

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.02.02 ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки **01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) Математическое моделирование

Программа подготовки академическая

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника магистр

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины «ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки **01.04.02 Прикладная математика и информатика** (уровень магистратуры), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 911 от 28 августа 2015 г.

Программу составил:

Бабешко В.А., акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф., зав. кафедрой математического моделирования КубГУ



Рабочая программа дисциплины «Интегральные уравнения» утверждена на заседании кафедры математического моделирования протокол № 16 «21» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой математического моделирования акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф. Бабешко В.А.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 4 «29» июня 2017 г.

Председатель УМК факультета
канд. физ.-мат. наук, доцент Малыхин К.В



Рецензенты:

Калинчук В.В., д-р физ.-мат. наук, заведующий комплексным отделом механики, химии, физики и нанотехнологий Южного научного центра РАН

Калайдин Е.Н., д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой «Математика и информатика» Финансового университета при Правительстве РФ (Краснодарский филиал)

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины

Цели изучения дисциплины «Интегральные уравнения» определены государственным образовательным стандартом высшего образования и соотнесены с общими целями ООП ВО по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика», в рамках которого преподается дисциплина.

Данная дисциплина ставит своей целью изучение методов исследования математических моделей с использованием аппарата интегральных уравнений, выработку теоретических знаний и умений, необходимых для научных исследований, получение опыта эффективного применения математических методов в научной деятельности, формирование профессиональных навыков исследователя.

Процесс освоения данной дисциплины направлен на получения необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное проведение магистром профессиональной деятельности, владение методологией формулирования и решения прикладных задач, а также на выработку умений применять на практике методы прикладной математики и информатики. Цели дисциплины соответствуют следующим формируемым компетенциям: ОК-1, ОПК-4, ПК-2.

1.2 Задачи дисциплины

Основные задачи дисциплины:

- усвоение идей и методов теории интегральных уравнений, необходимых для решения прикладных задач;
- формирование навыков построения и исследования математических моделей, выбора адекватного математического аппарата их исследования, анализа и практической интерпретации полученных математических результатов исследования задач естествознания;
- формирование творческого подхода к моделированию различных процессов; привитие практических навыков использования методов интегральных уравнений при решении прикладных задач, анализе и моделировании реальных процессов механики сплошной среды, техники, экологии и др.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Интегральные уравнения» относится к дисциплинам по выбору вариативной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана подготовки магистра, базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является важной составляющей теоретической подготовки квалифицированного специалиста по программе «Математическое моделирование».

Место курса в подготовке магистра определяется ролью математических методов исследования в формировании высококвалифицированного специалиста в любой области знаний, использующей математические модели. Данная дисциплина является важным звеном в обеспечении магистра знаниями, позволяющими прикладнику успешно вести профессиональную деятельность в сфере разработки математических моделей механики сплошной среды, экологии, сейсмологии и пр.

Имеется логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими частями ООП ВО. Дисциплина «Интегральные уравнения» связана с дисциплинами обязательного цикла и другими дисциплинами вариативной части. Данный курс наиболее тесно связан с курсами: непрерывные математические модели, математические методы представления и анализа моделей, дополнительные главы уравнений математической физики, модели механики деформируемого твердого тела, математические модели механики разрушения, математические модели в сейсмологии.

Необходимым требованием к «входным» знаниям, умениям и опыту деятельности обучающегося при освоении данной дисциплины, приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин, является уверенное владения материалом следующих курсов: уравнения математической физики, дифференциальные уравнения, математический анализ, теория функций комплексного переменного.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

В результате изучения курса «Интегральные уравнения» студент должен овладеть:

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	– понятия теории интегральных уравнений; – значение интегральных уравнений в прикладной математике и естествознании	– свести прикладную задачу к интегральному уравнению (системе); – исследовать интегральные уравнения смешанных граничных задач; – самостоятельно выбрать метод и оценить его эффективность	– языком предметной области; – культурой мышления и восприятия информации – методами решения интегральных уравнений
2.	ОПК-4	способностью использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики	– принципы выбора методов построения математической модели на основе интегральных уравнений; – основные информационные ресурсы для получения новых знаний; – способы и средства получения, переработки и представления	– оценить адекватность построенной модели; – применять полученные знания для использования в научных исследованиях; – организовывать процессы поиска информации на основе ИТ-технологий.	– методами исследования корректности задачи, соответствующей модели; – навыками работы с различными электронными источниками информации; – навыками использования пакетов прикладных программ

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			информации с помощью информационно-коммуникационных технологий		
3	ПК-2	способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	– математический аппарат интегральных уравнений	– анализировать интегральные уравнения математической физики	– навыками построения моделей, математически описываемых интегральными уравнениями

Процесс освоения дисциплины «Интегральные уравнения» направлен на получения необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное ведение магистром научно-исследовательской деятельности, владение методологией формулирования и решения прикладных задач, а также на выработку умений применять на практике методы прикладной математики и информатики.

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 академических часа (из них 14 аудиторных). Курс «Интегральные уравнения» состоит лабораторных занятий, сопровождаемых регулярной индивидуальной работой преподавателя со студентами в процессе самостоятельной работы. В конце семестра проводится зачет. Программой дисциплины предусмотрены 14 часов лабораторных занятий.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (часы)
		3
Контактная работа (всего)	14,2	14,2
В том числе:		
Занятия лекционного типа	–	–
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	–	–
Лабораторные занятия	14	14
Иная контактная работа:		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	–	–
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
Самостоятельная работа (всего)	57,8	57,8

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (часы)
		3
В том числе:		
Курсовая работа	—	—
Проработка учебного (теоретического) материала	37	37
Подготовка к текущему контролю	20,8	20,8
Контроль: зачет		
Общая трудоемкость	час.	72
	в том числе контактная работа	14,2
	зач. ед	2

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.
Разделы дисциплины, изучаемые в 9 семестре

№	Наименование разделов	Количество часов		
		Всего	Аудиторная работа	Внеаудиторная работа
			ЛР	СРС
1	Классификация линейных интегральных уравнений. Корректно поставленные задачи.	4	2	2
2	Понятие смешанных граничных задач. Проблемы их исследования и решения.	6	2	4
3	Некоторые методы сведения смешанных граничных задач к интегральным уравнениям.	10	2	8
4	Интегральные уравнения для различных областей и сред	10	2	8
5	Исследование интегральных уравнений.	10	2	8
6	Методы решения интегральных уравнений и систем.	12	2	10
7	Некоторые приложения интегральных уравнений.	16	–	16
8	Обзор изученного материала и проведение зачета	3,8	2	1,8
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	–	–
Итого:		72	14	57,8

Примечание: ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента.

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа

Учебный план не предусматривает занятий лекционного типа по дисциплине «Интегральные уравнения».

2.3.2 Занятия семинарского типа

Учебный план не предусматривает занятий семинарского типа по дисциплине «Интегральные уравнения».

2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Классификация линейных интегральных уравнений. Корректно поставленные задачи.	Линейные операторы в бесконечном евклидовом пространстве. Уравнения Фредгольма и Вольтерра первого и второго рода. Понятие о корректно и некорректно поставленных задачах	Опрос по результатам лабораторной работы и самостоятельной работы
2.	Понятие смешанных граничных задач. Проблемы их исследования и решения.	Смешанные задачи для: уравнения колебаний, уравнение диффузии и теплопроводности, стационарных уравнений, уравнений гидродинамики, уравнения Максвелла.	Подготовка обзора, рецензирование
3.	Некоторые методы сведения смешанных граничных задач к интегральным уравнениям.	Метод интегральных преобразований. Интегральное преобразование Фурье. Интегральное преобразование Бесселя. Интегральное преобразование Мелина. Интегральное преобразование Конторовича-Лебедева.	Опрос по результатам лабораторной работы
4.	Интегральные уравнения для различных областей и сред.	Построение интегральных уравнений для полупространства. Построение интегральных уравнений для слоя. Построение интегральных уравнений для слоистой среды. Построение интегральных уравнений для цилиндрической и сферической областей.	Опрос по результатам индивидуального задания
5.	Исследование интегральных уравнений.	Теоремы единственности для интегральных уравнений. Теоремы разрешимости для интегральных уравнений. Свойства решений интегральных уравнений.	Опрос по результатам лабораторной работы
6.	Методы решения интегральных уравнений и систем.	Метод колокаций. Метод факторизации. Факторизация функций и матриц-функций. Метод бесконечных систем. Метод фиктивного поглощения. Метод блочного элемента.	Опрос по результатам лабораторной работы
7.	Некоторые приложения интегральных уравнений.	Статические задачи в фундаментостроении. Теория штампов. Динамические задачи в сейсмологии. Задачи для трещин и включений в теории прочности.	Опрос по результатам лабораторной работы и самостоятельной работы

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Учебный план не предусматривает курсовых работ по дисциплине «Интегральные уравнения».

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплин

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Подготовка к текущему контролю	1. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. Блочные элементы для тел различной формы. Краснодар: Кубанский государственный университет, 2013. 63 с.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

2.5 Самостоятельное изучение разделов дисциплины

Целью самостоятельной работы является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий, выработка навыков индивидуальной работы, закрепление навыков, сформированных во время лабораторных занятий.

Содержание приведенной основной и дополнительной литературы позволяет охватить широкий круг задач и методов теории интегральных уравнений (о – основная литература, д – дополнительная)

Раздел 2. Смешанные задачи для различных уравнений. Уравнения Ламе. Уравнение миграции примеси в газообразной среде с учетом диффузии, деградации и гравитационного осаждения. Уравнения Навье–Стокса как простейшая математическая модель динамики вязкой сплошной среды. Постановка основных начально-краевых задач динамики вязкой несжимаемой жидкости. Уравнение Шредингера. Уравнения моментной теории упругости. Уравнений электроупругости. Уравнения термоупругости. [1о, 2о, 1д, 6д]

Раздел 3. Свойства интегральных преобразований. Их связь с теорией представления групп преобразований. Группы вращения пространства и углы Эйлера. Связь с группами унитарных и унимодулярных матриц. Специальные функции. Функции Бесселя. Функции Лежандра. Функции Гегенбауэра. Функции Матье. Равенства Парсеваля для основных специальных функций. [1о, 3д, 6д]

Раздел 4. Роль специальных функций и связанных с ними интегральных преобразований в построении интегральных уравнений граничных задач в неклассических областях. Автоморфизм многообразий при построении интегральных уравнений. Особенности построения интегральных уравнений в областях с неплоской границей. Интегральные преобразования в цилиндрических системах координат. Интегральные преобразования в сферических системах координат. Случай произвольных выпуклых областей. [1о, 2о, 3д]

Раздел 5. Элементы Функционального анализа. Теорема Рисса–Фишера об общем виде линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве. Символы интегральных уравнений и их роль в описании свойств решений интегральных уравнений. Теоремы единственности для интегральных уравнений стационарных граничных задач. Теоремы единственности для интегральных уравнений динамических граничных задач. Роль дисперсионных уравнений в доказательстве теорем единственности и разрешимости интегральных уравнений. Случаи систем интегральных уравнений. [2о, 3о, 2д]

Раздел 6. Методы дискретизации решения интегральных уравнений. Методы факторизации решения интегральных уравнений. Факторизация функций. Факторизация матриц-функций. Функционально-коммутативные матрицы-функции и методы их применения для решения интегральных уравнений. Функциональные уравнения для систем интегральных уравнений. Построение приближенных решений интегральных уравнений методом фиктивного поглощения. Построение блочных элементов для различных областей. [2о, 3о, 1д, 2д, 3д]

Раздел 7. Применение решений интегральных уравнений в теории фундаментов. Применение решений интегральных уравнений в дефектоскопии. Применение решений интегральных уравнений в сейсмологии. Применение решений интегральных уравнений в экологии. Применение решений интегральных уравнений в квантовой механике. Применение решений интегральных уравнений в теории прочности, материалах с покрытиями. [1о, 2о, 1д–3д, 5д, 7д]

3. Образовательные технологии

При освоении дисциплины применяются следующие сочетания видов учебной работы с методами и формами активизации познавательной деятельности студентов для достижения запланированных результатов обучения и формирования компетенций.

Используется как традиционная пояснительная подача теоретического материала по теме лабораторного занятия, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой.

Используются ИТ-методы, при проведении лабораторных работ применяются математические пакеты Maple и Matlab.

Подготовка и представление аналитического обзора реализует технологию индивидуального обучения.

Представление обзоров организуется в форме конференции с элементами дискуссии.

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Общее количество часов

3	ЛР	Компьютерные занятия в режимах взаимодействия «преподаватель – студент» и «студент – студент»	4
---	----	---	---

Цель *лабораторного занятия* – кратко ознакомить с методами исследования и решения интегральных уравнений, к которым приводятся задачи механики сплошной среды, экологии, сейсмологии, технологических процессов и т.д., дать представление о проблемах и подходах и проиллюстрировать их на примерах конкретных заданий, научить применять теоретические знания при решении и исследовании задач.

Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах.

Самостоятельное изучение теоретического материала дисциплины предполагает использование Internet-ресурсов, информационных баз, специальной учебной и научной литературы. Задания и вопросы для самостоятельной работы, а также индивидуальные задания призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе аудиторных занятий.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список лабораторных работ и вопросов) и итоговой аттестации (зачета).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельная подготовка реферата. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент представляет свою работу, отвечает на дополнительные вопросы.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: самостоятельного выполнения аналитического обзора на выбранную тему, рецензирования обзора, устного опроса по результатам выполнения лабораторных заданий, ответа на зачете. Представление обзора проводится в виде доклада и презентации (средствами MS Office) и их обсуждения.

Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Перечень компетенций	Виды занятий		Формы контроля
	Лаб.	СРС	
ОК-1	+	+	– Представление обзора, дискуссия, обсуждение; – Рецензирование – Зачет
ОПК-4	+	+	– Подготовка обзора; – Опрос по результатам са-

			мостоятельной работы; – Представление обзора, дискуссия, обсуждение; – Рецензирование – Зачет
ПК-2	+	+	– Опрос по результатам самостоятельной работы; – Представление обзора, дискуссия, обсуждение; – Рецензирование – Зачет

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные задания на лабораторные работы

Раздел 1. Уравнения Фредгольма и Вольтерра

Примеры заданий:

а) Решить уравнение $u(x) = x^2 + 3 \int_0^3 (1 + 3xy) u(y) dy$

2) Найти собственные числа и собственные функции однородного интегрального уравнения с вырожденным ядром $u(x) = \lambda \int_0^1 (x^2 + y^2) u(y) dy$

3) Проверить, является ли данная функция $u(x) = xe^x$ решением уравнения $u(x) = e^x \sin x + 2 \int_0^x \cos(x-y) u(y) dy$.

4) Решить интегральное уравнение $u(x) = \int_0^x \sin(x-y) u(y) dy$.

Раздел 2. Смешанные граничные задачи.

Примеры заданий:

Определить типы граничных задач

Для уравнения Лапласа рассматривается задача для слоя $-\infty \leq x, y \leq \infty, 0 \leq z \leq h$ с граничными условиями

а) $\varphi + \varphi_x = f, \quad z = h, \quad x, y \in R_2,$
 $\varphi = 0, \quad z = 0 \quad x, y \in R_2$

$\varphi + \varphi_x = f, \quad z = h, \quad x > 0, \quad y \in R_1,$
 б) $\varphi = f_1, \quad z = h, \quad x < 0, \quad y \in R_1,$
 $\varphi = 0, \quad z = 0 \quad x, y \in R_2$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \varphi + \varphi_x = f, \quad z = h, \quad x, y \in R_2, \\ & \varphi + u\varphi_x = f_1, \quad z = 0, \quad x, y \in R_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \varphi = f, \quad z = h, \quad x, y \in R_2, \\ \text{г)} \quad & \varphi = f_1, \quad z = 0, \quad x < 0, \quad y \in R_1, \\ & \varphi = 0, \quad z = 0, \quad x > 0 \end{aligned}$$

Раздел 3. Сведение граничных задач к интегральным уравнениям

Примеры заданий:

Свести граничную задачу для уравнения Лапласа в слое $-\infty \leq x, y \leq \infty, 0 \leq z \leq h$ к интегральным уравнениям

$$\begin{aligned} & \varphi_x = f, \quad z = h, \quad x > 0, \quad y \in R_1, \\ \text{а)} \quad & \varphi = f_1, \quad z = h, \quad x < 0, \quad y \in R_1, \\ & \varphi = 0, \quad z = 0, \quad x, y \in R_2 \end{aligned}$$

Свести граничную задачу для уравнения теплопроводности в слое $-\infty \leq x, y \leq \infty, 0 \leq z \leq h$ к интегральным уравнениям

$$\begin{aligned} & \varphi = f, \quad z = h, \quad x, y \in R_2, \\ \text{б)} \quad & \varphi = f_1, \quad z = 0, \quad x < 0, \quad y \in R_1, \\ & \varphi = 0, \quad z = 0, \quad x > 0 \end{aligned}$$

В начальном состоянии температура равна T_1 .

в) Свести граничную задачу для динамических уравнений Ламе к системе интегральных уравнений в слое $-\infty \leq x, y \leq \infty, 0 \leq z \leq h$, если на нижнем основании заданы напряжения, а на верхнем основании в первом квадранте заданы перемещения, а в остальных-напряжения отсутствуют. В начальном состоянии перемещения и напряжения отсутствуют.

Раздел 4. Интегральные уравнения для различных областей и сред.

Примеры заданий:

а) Построить интегральные уравнения для уравнения переноса в многослойной среде От сосредоточенного источника при условии разнотипности подстилающих поверхностей.

б) Построить интегральные уравнения поведения упругой трубы при наличии кругового бандажа.

в) Построить интегральные уравнения для Земли, как упругой среды, при наличии на поверхности вертикального конечных размеров разлома.

г) Построить интегральные уравнения для Земли, как электроупругой среды, при условии наличия экрана над некоторой зоной ее поверхности.

Раздел 5. Исследование интегральных уравнений.

а) Доказать однозначную разрешимость интегральных уравнений для уравнения переноса в многослойной среде от сосредоточенного источника при условии разнотипности подстилающих поверхностей.

б) Доказать однозначную разрешимость интегрального уравнения поведения упругой трубы при наличии кругового бандажа.

в) Доказать однозначную разрешимость интегрального уравнения для Земли, как упругой среды, при наличии на поверхности вертикального конечных размеров разлома.

г) Доказать однозначную разрешимость интегрального уравнения для Земли, как электроупругой среды, при условии наличия экрана над некоторой зоной ее поверхности.

Раздел 6. Методы решения интегральных уравнений.

Примеры заданий:

а) Решить методом Винера-Хопфа интегральное уравнение вида

$$\int_0^{\infty} k(x-y)q(y)dy = f(x), \quad x > 0,$$

$$k(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(u)e^{iux} du,$$

$$K(u) = \frac{P_1(u)}{P_2(u)}.$$

Здесь $P_n(u)$, $n=1, 2$ – четные полиномы одного порядка с мнимыми корнями

б) Решить методом Винера-Хопфа систему интегральных уравнений вида

$$\int_0^{\infty} k(x-y)q(y)dy = f(x), \quad x > 0,$$

$$k(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(u)e^{iux} du,$$

$$K(u) = \begin{bmatrix} R_{11}(u) & R_{12}(u) \\ R_{21}(u) & R_{22}(u) \end{bmatrix}.$$

$R_{mn}(u)$ – рациональные функции.

Решить это же уравнение методом блочного элемента

в) Факторизовать матрицу-функцию

$$R(u) = \begin{bmatrix} R_{11}(u) & R_{12}(u) \\ R_{21}(u) & R_{22}(u) \end{bmatrix}$$

$R_{mn}(u)$ – мероморфные функции. Матрица-функция $R(u)$ на бесконечности стремится к единичной.

г) Построить приближенную факторизацию матрицы-функции $R(u)$ с мероморфными элементами, на бесконечности, стремящуюся к функционально коммутативной.

Раздел 7 Некоторые приложения интегральных уравнений

Примеры заданий:

а) Решить интегральное уравнение контактной задачи для слоя для ленточного фундамента. Построить график контактных напряжений.

б) Определить распределение оседающих загрязняющих веществ, оседающих на две разнотипные поверхности в виде полуплоскостей.

в) Найти резонансные частоты для массивного фундамента, колеблющегося на упругом слое.

г) Определить распределение напряжений в слое с покрытием.

д) Найти распределение напряжений на границе литосферных плит, взаимодействующих без трения.

Примерные темы обзоров

1. Интегральные уравнения контактных задач о колебании штампов.
2. Интегральные уравнения теории трещин.
3. Волновые явления в многослойных средах, возбуждаемые вибрирующими штампами.
4. Интегральные уравнения экологии.
5. Интегральные уравнения нестационарных смешанных задач.
6. Задачи дифракции, приводящие к интегральным уравнениям.
7. Приложения интегральных уравнений в механике и акустике.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Основные требования к результатам освоения дисциплины представлены в таблице в виде признаков сформированности компетенций. Требования формулируются по двум уровням: пороговый и повышенный и в соответствии со структурой, принятой в ФГОС ВО: знать, уметь, владеть.

Название компетенции (или ее части)	Структура компетенции	Основные признаки сформированности компетенции
ОК-1 способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	Знать:	Знает основные понятия теории интегральных уравнений
	понятия теории интегральных уравнений;	Знает принципы выбора методов и средств построения математической модели на основе интегральных уравнений
	значение интегральных уравнений в прикладной математике и естествознании	
	Уметь:	Умеет свести прикладную задачу к интегральному уравнению
	свести прикладную задачу к	

Название компетенции (или ее части)	Структура компетенции	Основные признаки сформированности компетенции
	интегральному уравнению; исследовать интегральные уравнения смешанных граничных задач; самостоятельно выбрать метод и оценить его эффективность	Умеет исследовать интегральные уравнения смешанных граничных задач Умеет выбрать метод и оценить его эффективность
	Владеть: языком предметной области; культурой мышления и восприятия информации; методами решения интегральных уравнений	Владеет терминологией предметной области и навыками решения интегральных уравнений
ОПК-4 способностью использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики	Знать принципы выбора методов и средств построения математической модели на основе интегральных уравнений; основные информационные ресурсы для получения новых знаний; способы и средства получения, переработки и представления информации с помощью информационно-коммуникационных технологий	Знает информационные ресурсы для получения новых знаний и способы получения, переработки и представления информации с помощью информационно-коммуникационных технологий
		Имеет представление о приложениях интегральных уравнений
	Уметь оценить адекватность построенной модели; применять полученные знания для использования в научных исследованиях; организовать процессы поиска информации на основе ИТ-технологий.	Умеет провести верификацию построенной модели
		Может реализовать поиск информации на основе ИТ-технологий
	Владеть: методами исследования корректности задачи, соответствующей модели; навыками работы с различными электронными источниками информации; навыками использования пакетов прикладных программ	Имеет представление о методах исследования корректности задач Владеет навыками использования пакетов прикладных программ и использования электронных источников информации

Название компетенции (или ее части)	Структура компетенции	Основные признаки сформированности компетенции
ПК-2 способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	Знать: математический аппарат интегральных уравнений	Знает типы интегральных уравнений, методы решения (приближений, резольвент, интегральных преобразований)
	Уметь: анализировать интегральные уравнения математической физики	Может проанализировать смешанную задачу построить интегральное уравнение.
	Владеть: навыками построения моделей, математически описываемых интегральными уравнениями	Владеет приемами построения интегральных уравнений для различных моделей процессов и явлений

Перечень вопросов, выносимых на зачет

1. Сведение смешанных задач к интегральным уравнениям.
2. Сведение смешанной задачи для уравнений Максвелла к интегральным уравнениям.
3. Сведение смешанной задачи для уравнений Ламе к интегральным уравнениям.
4. Сведение смешанной задачи для уравнений магнитоупругости к интегральным уравнениям.
5. Сведение смешанной задачи для уравнений Навье – Стокса к интегральным уравнениям.
6. Сведение смешанной задачи для уравнения переноса к интегральным уравнениям.
7. Теоремы единственности для интегральных уравнений статических смешанных задач.
8. Теоремы единственности для интегральных уравнений динамических смешанных задач.
9. Теоремы единственности для систем интегральных уравнений статических смешанных задач.
10. Теоремы единственности для систем интегральных уравнений динамических смешанных задач.
11. Теоремы разрешимости для интегральных уравнений статических смешанных задач.
12. Теоремы разрешимости для интегральных уравнений динамических смешанных задач.
13. Теоремы разрешимости для систем интегральных уравнений статических смешанных задач.
14. Теоремы разрешимости для систем интегральных уравнений динамических смешанных задач.
15. Решение интегрального уравнения Винера-Хопфа статических смешанных задач.
16. Решение интегрального уравнения Винера-Хопфа динамических смешанных задач.
17. Решение системы интегральных уравнений Винера-Хопфа статических смешанных задач.
18. Решение системы интегральных уравнений Винера-Хопфа динамических смешанных задач.
19. Применение приближенной факторизации при решении интегральных уравнений.

20. Применение факторизационных методов при решении интегральных уравнений в ограниченных областях.
21. Применение факторизационных методов при решении интегральных уравнений в полугораниченных областях.
22. Применение факторизационных методов при решении интегральных уравнений, заданных в нескольких областях.
23. Применение метода блочного элемента в ограниченных и полугораниченных областях.
24. Практические применения решений интегральных уравнений в фундаментостроении.
25. Практические применения решений интегральных уравнений в теории прочности.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа;

- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии выставления оценок

Оценка «зачтено»:

- достаточный объем знаний по дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;
- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;
- умение решать стандартные задачи;
- работа на лабораторных занятиях, достаточный уровень исполнения индивидуального задания;
- достаточный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «незачтено»:

- фрагментарные знания по дисциплине;
- знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;
- пропуск большого числа занятий, пассивное посещение занятий;
- неумение решать стандартные задачи;
- неумение использовать научную терминологию;
- работа на лабораторных занятиях,
- неисполнение или низкий уровень (наличие грубых ошибок) исполнения индивидуального задания;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. Блочные элементы для тел различной формы. Краснодар: Кубанский государственный университет, 2013. 63 с.
2. Попов В.Н. Прикладные вопросы теории функций комплексного переменного. Архангельск: ИПЦ САФУ, 2013. 164 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436400>
3. Привалов И.И. Интегральные уравнения. М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2017. 253 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/viewer/184D6A5B-3B1F-4873-A671-8F16FFE489E7#page/1>.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах.

5.2 Дополнительная литература:

1. Бабешко В.А., Павлова А.В., Бабешко О.М., Евдокимова О.В. Математическое моделирование экологических процессов распространения загрязняющих веществ. Краснодар: Изд-во КубГУ, 2009.
2. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. М.: Лань, 2009. + [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42>.
3. Ворович И.И., Бабешко В.А., Пряхина О.Д. Динамика массивных тел и резонансные явления в деформируемых средах. М.: Научный мир, 1999.
4. Голоскоков Д.П. Курс математической физики с использованием пакета Maple. СПб.: Лань, 2015. 576 с. + [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/6746>.
5. Калинин В.В., Белянкова Т.И. Динамика поверхности неоднородных сред. М.: Физматлит, 2009.
6. Полянин А.Д. Справочник по интегральным уравнениям: справ. / А.Д. Полянин, А.В. Манжиров. М.: Физматлит, 2003. 608 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2278>.
7. Петровский И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 134 с. + [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59553>.
8. Сумбатян С.А., Скалия А. Основы теории дифракции с приложениями в механике и акустике. М.: Физматлит, 2013. 328 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59710>

5.3. Периодические издания:

1. Доклады АН РФ. ISSN 0869-5652.
2. Доклады АН высшей школы России. ISSN 1727-2769
3. Математическое моделирование. ISSN 0234-0879.

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Russian Journal of Mathematical Physics // МАИК «Наука / Interperiodika». <http://pleiades.online/ru/journal/mathphys>
2. Letters in Mathematical Physics // Kluwer. <https://link.springer.com/journal/11005>
3. Мир математических уравнений EqWorld. <http://eqworld.ipmnet.ru/library.htm>
4. Физика, химия, математика. <http://www.ph4s.ru/index.html>
5. Journal of Mathematical Physics. Online ISSN 1089-7658. <http://jmp.aip.org>
6. Russian Journal of Mathematical Physics. Online ISSN 1555-6638. <http://www.maik.ru/cgi-perl/journal.pl?lang=rus&name=mathphys>.

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В рамках самостоятельной работы студент готовит обзор, проведя поиск и анализ научных публикаций по определенной теме, а также структурирование и презентацию информации.

Каждый студент выполняет работу по одной теме.

Печатный вариант обзора представляют на листах формата А4. Страницы текста, рисунки, формулы нумеруют, рисунки снабжают подрисовочными надписями. Текст следует печатать шрифтом №14 с интервалом между строками в 1,5 интервала, без недопустимых сокращений.

Студенты проводят взаимное рецензирование работ друг друга.

Для приобщения обучаемых к поиску, к исследовательской работе, для развития их творческого потенциала преподаватель избегает прямого руководства работой обучающихся при выполнении ими тех или иных заданий, чаще выступая в роли консультанта, эксперта.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Перечень разделов для самостоятельного изучения приведен в разделе 2.5.

Перечень вопросов для самоподготовки

1. Что такое смешанная граничная задача? Приведите примеры.
2. Является ли граничная задача смешанной, если смена граничных условий происходит на бесконечности?
3. Приведите примеры граничных задач из практики.
4. Что такое группа преобразований и как она связана с группами матриц?
5. В чем состоит представление групп преобразований?
6. Как порождаются специальные функции, минуя подход, основанный на производящих функциях? Приведите примеры специальных функций.
7. Группа каких преобразований порождает Бесселевы функции?
8. Группа каких преобразований порождает Лежандра функции?
9. Как получаются интегральные преобразования при использовании представлений групп?
10. Как еще можно построить интегральные преобразования?
11. Как интегральные преобразования сводят граничную задачу к интегральным уравнениям?

12. Какую роль играют символы интегральных уравнений при доказательстве теорем разрешимости и единственности?
13. Чем отличаются интегральные уравнения с убывающими и растущими символами?
14. Какими свойствами обладают решения интегральных уравнений с убывающим символом?
15. Какими свойствами обладают решения интегральных уравнений с растущим символом?
16. Чем отличаются символы системы интегральных уравнений и отдельного уравнения?
17. Что такое нормализация интегрального уравнения?
18. Что такое факторизация функций?
19. Что такое факторизация матриц-функций?
20. В чем отличие факторизации функций и матриц-функций?
21. Какие матрицы-функции факторизуются точно?
22. Есть ли способ точной факторизации функций, каких?
23. В чем состоит приближенная факторизация матриц –функций и функций?
24. Какие типы интегральных уравнений решаются точно?
25. В чем состоит метод Винера-Хопфа?
26. В чем принципиальное отличие решения интегральных уравнений факторизационным методом в одномерном и многомерном случаях?
27. В чем состоит метод фиктивного поглощения?
28. Можно ли методом фиктивного поглощения решать уравнения с аналитическим символом, имеющим точки ветвления?
29. Как решения интегральных уравнений позволяют находить резонансные частоты упругих систем?
30. Приведите пример применения решений интегральных уравнений в теории прочности.

Поиск информации для ответов на вопросы для самостоятельной работы и выполнения заданий в некоторых случаях предполагает не только изучение основной учебной литературы, но и привлечение дополнительной литературы, а также использование ресурсов сети Интернет.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

8.1 Перечень информационных технологий

- Проверка индивидуальных заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лабораторных занятий.
- Использование математических пакетов при проведении лабораторных занятий.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Математические пакеты Maple и Matlab (Comsol)

8.3 Перечень информационных справочных систем:

- Электронная библиотечная система "Юрайт" (<http://www.biblio-online.ru>).
- Электронная библиотечная система "Университетская библиотека ONLINE" (<http://www.biblioclub.ru>).
- Электронная библиотечная система издательства "Лань" (<http://e.lanbook.com>).
- База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
- База данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ) РАН <http://www2.viniti.ru/>
- Базы данных и аналитические публикации «Университетская информационная система РОССИЯ» <https://uisrussia.msu.ru/>

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1.	Лабораторные занятия	Компьютерный класс, укомплектованный компьютерами с лицензионным программным обеспечением, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 101, 102, 106, 106а, 105/1, 107(2), 107(3), 107(5), А301).
2.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория для семинарских занятий, групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованные необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131).
3.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория для семинарских занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная необходимой мебелью (доска, столы, стулья) (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307, 147, 148, 149, 150, 100С, А301б, А512), компьютерами с лицензионным программным обеспечением и выходом в интернет (106, 106а, А301)
4.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения, обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (Аудитория 102а, читальный зал).

Осуществление учебного процесса предполагает наличие необходимого для реализации данной программы перечня материально-технического обеспечения: аудитории, оборудованные видеопроекторным оборудованием для презентаций

(цифровой проектор, экран, ноутбук) и необходимой мебелью (доска, столы, стулья); компьютерные классы с компьютерной техникой с лицензионным программным обеспечением и необходимой мебелью (доска, столы, стулья) для проведения занятий.

Компьютерная поддержка учебного процесса по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика обеспечивается по всем дисциплинам. Факультет компьютерных технологий и прикладной математики, оснащен компьютерными классами, установлена локальная сеть, все компьютеры факультета подключены к сети Интернет. Магистрантам доступны современные ПЭВМ, современное лицензионное программное обеспечение.

Магистранты и преподаватели вуза имеют постоянный доступ к электронному каталогу учебной, методической, научной литературе, периодическим изданиям и архиву статей.