

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

Иванов А.Г.

подпись

« 20 »

2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.04.01 ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя про-
филями подготовки)

Направленность (профиль) "Математика, Информатика"

Программа подготовки академическая

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины Теория чисел

составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование

Программу составили:

А.Э. Сергеев, канд. физ.-мат. наук, доцент


подпись

Э.А. Сергеев, канд. физ.-мат. наук, доцент


подпись

Рабочая программа дисциплины «Теория чисел» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры протокол № 15 «9» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.
фамилия, инициалы


подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры (выпускающей) функционального анализа и алгебры протокол № 15 «9» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.
фамилия, инициалы


подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета

протокол № 3 «20» июня 2017 г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.
фамилия, инициалы


подпись

Рецензенты:

Сукманюк В.Н., кандидат педагогических наук, доцент кафедры и информатики ГБОУ ИРО Краснодарского края

Марковский А.Н., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математических и компьютерных методов КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель дисциплины

Курс «Теория чисел» ставит целью ознакомить студентов четвертого курса факультета математики и компьютерных наук (направления 44.03.05) с базовыми понятиями: НОД и НОК чисел, диофантовы уравнения, сравнения, цепные дроби и др.

1.2 Задачи дисциплины

Формирование знаний, умений и навыков в алгоритмическом решении задач (нахождение НОД и НОК чисел, решение сравнений различных степеней, цепные дроби и т.д.)

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Изучение дисциплины «Теория чисел» предусмотрено стандартом высшего профессионального образования специальности 44.03.05 - (федеральный компонент в цикле математических и естественных дисциплин). В рамках дисциплины ее изучение базируется на знаниях школьного курса математики и курса алгебры (из первого курса) и линейной алгебры (из второго курса).

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной дисциплины направлено на получение необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и необходимых для дальнейшего успешного изучения всех дисциплин высшей математики, с формированием следующих общепрофессиональных и профессиональных компетенций: ОК-6, ПК-1.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОК-6	способностью к самоорганизации и самообразованию	определение основных понятий в данном курсе, формулировки основных теорем с примерами	решать задачи по основным разделам теории чисел: сравнениям, диофантовым уравнениям, первообразным корням и символам Лежандра	необходимыми для вычислений формулами, основными алгоритмами решения задач, основные факты алгебры, и других мат. наук.
2.	ПК-1	готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства	решать задачи по основным разделам теории чисел	необходимыми для вычислений формулами, основными алгоритмами решения задач, основные факты алгебры

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 часа, из них – 78 часа аудиторной работы: лекционных 22 часа, лабораторных 32 часов; 6 часов КСР, 101,8 часа самостоятельной работы). Их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы		Всего часов	Семест-ры (часы)	
			9	А
Контактная работа, в том числе:				
Аудиторные занятия (всего)		78	24	54
Занятия лекционного типа		22	10	12
Лабораторные занятия		32	20	12
Занятия семинарского типа (семина-ры, практические занятия)				
Иная контактная работа:				
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6	4	2
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,5	0,2	0,3
Самостоятельная работа (всего)		101,8	37,8	64
Курсовая работа				
Проработка учебного (теоретическо-го) материала		33	12	21
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)		33	12	21
Реферат				
Подготовка к текущему контролю		35,8	13,8	22
Контроль:				
Подготовка к экзамену		53,7	0	53,7
Общая тру-доемкость	час.	216	72	144
	в том числе кон-тактная работа	60,5	34,2	24,3
	зач. ед	6	2	4

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины в 9-том семестре:

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов		
		Всего	Аудиторная работа	Самостоятельная работа

			Л	ЛЗ	бота (срс)
1	2	3	4	5	6
1	Теория делимости	22	2	8	12
2	Арифметические функции	22	4	6	12
3	Сравнения	24	4	6	14
	ИТОГО:	68	10	20	38

в А-том семестре

№ раз- дела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Самостоя- тельная ра- бота (срс)
			Л	ЛЗ	
1	2	3	4	5	6
1	Первообразные корни и индексы	20	2	2	16
2	Сравнения второй степени	24	4	4	16
3	Цепные дроби	20	2	2	16
4	Алгебраические и транс- цендентные числа	24	4	4	16
	ИТОГО:	88	12	12	64
	ВСЕГО	156	22	32	102

2.3 Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раз- дела	Содержание раздела	Форма те- кущего кон- троля
1	Теория делимости	Числовые совокупности. Некоторые свойства делимости целых чисел. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное целых чисел. Свойства простых чисел. Различные формулы, задающие простые числа. Распределение простых чисел. Кольцо целых гауссовых чисел	Проверка до- машнего за- дания
2	Арифметические функции	Основные арифметические функции (количество и сумма делителей натуральных чисел, функции Эйлера и Мёбиуса).	Проверка до- машнего за- дания,
3	Сравнения	Основные свойства числовых сравнений. Полная и приведенная системы вычетов. Сравнения с одним неизвестным. Системы сравнений с одним неизвестным. Китайская теорема об остатках	Контрольная работа
4	Первообразные корни и индексы	Первообразные корни по различным модулям. Индексы и некоторые их приложения.	Контрольная работа
5	Сравнения второй степени	Символ Лежандра. Квадратичный закон взаимности. Некоторые приложения символа Лежандра. Символ Якоби.	Контрольная работа

6	Цепные дроби	Конечные и бесконечные цепные дроби. Некоторые приложения цепных дробей (решений уравнений Ферма-Пелля, сравнений и т.д.).	Проверка домашнего задания,
7	Алгебраические и трансцендентные числа	Определения и свойства алгебраических чисел. Примеры решения задач.	Проверка домашнего задания,

2.3.2 Примерная тематика курсовых работ (проектов) курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.
3	Подготовка к текущему контролю (контрольная работа и др.)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.
4	Промежуточная аттестация (зачет)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.
5	Промежуточная аттестация (экзамен)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

3. Образовательные технологии: активные и интерактивные формы, лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, реферативные доклады (по некоторым темам в

виде презентации) и зачет. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. Проводятся три контрольных работы (каждая продолжительностью в 1 акад. час) по темам разделов 1-6. Зачет выставляется после выполнения определенного количества (практических и теоретических) заданий контрольных работ и отчета по реферативному докладу. В случае невыполнения какого-то из приведенных требований, студенту для сдачи зачета предлагаются по усмотрению преподавателя некоторые практические и теоретические задания.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Теория чисел» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала на занятиях в ходе дискуссий, а также на лабораторных занятиях в ходе изложения студентами реферативных докладов (возможно в виде презентации).

3.1. Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными, реферативно-творческие доклады. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, обсудить доклад, высказать своё мнение. Основным объём использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий, как на лекционных, так и на лабораторных занятиях.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

- 1) Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
- 2) Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
- 3) Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
- 4) Обсуждение логической составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контр-примеров.
- 5) Самостоятельное составление студентами опорных заданий по теме, характеризующих глубину понимания соответствующего материала.

3.2. Использование компьютерных технологий

Применение на занятии компьютерных технологий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса более глубоко освоить соответствующие понятия. В этой связи определенные лекционные и лабораторные занятия преподавателю целесообразно проводить в виде презентации. Также в виде презентации в соответствии с темой лабораторного занятия студенты могут излагать подготовленные ими некоторые свои реферативные доклады.

4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Контрольные работы и реферативные доклады оцениваются по пятибалльной системе. Зачет оценивается по системе: зачтено, не зачтено. На лабораторных занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, к контрольным работам и к зачету. Такой вид СРС контролируется в ходе проверки домаш-

них заданий, заданий контрольных работ и в ходе зачета. Контроль осуществляется во время консультаций (вызывных или по желанию студента), а также на лабораторных занятиях.

Обязательными при изучении дисциплины «Теория чисел» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- самостоятельное решение задач по темам лабораторных занятий;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к зачету.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

Контрольные работы и реферативные доклады оцениваются по пятибалльной системе. Зачет оценивается по системе: зачтено, не зачтено. На лабораторных занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, к контрольным работам и к зачету. Такой вид СРС контролируется в ходе проверки домашних заданий, заданий контрольных работ и в ходе зачета. Контроль осуществляется во время консультаций (вызывных или по желанию студента), а также на лабораторных занятиях.

Виды самостоятельной работы

Обязательными при изучении дисциплины «Теория чисел» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- самостоятельное решение задач по темам лабораторных занятий;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к зачету.

Перечень примерных задач для самостоятельной работы

1. Решение уравнений 3-е, 4-ой и высших степеней.
2. Нахождение первообразных корней из единицы.
3. Нахождение НОК многочленов
4. Решение сравнений 2-ой степени.
5. Решение диофантовых уравнений.

Примерные контрольные работы

Контрольная работа № 1

1. Найти наибольший общий делитель чисел 126 и 261 и его линейное представление.
2. Решить диофантово уравнение $2x + 3y + 5z = 10$

3. Решить сравнение $21x \equiv 7 \pmod{3}$
4. Найти две последние цифры чисел $2015!$

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Список теоретических вопросов (для зачета)

1. Определения, утверждения и формулы по всем темам, рассмотренным на лекциях.
2. НОД и алгоритм Евклида.
3. Теорема Евклида о простых числах.
4. Основная теорема арифметики и следствия из нее
5. Диофантово уравнение $x^2 + y^2 = z^2$.
6. Функция Эйлера и ее свойства.
7. Свойства числовых сравнений.
8. Теоремы Ферма и Эйлера о числовых сравнениях.
9. Теорема о сравнениях 1-й степени.
10. Китайская теорема об остатках.
11. Сравнения любой степени по простому модулю.
12. Сравнения любой степени по составному модулю.
13. Существование первообразных корней по простому модулю.
14. Некоторые свойства первообразных корней.
15. Сравнения 2-й степени. Критерий Эйлера.
16. Символ Лежандра, его свойства.
17. Символ Якоби, его свойства.
18. Некоторые приложения символов Лежандра и Якоби.
19. Кольца вычетов и поля вычетов.
20. Связь теории чисел и алгебры.

Список теоретических вопросов (для экзамена)

1. Свойства делимости целых чисел.
2. НОД целых чисел, его свойства.
3. Алгоритм Евклида, его свойства.
4. Простые числа, их свойства.
5. Основная теорема арифметики и следствия из нее.
6. Диофантово уравнение $x^2 + y^2 = z^2$. Свойства пифагоровых троек.
7. Распределение простых чисел в натуральном ряде.
8. Арифметические функции, их свойства.
9. Функция Эйлера и ее свойства.
10. Свойства числовых сравнений.
11. Полная и приведенная система вычетов, их свойства.
12. Теорема Ферма и Эйлера о числовых сравнениях.
13. Теорема о сравнениях первой степени.
14. Системы сравнений 1-й степени.
15. Сравнения любой степени по простому модулю.
16. Сравнения любой степени по составному модулю.

17. Существование первообразных корней по простому модулю.
18. Некоторые свойства первообразных корней.
19. Индексы и некоторые их приложения.
20. Сравнения $x^n \equiv b \pmod{m}$.
21. Сравнения 2-й степени. Критерий Эйлера.
22. Символ Лежандра, его свойства.
23. Символ Якоби, его свойства.
24. Некоторые приложения символов Лежандра и Якоби.
25. Кольца вычетов, их свойства.
26. Цепные дроби, подходящие дроби, их свойства.
27. Приближение вещественных чисел цепными дробями.
28. Теорема Лагранжа о цепных дробях.
29. Решение уравнения Ферма-Пелля с помощью цепных дробей.
30. Алгебраические и трансцендентные числа.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания по промежуточной аттестации

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «незачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

Оценивание ответа на экзамене, осуществляется по следующим критериям.

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач;

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Нестеренко О.В. Теория чисел. М. Академия. 2008.
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М. Лань. 2012.
3. Бухштаб. Теория чисел. М.: Просвещение, 2015.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

5.2 Дополнительная литература:

1. Манин Ю.В.. Введение в современную теорию чисел. М. МЦНМО, 2009.
2. Сергеев А.Э. Сборник задач по теории чисел. Краснодар, Просвещение-юг, 2007

6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

7 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практически навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной

творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму; подготовка научного доклада и выполнение заданий по НИР.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

8.1. Перечень информационных технологий.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

– Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук, ...) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
2.	Лабораторные занятия	Специальное помещение, оснащенное учебной мебелью, доской, маркерами и мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория (кабинет) оснащенная учебной мебелью, доской, маркерами и мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория (кабинет) оснащенная учебной мебелью, доской, маркерами и мелом
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.