,8	35,7 (экз)	35,7 (экз)	35,7 (зач)	35,7 (экз.)
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>612</b>	<b>144</b>	<b>180</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>287,2</b>	<b>70,3</b>	<b>74,3</b>	<b>72,3</b>	<b>70,3</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>17</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>4</b>

### 2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в **первом** семестре:

Таблица 2.1

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Самостоятельная работа
			Л	ПЗ	
1	2	3	4	5	6

1	Введение в анализ	12	6	2	4
2	Предел последовательности	16	4	6	6
3	Предел функции	22	6	8	8
4	Непрерывные функции. Непрерывность элементарных функций	18	6	4	8
5	Дифференцируемые функции	20	6	8	6
6	Приложения дифференциального исчисления	18	6	6	6
<b>Итого по дисциплине:</b>		<b>106</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>38</b>

Разделы дисциплины, изучаемые во **втором** семестре:

Таблица 2.2

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Самостоятельная работа
			Л	ПЗ	
1	2	3	4	5	6
1	Приложения дифференциального исчисления	24	4	4	16
2	Неопределенный интеграл	34	8	10	16
3	Определенный интеграл	28	6	6	16
4	Несобственные интегралы.	12	4	4	4
5	Числовые ряды	22	6	6	10
6	Функциональные последовательности и ряды.	18	6	4	8
<b>Итого по дисциплине:</b>		<b>138</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>70</b>

Разделы дисциплины, изучаемые в **третьем** семестре:

Таблица 2.3

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Самостоятельная работа
			Л	ПЗ	
1	2	3	4	5	6
1	Функции нескольких переменных	48	16	16	16
2	Дифференцируемость функций нескольких переменных	26	8	8	10
3	Интегралы, зависящие от параметра	12	4	4	4
4	Кратные интегралы	18	6	6	6
<b>Итого по дисциплине:</b>		<b>104</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>36</b>

Разделы дисциплины, изучаемые в **четвертом** семестре:

Таблица 2.4

№	Количество часов
---	------------------

раз-дела	Наименование разделов	Всего	Аудиторная работа		Самостоя-тельная ра-бота
			Л	ПЗ	
1	2	3	4	5	6
1	Криволинейные и поверх-ностные интегралы	28	12	12	14
2	Элементы теории поля	34	12	12	12
3	Представление функций рядами	28	10	10	12
	<b>Итого по дисциплине:</b>	<b>106</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>38</b>
		<b>454</b>			

### 2.3 Содержание разделов дисциплины

Таблица 3

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма теку-щего контроля
1	2	3	4
1	Введение в анализ	Предмет математического анализа. Множества и операции над ними. Функции, операции над функциями. Множество действительных чисел. Ограниченные множества. Точная верхняя и нижняя грань. Арифметические операции над числами. Аксиома непрерывности.	Проверка до-машнего зада-ния, устный опрос
2	Предел последовательности	Понятие последовательности. Монотонность и ограниченность последовательности. Предел последовательности. Критерий сходимости последовательности. Предел монотонной последовательности.	Проверка до-машнего зада-ния, устный опрос
3	Предел функции	Понятие предела при $x \rightarrow a$ , $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ . Основные свойства предела. Критерии существования преде-ла. О символика. Односторонние пределы. Замеча-тельные пределы	Проверка до-машнего зада-ния, коллоквиум, контрольная работа
4	Непрерывные функции. Непрерывность элементарных функций	Непрерывность элементарных функций. Принцип вложенных отрезков. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Свойства непрерывных на замкну-том отрезке функций. Монотонные функции. Периодические функции	Проверка до-машнего зада-ния, устный опрос
5	Дифференцируемые функции	Дифференцируемость и производная. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации. Свойства дифференцируемых функций. Производные эле-ментарных функций. Производные и дифференци-алы высших порядков. Теорема Ферма, Лагранжа (следствие — теорема Ролля). Формула Тейлора.	Проверка до-машнего зада-ния,

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		Разложение элементарных функций.	
6	Приложения дифференциального исчисления	Монотонность. Локальный экстремум. Выпуклость. Неравенства.	Проверка домашнего задания, коллоквиум, контрольная работа
7	Неопределенный интеграл	Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования. Таблица интегрирования. Интегрирование элементарных функций.	Проверка домашнего задания
8	Определенный интеграл	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства интеграла. Приближенное вычисление интегралов. Приложения интеграла. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Интегральный признак сходимости числового ряда.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
9	Несобственные интегралы.	Интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Определения. Примеры. Свойства несобственных интегралов. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости. Главное значение несобственного интеграла	Проверка домашнего задания, самостоятельная работа
10	Числовые ряды	Критерий сходимости, признак сравнения. Ряды с положительными членами. Признаки Коши и Даламбера. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.	Проверка домашнего задания, самостоятельная работа
11	Функциональные последовательности и ряды.	Пространство $C[a;b]$ . Равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости. Непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Интегрируемость и дифференцируемость предельной функции. Функциональный ряд и область его сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.	Проверка домашнего задания
12	Функции нескольких переменных	Линейное пространство $R^n$ . Скалярное произведение, норма, сходимость. Отображения $R^n$ в $R^m$ . Пределы функций в $R^n$ . Непрерывные функции, свойства. Пространство непрерывных функций.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
13	Дифференцируемость функций нескольких переменных	Дифференцируемость $f: R^n \rightarrow R^m$ . Случай $m=1$ , и $n=1$ . Частные производные. Связь дифференцируемости с частными производными. Свойства дифференцируемости. Формула конечных приращений. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных. Формула Тейлора для $f: R \rightarrow R^n$ и $f: R^n \rightarrow R$ . Неявные функции. Экстремум $f: R^n \rightarrow R$ . Понятие об услов-	Проверка домашнего задания, коллоквиум



№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		ном экстремуме. Метод Лагранжа.	
14	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерии. Интегрирование и дифференцирование.	Проверка домашнего задания
15	Кратные интегралы	Определение и простейшие свойства кратных интегралов. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Приложения кратных интегралов.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
16	Криволинейные и поверхностные интегралы	Кривые. Спрямолинейные кривые. Криволинейные интегралы. Определение, примеры. Связь интегралов первого и второго рода. Простейшие свойства. Понятие поверхности. Касательная и нормаль. Ориентация. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Определения, примеры, свойства.	Проверка домашнего задания, устный опрос
17	Элементы теории поля	Скалярные и векторные поля. Основные дифференциальные операторы. Интегральные теоремы. Независимость криволинейного интеграла от кривой.	Проверка домашнего задания,
18	Представление функций рядами	Степенные ряды. Определение. Радиус сходимости и формула Коши-Адамара. Операции над рядами. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема единственности. Ряд Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Равномерная сходимость. Гладкость и скорость сходимости. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывных функций. Сходимость в среднем ряда Фурье. Разложение функций в ряд Фурье.	Проверка домашнего задания, контрольная работа

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Введение в анализ	Структура теорем, необходимые и достаточные условия. Логические символы. Предмет математического анализа. Множества и операции над ними. <i>Функции</i> : отображения, образ, прообраз, график. Определение множества действительных чисел. Ограниченные множества. Точная верхняя и нижняя грань. Арифметические операции над числами. Аксиома непрерывности.	Устный опрос
2	Предел последовательности	Понятие последовательности. Предел последовательности. Критерий сходимости последовательно-	Устный опрос

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		сти. Монотонность и ограниченность последовательности. Предел монотонной последовательности. Число $\varepsilon$ . Подпоследовательности, теорема Больцано-Вейерштрасса. Частичные пределы.	
3	Предел функции	Понятие предела функции <i>при</i> $x \rightarrow a$ , $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ . Свойства: алгебраические операции, неравенства, композиция. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне. Критерии существования $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ — аналоги критериев для последовательностей. Односторонние пределы. Замечательные пределы. « $O$ » символика. Понятие об асимптотике и асимптотическом разложении.	Коллоквиум
4	Непрерывные функции. Непрерывность элементарных функций	Непрерывность элементарных функций. Принцип вложенных отрезков. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Свойства непрерывных на замкнутом отрезке функций. <i>Монотонные функции</i> . Точки разрыва, непрерывность монотонной функции. Непрерывность обратной функции.	Коллоквиум
5	Дифференцируемые функции	Дифференцируемость и производная. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации. Теоремы о производных: алгебраические операции, композиция, обратная функция. Производные элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Ферма, Лагранжа (следствие — теорема Ролля). Формула Тейлора. Разложение элементарных функций.	Коллоквиум
6	Приложения дифференциального исчисления	Монотонность. Локальный экстремум. Выпуклость. Неравенства.	Коллоквиум
7	Неопределенный интеграл	Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные методы: линейность, подстановка, по частям. Таблица интегрирования. Интегрирование элементарных функций (рациональные, тригонометрические, квазиполиномы).	Проверка домашнего задания
8	Определенный интеграл	Определенный интеграл. Интегральные суммы Римана. Суммы Дарбу. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Классы интегрируемых функций. Интегральные теоремы о среднем Приложения интеграла: геометрические, механические, определение функций Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.	Устный опрос
9	Несобственные интегралы.	Интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Определения. Примеры. Свойства несобственных интегралов. Критерий Коши.	Проверка домашнего задания

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости.	
10	Гармонические ряды	Критерий сходимости, признак сравнения. Ряды с положительными членами. Признаки Коши и Даламбера. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Интегральный признак сходимости числового ряда.	Устный опрос
11	Функциональные последовательности и ряды.	Пространство $C[a;b]$ . Равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости. Непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Интегрируемость и дифференцируемость предельной функции. Функциональный ряд и область его сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.	Проверка домашнего задания
12	Функции нескольких переменных	Линейное пространство $R^n$ . Скалярное произведение, норма, сходимость. Окрестности. Предельные точки. Открытые и замкнутые множества. Отображения $R^n$ в $R^m$ . Алгебраические операции, композиции, обратное отображение. Пределы функций в $R^n$ . Критерий Коши. Непрерывные функции. Свойства непрерывных на компакте функций. Пространство непрерывных функций.	Устный опрос

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
13	Дифференцируемость функций нескольких переменных	Дифференцируемость $f: R^n \rightarrow R^m$ . Случай $m=1$ , и $n=1$ . Частные производные. Связь дифференцируемости с частными производными. Свойства дифференцируемости: $f+g$ , $cf$ , $f \circ g$ . Формула конечных приращений. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных. Формула Тейлора для $f: R \rightarrow R^n$ и $f: R^n \rightarrow R$ . Неявные функции. Теорема существования (метод последовательных приближений). Теорема о дифференцировании неявной функции. Теорема об обратной функции. Экстремум $f: R^n \rightarrow R$ . Необходимые условия. Достаточные условия. Понятие об условном экстремуме. Метод Лагранжа.	Проверка домашнего задания, коллоквиум
14	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерии. Интегрирование и дифференцирование.	Проверка домашнего задания

15	Кратные интегралы	Понятие площади. Квадрируемые фигуры. Объем. Мера Жордана. Определение и простейшие свойства кратных интегралов. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Приложения кратных интегралов.	Проверка домашнего задания
16	Криволинейные и поверхностные интегралы	Кривые. Спрямолинейные кривые. Производная длины гладкой кривой. Криволинейные интегралы. Определение, примеры. Связь интегралов первого и второго рода. Простейшие свойства. Понятие поверхности. Касательная и нормаль. Ориентация. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Определения, примеры, свойства.	Проверка домашнего задания, устный опрос

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
17	Элементы теории поля	Скалярные и векторные поля. Основные дифференциальные операторы. Интегральные теоремы Гаусса – Остроградского, Грина, Стокса. Независимость криволинейного интеграла от кривой.	Проверка домашнего задания
18	Представление функций рядами	Степенные ряды. Определение. Радиус сходимости и формула Коши-Адамара. Алгебраические операции над рядами. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема единственности. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Определение ряда Фурье, основные задачи. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Лемма Римана. Интеграл Дирихле. Сходимость ряда Фурье в точке. Равномерная сходимость. Гладкость и скорость сходимости. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывных функций. Сходимость в среднем ряда Фурье. Равенство Парсеваля. Разложение функций в ряд Фурье. Ряд Фурье для произвольного промежутка. Комплексная форма ряда Фурье. Преобразование Фурье. Определение и простейшие свойства. Представление функций интегралом Фурье. Приложения.	Проверка домашнего задания, устный опрос

### 2.3.2 Занятия семинарского типа не предусмотрены

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Функции и их графики	Множества. Операции над ними. Ограниченные множества. Точные грани. Функции: образ, про-	Контрольная работа

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
		образ, операции над функциями. Обратная функция. Построение графиков функций.	
2	Предел последовательности	Бесконечно малые последовательности. Предел последовательности. Их свойства.	Устный опрос, контрольная работа
3	Предел функции и непрерывность	Предел функции. Их свойства. Вычисление пределов. Непрерывность функции. Равномерная непрерывность функций.	Устный опрос, контрольная работа
4	Производная и ее применение	Производная. Техника вычисления производных. Производные высших порядков. Формула Тейлора. Исследование функций: монотонность, локальный экстремум, выпуклость; построение графика. Доказательство неравенств.	Математический диктант, устный опрос, контрольная работа
5	Неопределенный интеграл	Таблица интегралов. Интегрирование заменой переменной, интегрирование по частям. Интегрирование основных классов функций: рациональных, тригонометрических, квазимногочленов, иррациональных. Техника вычисления интегралов	Устный опрос, контрольная работа
6	Определенный интеграл	Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование заменой переменных и по частям. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Признаки сходимости. Абсолютная сходимость.	Самостоятельная работа
	Числовые ряды	Ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.	Самостоятельная работа
7	Функции многих переменных	Пространство $R^n$ , нормы в $R^n$ , шары. Сходимость в $R^n$ . Классификация точек, открытые и замкнутые множества. Функции многих переменных. Композиция, обратное отображение. Вычисление пределов. Непрерывность. Равномерная непрерывность.	Устный опрос, контрольная работа
8	Дифференцируемые функции	Дифференцируемые функции. Частные производные, дифференциал. Дифференцируемость композиции. Производная по направлению. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Теорема Лагранжа. Экстремумы функций многих переменных. Условный экстремум. Наибольшее и наименьшее значения непрерывных функций на компакте. Неявные функции	Устный опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
9	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, предельный переход, дифференцируемость, интегрируемость. Сходимость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.	Самостоятельная работа
10	Кратные интегралы	Повторные интегралы. Расстановка пределов интегрирования. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Замена перемен-	Контрольная работа

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
		ных. Тройные интегралы. Приложения кратных интегралов: вычисление площадей и объемов.	
11	Криволинейные и поверхностные интегралы	Криволинейные интегралы. Поверхностные интегралы. Касательная плоскость. Теория поля. Приложение криволинейных и поверхностных интегралов.	Устный опрос, самостоятельная работа
12	Представление функций рядами	Функциональные ряды. Равномерная сходимость последовательностей и рядов. Признак Вейерштрасса. Степенные ряды. Разложение функций в ряд Тейлора. Ряды Фурье.	Контрольная работа

**2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)** курсовые работы не предусмотрены.

**Примерная тематика курсовых работ (проектов)**

Курсовые работы не предусмотрены.

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Предел последовательности. Предел функции Непрерывные функции. Непрерывность элементарных функций	Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722</a>
2	Дифференцируемые функции Приложения дифференциального исчисления	Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722</a>
3	Неопределенный интеграл. Определенный интеграл	Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722</a>
4	Числовые ряды	Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722</a>
5	Функции многих переменных Дифференцируемые функции	Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722</a>
6	Интегралы, зависящие от параметра	Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722</a>
7	Кратные интегралы	Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722</a>

		скому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722</a>
8	Криволинейные и поверхностные интегралы	Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459722</a>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3 Образовательные технологии

При изучении данного курса используются традиционные лекции и практические занятия.

Цель практических занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**а) по целям:** подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму; подготовка научного доклада и выполнение заданий по НИР.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### 4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на практических занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и итоговая аттестация (зачет, экзамен).

#### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

##### 1 семестр

$$x_n = \frac{n+3}{n+2}$$

1. Исследовать на монотонность и ограниченность последовательность
2. Доказать по определению:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n-1}{n+3} = 1$$

3. Вычислить пределы последовательностей

а)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n})$  б)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n \sqrt{n^2} + 3^n \sqrt{n} - 5}{\sqrt[n]{n^2} - 1}$

в)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{300}{\sqrt{n}} \right)^n$

4. Вычислить предел функции.

а).  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 3x + 2}$ ; б).  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x - \sin^2 5x}{\sqrt{1-x^2} - 1}$ ; в).  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{1 - e^{3x}}$ ; г).  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \arctg 3x}{x - \arcsin 2x}$ .

д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x^2)}{\cos 3x - 1}$

5. Вычислить предел функции, используя асимптотическое разложение

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+2x^2} - 1}{e^{tg 2x} - 1}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\cos x} - 1}{\ln(1 + \sin^2 2x)}$

6. Найти производные функций

а)  $y = \frac{x \cos x}{\ln x} + e^{2x} \cos 3x$ .

б)  $y = \ln^3 \cos^2 \sqrt{1-x^2}$ , в)  $y = \frac{\cos 2x}{\ln 4} + \frac{x^2 - 3}{e^3 \cos 1}$ .

7. Исследовать на монотонность, найти точки экстремума

$$y = \ln(x^3 + 3x^2 - 9x).$$

8. Определить интервалы выпуклости, точки перегиба функции:

$$y = -x^4 + 6x^3 - 12x^2 + 3x - 5$$



## 2 семестр

$$y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1};$$

1. Построить с полным исследованием график функции
2. Вычислить неопределенные интегралы.

1.  $\int \left( \frac{2}{\sqrt{4-4x^2}} + 3^x \cdot 4^{-x} - 3\sqrt{2-x} \right) dx;$

2.  $\int \left( \frac{\arctg^2 x - 2\arctg x + 1}{x^2 + 1} \right) dx;$

3.  $\int (3x-2)e^{-2x} dx;$     4.  $\int \frac{2x-1}{\sqrt{x-3}} dx;$

5.  $\int (x-1)\cos 3x dx;$     6.  $\int \frac{2x^2 - 3x + 4}{(x-2)^2(x+1)} dx;$

7.  $\int \sin^2 3x \cdot \cos^3 3x dx;$     8.  $\int \cos^4 2x dx;$

3. Вычислить определенные интегралы

1.  $\int_4^{16} \frac{2\sqrt[4]{x}-1}{\sqrt[4]{x}} dx;$     2.  $\int_0^1 x^3 \sqrt{9-5x^4} dx;$

3.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx;$     4.  $\int_1^e \frac{\cos(\ln x)}{x} dx;$

4. Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями:

$$y \leq -x, y \geq x + 4, y = x^2 + 4x + 4.$$

5. Вычислить длину дуги кривой

$$y = \ln \sin x, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{2}.$$

6. Вычислить несобственный интеграл или показать, что он расходится.

а)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{4+x^2};$     б)  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x+1}.$

7. Исследовать на сходимость ряд по определению:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1};$     б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 5^n}{7^n};$

8. Исследовать на сходимость ряды

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-3}{n+4} \right)^n;$     б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \sin^4 2n}{\sqrt{n^7 + n - 3}};$

в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{3^n n!}$     г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)\arctg n}{\sqrt{n}}$

д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n+2} \right)^{n^2};$     е)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{2n-1}}.$

## 3 семестр

1. Определяет ли функция норму в пространстве  $R^2$ ?

$$1) f(x) = |x_2| + 2|x_1|,$$

$$2) f(x) = |x_2 x_1|$$

Построить единичный шар с центром в точке (2;1) в соответствующей норме.

2. Сходятся ли последовательности при  $k \rightarrow \infty$ :

$$1) \left( \frac{\sin k}{k}, \frac{k+2}{k}, \cos \frac{1}{k} \right) \text{ в } R^3;$$

$$2) \left( \frac{1}{k}, \frac{2}{k^2}, \dots, \frac{n}{k^n} \right) \text{ в } R^n;$$

$$3) (k; 1; 1) \text{ в } R^3.$$

$$3. \text{ Вычислить: } 1) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \left( 1 + xy^2 \right)^{\frac{1}{x^2+y^2}}; 2) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \left( x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x} \right).$$

4. Найти значение параметра  $a$ , при котором функция будет непрерывной

$$f(x, y) = \begin{cases} x^3 + y^3, & x + y \neq 0 \\ a, & x + y = 0 \end{cases}.$$

5. Найти частную производную по определению  $f_x = ?$   $f(x, y) = 3x^2 \cos y - xe^y$

$$\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y}$$

6. Найти  $f(x, y) = x^3 \cos 2y + e^{2x-y} \sin x$

7. Найти  $du, d^2u$ ,  $u = f\left(xy, \frac{y}{z}\right)$ .

8. Является ли следующая функция решением данного уравнения:

$$u_{xx} - 6u_{xy} + 5u_{yy} = 0,$$

$$\psi(x, y) = 5 \sin \frac{(x+y)}{2} - 3 \sin \frac{5x+y}{6} + xy.$$

9. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки А (-1,2) до членов 2-го порядка функцию  $z = e^{x^2+y}$ .

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

10. В интеграле  $\iint_D$  расставить пределы интегрирования в разном порядке, где D

ограничена кривыми:  $y + x + 1 = 0$ ,  $x = 1 - y^2$ .

$$\iint_D (y - x^2) dx dy,$$

11. Вычислить:  $\iint_D$  где D- треугольник с координатами: А(1;1), В(1;5), С(3;2)

12. Вычислить:  $\iint_D y dx dy$ , где  $D = \{4x \leq x^2 + y^2 \leq 9x, y + x \leq 0\}$ .

$$\iiint_D (x + y) dx dy dz$$

13. Вычислить:  $\iiint_D$  где  $D = \{x + 2y - z = 4, x = 0, y = 0, z = 0.\}$

#### 4 семестр

1. Вычислить интеграл,  $\int_{\Gamma} x^2 ds$ , где  $\Gamma$  – кривая  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $y \geq 0$ .

2. Вычислить а) непосредственно; б) по формуле Грина  $\int_{\Gamma} (x^2 - 2xy) dx + (x - 2y)^2 dy$ , где  $\Gamma$  – граница прямоугольника  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$ ,  $y = 1$ , пробегаемая в положительном направлении.

3. Вычислить  $\iint_{\Phi} (x^2 + y^2 + z^2) dS$ , где  $\Phi$  – сфера  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$
4. Вычислить интеграл  $\iint_{\Phi} x^6 dydz + y^4 dzdx + z^2 dxdy$ , где  $\Phi$  – внешняя сторона поверхности  $x^2 + y^2 = z, z \leq 1$ .
5. Найти угол между  $\text{rot } \vec{a}(M_1)$  и  $\text{rot } \vec{a}(M_2)$ ,  $\vec{a} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (z^2 + y^2)\vec{j} + (x^2 + z^2)\vec{k}$ ,  $M_1(1,2,3), M_2(1,1,-1)$ .
6. Исследовать ряды на равномерную сходимость:
- а)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \cos \pi nx, x \in \mathbb{R}$       б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+x)^n \cos^2 nx}{\sqrt{n^3 + x^4}}, -3 \leq x \leq -1,$
7. Найти радиус и интервал сходимости рядов и исследовать сходимость в концах интервала сходимости:
- а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \frac{x^n}{3^n}$       б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^4 + 3}{n^3 + 4n}} (x + 2)^n$
8. Разложить функцию в степенной ряд ( $x_0 = 0$ )  $f(x) = \frac{5 - 2x}{x^2 - 2x - 3}$
9. Написать разложение в ряд Фурье а)  $f(x) = \sin \frac{x}{2} \quad x \in (-\pi, \pi);$   
б)  $f(x) = x, x \in (-\pi, \pi);$

## 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

### 1 семестр

1. Понятие множества. Операции над множествами. Отображения множеств.
2. Счетные множества. Рациональные числа. Бесконечные десятичные дроби.
3. Вещественные числа. Арифметические операции. Числовая прямая.
4. Ограниченные подмножества вещественных чисел. Принцип верхней грани.
5. Свойство полноты множества вещественных чисел.
6. Сходящиеся последовательности и их свойства. Бесконечно малые последовательности.
7. Монотонные и ограниченные последовательности. Примеры. Число  $e$ .
8. Подпоследовательности. Лемма о вложенных отрезках. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Частичные пределы.
9. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши. Примеры.
10. Пределы функций. Эквивалентные определения. Критерий Коши.
11. Основные теоремы о пределах. Односторонние пределы.
12. Замечательные пределы.
13. Непрерывные функции. Точки разрыва и их классификация. Примеры.
14. Свойства функций непрерывных в точке.
15. Свойства функций непрерывных на отрезке (Теорема Больцано-Коши).
16. Свойства функций непрерывных на отрезке (Теорема Вейерштрасса).
17. Равномерно непрерывные на множестве функции. Примеры. Теорема Кантора.
18. Монотонные функции.
19. Геометрические и физические задачи, приводящие к понятию производной. Касательная к графику функции, уравнение касательной к графику функции в заданной точке.
20. Производная функции. Дифференцируемость и непрерывность. Односторонние производные. Примеры. Геометрический и физический смысл производной.

21. Правила дифференцирования. Дифференцирование сложной, обратной функции. Дифференцирование функций, заданной параметрически.
22. Производные основных элементарных функций. Таблица производных
23. Дифференциал функции. Свойство инвариантности формы дифференциала.
24. Производные и дифференциалы высших порядков
25. Теоремы о среднем значении (Ферма, Ролля).
26. Теоремы о среднем значении (Лагранжа, Коши).

27. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенности типа  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$  при  $x \rightarrow a$  Примеры применения.
28. Формула Тейлора с остаточным членом в общей форме.
29. Формы остаточного члена формулы Тейлора (Лагранжа, Коши, Пеано).
30. Ряды Тейлора. Теорема о разложении дифференцируемых функций в ряд Тейлора
31. Формулы Тейлора для основных элементарных функций ( $e^x$ ,  $\ln(1+x)$ ).
32. Формулы Тейлора для основных элементарных функций (тригонометрические функции)
33. Монотонные функции. Достаточные условия монотонности.
34. Локальные экстремумы. Исследование функции на экстремум. Необходимые, достаточные условия экстремума.
35. Исследование функций на экстремум. Достаточные условия. Примеры.
36. Выпуклость и вогнутость графика функции. Исследование графика функции на выпуклость. Точки перегиба.

## 2 семестр

1. Асимптоты функции.
2. Общая схема исследования функции и построение графика. Примеры.
3. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основная теорема о первообразной. Свойства неопределенных интегралов.
4. Таблица первообразных.
5. Простейшие методы интегрирования (метод разложения, замена переменных, интегрирование по частям). Примеры.
6. Техника интегрирования. Интегрирование простейших рациональных функций.
7. Интегрирование рациональных функций. Теорема о разложении рациональной функции на простейшие.
8. Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций
9. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла Римана.
10. Интегральные суммы Римана. Определение интеграла Римана.
11. Суммы Дарбу и их свойства.
12. Необходимое и достаточное условие интегрируемости.
13. Классы интегрируемых функций.
14. Простейшие свойства интегралов Римана.
15. Интегральные теоремы о среднем для интегралов Римана.
16. Интегралы с переменным верхним пределом. Дифференцирование определенного интеграла по верхнему пределу.
17. Замена переменных, интегрирование по частям. Понятие обобщенной первообразной.
18. Геометрические приложения определенных интегралов Римана. Вычисление длин, площадей, объемов тел вращения.
19. Определение несобственного интеграла. Примеры.
20. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Признак сравнения.
21. Абсолютная сходимость несобственного интеграла.
22. Ряды, определение, примеры. Необходимый признак сходимости числового ряда.
23. Признак сравнения и признак Даламбера сходимости рядов с положительными членами

24. Признак Коши и интегральный признак Коши сходимости рядов с положительными членами.
25. Абсолютно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.
26. Условно сходящиеся ряды. Теорема Римана.

#### 4 семестр

1. Линейное пространство  $R^n$ . Норма. Шары и окрестности в  $R^n$ .
2. Сходимость в  $R^n$ .
3. Типы точек.
4. Открытые и замкнутые множества в  $R^n$ .
5. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
6. Критерий Коши сходимости последовательности.
7. Теорема Кантора.
8. Лемма Бореля-Лебега.
9. Необходимое и достаточное условие компакта в  $R^n$ .
10. Предел функции многих переменных.
11. Предел композиции.
12. Свойства предела функции, связанные с алгебраическими операциями.
13. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
14. Критерий Коши существования предела функции.
15. Равносильность определения предела по Коши и Гейне.
16. Непрерывные отображения.
17. Непрерывные отображения компактов.
18. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
19. Дифференцируемое отображение.
20. Частные производные. Связь с дифференцируемостью.
21. Производная композиции.
22. Производная по направлению.
23. Формула Лагранжа.
24. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных.
25. Формула Тейлора.
26. Теорема существования неявной функции.
27. Теорема дифференцирования неявной функции.
28. Теорема об обратной функции.
29. Экстремумы функций многих переменных. Лемма Ферма.
30. Достаточные условия экстремума стационарной точки.
31. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
32. Площадь. Основные свойства.
33. Верхняя площадь и ее свойства.
34. Построение площади.
35. Критерий квадратуемости.
36. Собственный интеграл, зависящий от параметра. Непрерывность и дифференцируемость.
37. Интегрируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.
38. Интеграл, зависящий от параметра (общий случай).
39. Регулярные области. Двойной интеграл.
40. Равенство повторных интегралов.
41. Свойства двойного интеграла.
42. Интегральные суммы Римана.
43. Замена переменной в двойном интеграле.

1. Понятие кривой. Спрямяемая кривая.
2. Длина кривой. Спрямяемость гладкой кривой.
3. Криволинейный интеграл первого рода.
4. Криволинейный интеграл второго рода.
5. Поверхности. Касательный вектор, касательная плоскость и нормаль.
6. Ориентация поверхности.
7. Площадь поверхности.
8. Поверхностные интегралы первого рода.
9. Поверхностные интегралы второго рода.
10. Элементы теории поля.
11. Теорема Остроградского-Гаусса.
12. Формула Стокса.
13. Потенциальное поле. Условие потенциальности.
14. Степенные ряды. Теорема о радиусе сходимости.
15. Интегрирование степенных рядов.
16. Дифференцирование степенных рядов.
17. Представление функций степенными рядами.
18. Достаточные условия представления функций степенными рядами.
19. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
20. Тригонометрические ряды. Ряды Фурье. Коэффициенты Фурье.
21. Интеграл от периодической функции.
22. Вычисление суммы косинусов.
23. Лемма Римана-Лебега.
24. Неравенство Бесселя.
25. Интеграл Дирихле.
26. Сходимость ряда Фурье в точке.
27. Разложение в ряд Фурье функции, заданной на произвольном промежутке.
28. Разложение функции только по синусам или только по косинусам.
29. Равномерная сходимость ряда Фурье.
30. Оценка скорости сходимости.
31. Дифференцирование рядов Фурье.
32. Интегрирование рядов Фурье.
33. Теорема Вейерштрасса (аппроксимация тригонометрическими многочленами).
34. Теорема Вейерштрасса (аппроксимация многочленами).
35. Полнота тригонометрической системы и системы степеней в смысле равномерной сходимости.
36. Полнота тригонометрической системы и системы степеней в смысле средне-квадратического приближения.
37. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.
38. Равенство Парсеваля.
39. Ортогональные системы.
40. Скалярное произведение и его свойства.
41. Неравенство Коши-Буняковского. Теорема Пифагора.
42. Ряд Фурье по произвольной тригонометрической системе.
43. Минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье (по произвольной системе).
44. Комплексная форма рядов Фурье.
45. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
46. Представление функции своим интегралом Фурье.
47. Свойства преобразования Фурье.
48. Применение преобразования Фурье.

## Типовые задачи, выносимые на экзамен

### 1 семестр

1 вариант

1. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{x(e^{3x} - \sqrt{4x+1})}$

2. Изобразить эскиз графика функции  $y = \frac{(1-x)(x+1)}{(x+3)(x-2)}$

2 вариант

1. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \operatorname{tg} 5x}{1 - \sqrt{4x+1}}$

2. Изобразить эскиз графика функции  $y = \frac{(1+x)(x+2)}{(x-3)(x-2)}$

### 2 семестр

1 вариант

1. Исследовать функцию и построить график  $y = 2x^4 - x^2 - 1$ .

2. Вычислить  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$

2 вариант

1. Исследовать функцию и построить график  $y = x - \ln(x+1)$ .

2. Вычислить  $\int \frac{dx}{x+x^2}$

### 3 семестр

1 вариант

1. Исследовать на экстремум функцию:  $z = x^3 + y^3 - 3xy - 2$ .

2. Вычислить  $\int_{\Gamma} y dx + x dy$ , где  $\Gamma$  – отрезок, соединяющий точки  $A(0;0)$  и  $B(1;2)$ .

2 вариант

Исследовать на экстремум функцию:  $z = 3(x^2 + y^2) - x^3 + 6y + 3$ :

2. Вычислить  $\iint_D (2x+y) dx dy$ , где  $D$  – область, ограниченная линиями  $y = x$ ,  $y = 3x$ ,  $x = 2$ ,  $x = 3$ .

### 4 семестр

1 вариант

1. Найти радиус и интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$

2. Разложить функцию в ряд Фурье  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ ,  $x \in (-\pi, \pi)$

2 вариант

1. Найти радиус и интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \frac{x^n}{3^n}$

2. Разложить функцию в ряд Фурье  $f(x) = 1 - \frac{x}{2}$ ,  $x \in (-\pi, \pi)$

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1 Основная литература:**

1. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа : учебник для бакалавров : учебник для студентов вузов, обучающихся по естественно-научным и техническим направлениям и специальностям. Т. 1 / Л. Д. Кудрявцев ; Моск. физико-техн. ин-т (Гос. ун-т). - 6-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2014. - 703 с.
2. Ильин, В.А. Основы математического анализа : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686>(03.12.2017).
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: 2009. – 558 с.
4. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же



[Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722> (03.12.2017).

## 5.2 Дополнительная литература:

1. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х т. М.: МЦНМО, 2007. Т. 1 – 657 с., Т. 2 – 789 с.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. В 3-х томах. М.: Дрофа, 2003.
3. Никольский С.М. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2001. – 591 с.
4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных. М.: Физматлит, 2003. – 472 с. ([http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=2220](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2220)).
5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с.
6. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с.
7. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. Часть 1,2. М.: Высшая школа, 2002.

## 6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=2226](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2226)
2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=2227](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2227)
3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=2220](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2220)
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.  
Т. I [www.e.lanbook.com/view/book/407](http://www.e.lanbook.com/view/book/407)  
Т. II [www.e.lanbook.com/view/book/408](http://www.e.lanbook.com/view/book/408)  
Т. III [www.e.lanbook.com/view/book/409](http://www.e.lanbook.com/view/book/409)
5. Никольский С.М. Курс математического анализа. [www.e.lanbook.com/view/book/2270](http://www.e.lanbook.com/view/book/2270)

## 7 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

### Тематическое планирование самостоятельной работы студентов

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
1	Введение в анализ	Множества и операции над ними. Функции. Классы функций. Операции: сужение, композиция, алгебраические операции. Определение множества действительных чисел. Ограниченные множества. Точная верхняя и нижняя грань. Арифметические операции над числами. Аксиома непрерывности.	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач.
2	Предел функции	Бесконечно малые последовательности и их свойств. Предел последовательности. Свойства предела: единственность, алгебраические операции, неравенства. Свойства: алгебраические операции, неравенства, композиция. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне. Критерии существования предела последовательности. Критерии существования $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ . Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Понятие об асимптотике и асимптотическом разложении.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование. Решение задач.
3	Простейшие элементарные функции	Тригонометрические функции. Асимптотика. Определение $a^x$ для рациональных и иррациональных $x$ . Свойства. Асимптотика.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
4	Гармонические ряды	Критерий сходимости, признак сравнения. Ряды с положительными членами. Признаки Коши и Даламбера. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.	Поиск необходимой информации. Решение задач.
5	Непрерывные функции	Непрерывность элементарных функций. Принцип вложенных отрезков. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Свойства непрерывных на замкнутом отрезке функций. Точки разрыва, непрерывность монотонной функции. Непрерывность обратной функции. Периодическое продолжение. Свойства периодов.	Изучение лекционного материала и материала учебников.
6	Дифференцируемые функции	Дифференцируемость и производная. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации. Теоремы о производных: алгебраические операции, композиция, обратная функция. Производные элементарных функций (вывод по определению). Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема	Поиск необходимой информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
		Ферма, Лагранжа (теорема Ролля). Формула Тейлора. Разложение элементарных функций.	
7	Приложения дифференциального исчисления	Монотонность. Локальный экстремум. Выпуклость. Неравенства. Решение уравнений.	Изучение и повторение лекционного материала и материала учебников. Решение задач.
8	Неопределенный интеграл	Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования. Таблица интегрирования. Интегрирование элементарных функций (рациональные, тригонометрические, квазиполиномы).	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач.
9	Определенный интеграл	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства интеграла. Замена переменных в определенном интеграле. Приближенное вычисление интегралов. Формула прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценка погрешности. Интегральные суммы Римана. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Интегральный признак сходимости числового ряда.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.
10	Несобственные интегралы.	Интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Свойства несобственных интегралов. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
11	Функциональные последовательности и ряды.	Критерий Коши равномерной сходимости. Непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Интегрируемость и дифференцируемость предельной функции. Функциональный ряд и область его сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.	Поиск необходимой информации. Подготовка к контрольной работе
12	Функции нескольких переменных	Скалярное произведение, норма, сходимость. Критерий Коши. Непрерывные функции. Свойства непрерывных на компакте функций. Пространство непрерывных функций.	Изучение лекционного материала и материала учебников.
13	Дифференци-	Связь дифференцируемости с частными	Поиск необхо-

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
	руемость функций нескольких переменных	производными. Свойства дифференцируемости: $f + g$ , $cf$ , $f \circ g$ . Формула конечных приращений. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных. Формула Тейлора для $f: R \rightarrow R^n$ и $f: R^n \rightarrow R$ . Теорема существования (метод последовательных приближений). Теорема о дифференцировании неявной функции. Теорема об обратной функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Метод Лагранжа.	димой информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе
14	Интегралы, зависящие от параметра	Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Критерии сходимости.	Изучение и повторение лекционного материала
15	Кратные интегралы	Мера Жордана. Свойства кратных интегралов. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Приложения кратных интегралов.	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач.
16	Криволинейные и поверхностные интегралы	Свойства криволинейных и поверхностных интегралов. Криволинейные и поверхностные интегралы первого и второго рода.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.
17	Элементы теории поля	Интегральные теоремы Гаусса – Остроградского, Грина, Стокса. Независимость криволинейного интеграла от кривой.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
18	Представление функций рядами	Радиус сходимости степенных рядов и формула Коши-Адамара. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема единственности. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Ряд Фурье. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Лемма Римана. Интеграл Дирихле. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывных функций. Равенство Парсеваля. Разложение функций в ряд Фурье. Преобразование Фурье. Определение и простей-	Поиск необходимой информации. Повторение лекционного материала и материала учебников. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
		шие свойства. Представление функций интегралом Фурье.	

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**8.1 Перечень необходимого программного обеспечения**

Не требуется.

**8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем**

Не требуется.

**9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
2.	Лабораторные занятия	Учебная аудитория ауд. 316Н
3.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Учебная аудитория ауд. 318Н
4.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. Ауд. 305Н

**Материально-техническая база, необходимая для осуществления инклюзивного образовательного процесса**

Практика для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов проводится с учетом особенностей их психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья.