

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.01 ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И
ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Направление подготовки **01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) _____ Математическое моделирование

Программа подготовки _____ академическая

Форма обучения _____ очная

Квалификация (степень) выпускника _____ магистр

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины «ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки **01.04.02 Прикладная математика и информатика** (уровень магистратуры), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 911 от 28 августа 2015 г.

Программу составил:

Павлова А.В., д-р физ.-мат. наук, доцент, проф. кафедры математического моделирования КубГУ



Рабочая программа дисциплины «Интегральные преобразования и операционное исчисление» утверждена на заседании кафедры математического моделирования протокол № 16 «21» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой математического моделирования акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф. Бабешко В.А.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 4 «29» июня 2017 г.

Председатель УМК факультета
канд. физ.-мат. наук, доцент Малыхин К.В.



Рецензенты:

Уртенев М.Х., д-р физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики и информатики ФГБОУ ВО «КубГУ»

Ратнер С.В., д-р экон. наук, ведущий научный сотрудник Института проблем управления РАН им. В.А. Трапезникова

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины

Цели изучения дисциплины определены государственным образовательным стандартом высшего образования и соотнесены с общими целями ООП ВО по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика», в рамках которого преподается дисциплина.

Данная дисциплина ставит своей **целью** изучение наиболее распространенных интегральных преобразований и применение этих преобразований для решения задач математической физики, в теории специальных функций, решению дифференциальных и интегральных уравнений.

Процесс освоения дисциплины «Интегральные преобразования и операционное исчисление» направлен на получения необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное проведение магистром профессиональной деятельности, владение методологией формулирования и решения прикладных задач, а также на выработку умений применять на практике методы прикладной математики и информатики. Цели дисциплины соответствуют следующим формируемым компетенциям: ПК-1, ПК-3.

1.2 Задачи дисциплины

Основные **задачи** дисциплины:

- изложение базовых понятий и математического аппарата, необходимого для обоснования методов интегральных преобразований.
- изучение различных классов интегральных преобразований: классических интегральных преобразований (Лапласа, Фурье, Ханкеля, и др.), конечных интегральных преобразований, биортогональных интегральных преобразований.
- демонстрация процедур построения и обоснования решений начально–краевых задач методами интегральных преобразований;
- обзор постановок и представлений решений прикладных задач математической физики и, в частности, механики сплошных сред.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Интегральные преобразования и операционное исчисления» относится к вариативной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана подготовки магистра, базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является необходимой для теоретической подготовки магистров по программе «Математическое моделирование».

Место курса в профессиональной подготовке магистра определяется ролью методов интегральных преобразований в формировании высококвалифицированного специалиста в любой области знаний, использующей математические модели. Данная дисциплина является важным звеном в обеспечении магистра знаниями, позволяющими ему успешно вести профессиональную деятельность в сфере построения решений различных задач механики деформируемого твердого тела, гидродинамики, экологии, тепломассопереноса, и механики разрушения. Дисциплина «Интегральные преобразования и операционное исчисления» связана с дисциплинами базовой части и другими дисциплинами вариативной части. Данный курс наиболее тесно связан с курсами: математические методы представления и анализа моделей, модели механики деформируемого твердого тела, математические модели механики разрушения, модели

тепломассопереноса, интегральные уравнения, моделирование экологических процессов и систем.

Необходимым требованием к «входным» знаниям, умениям и опыту деятельности обучающегося при освоении данной дисциплины, приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин является уверенное владения материалом следующих курсов: уравнения математической физики, дифференциальные уравнения, математический анализ, теория функций комплексного переменного.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций (ПК):

В результате изучения дисциплины студент должен овладеть:

	<i>Структура компетенции</i>		
	<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>владеть</i>
ПК-1 способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	– базовые понятия теории гильбертовых пространств, технику операционного исчисления и алгоритмические процедуры методов интегральных преобразований	– выбрать и обосновать применение соответствующего интегрального преобразования для решения поставленной задачи – решать методами операционного исчисления сложные задачи в различных областях современного естествознания	– многообразными методами интегральных преобразований; – методологией применения методов операционного исчисления к исследованию научных и практических задач
ПК-3 способностью разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности	– классические интегральные преобразования (Фурье, Лапласа Ханкеля и др.), а также примеры их практического применения;	– получать решения линейных начально–краевых задач механики сплошных сред в форме спектральных разложений (интегралов и рядов); – содержательно интерпретировать результаты.	– методами интегральных преобразований для исследования и решения линейных и нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных и интегральных уравнений.

Процесс освоения дисциплины «Интегральные преобразования и операционное исчисления» направлен на получения необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное ведение магистром научно-исследовательской деятельности, владение методологией решения прикладных

задач, а также на выработку умений применять на практике интегральные преобразования.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 академических часа (из них 32 аудиторных). Курс «Интегральные преобразования и операционное исчисления» состоит из лекционных и лабораторных занятий, сопровождаемых регулярной индивидуальной работой преподавателя со студентами в процессе самостоятельной работы. В конце семестра проводится зачет. Программой дисциплины предусмотрены 16 часов лекций, 16 часов лабораторных занятий.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (часы)
		1
Контактная работа (всего)	32,2	32,2
В том числе:		
Занятия лекционного типа	16	16
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	—	—
Лабораторные занятия	16	16
Иная контактная работа:		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	—	—
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
Самостоятельная работа (всего)	39,8	39,8
В том числе:		
Курсовая работа	—	—
Проработка учебного (теоретического) материала	20	20
Подготовка к текущему контролю	19,8	19,8
Контроль: зачет		
Общая трудоемкость	час.	72
	в том числе контактная работа	32,2
	зач. ед	2

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.
Разделы дисциплины, изучаемые в 9 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа
			Л	ЛР	Самостоятельная работа
1	Введение	2	2	–	–
2	Преобразования Фурье.	8	2	2	4
3	Преобразование Лапласа.	8	2	2	4
4	Основные теоремы операционного исчисления.	10	4	2	4
5	Общий способ определения оригинала по изображению.	12	2	2	8
6	Решение одномерных начально-краевых задач	16	2	4	10
7	Задачи механики сплошных сред	12	2	2	8
8	Обзор изученного материала и проведение зачета	3,8	–	2	1,8
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	–	–	–
Итого:		72	16	16	39,8

Примечание: Л – лекции, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента.

2.3 Содержание разделов дисциплины:

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Введение	Возникновение операционного исчисления как самостоятельной дисциплины. Сущность операционного исчисления. Этапы развития	–
2.	Преобразования Фурье.	Некоторые сведения из теории рядов Фурье. Интегральная формула Фурье. Основные свойства преобразований Фурье. Кратные преобразования Фурье. Некоторые приложения преобразований Фурье.	Опрос по результатам группового задания
3.	Преобразование Лапласа, Меллина, Ханкеля	Оригиналы и изображения. Существование изображений. Примеры вычислений изображений. Дифференцирование и интегрирование изображений.	Опрос по результатам группового задания
4.	Основные теоремы операционного исчисления.	Изображения периодических оригиналов. Теорема запаздывания. Теорема смещения. Теорема умножения. Дифференцирование и интегрирование оригиналов. Интегрирование систем дифференциальных уравнений. Интеграл Дюамеля. Теорема разложения. Первая и вторая теоремы. Специальные функции. Изображение некоторых специальных функций.	Опрос по результатам группового задания

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		Импульсивные функции Дирака.	
5.	Общий способ определения оригинала по изображению.	Интеграл Бромвича. Формулы обращения Римана – Меллина. Нахождение оригинала в случае, когда его изображение является мероморфной функцией. Нахождение оригинала путем непосредственного применения. Формула обращения. Связь преобразования Фурье с преобразованием Лапласа. Преобразования Бесселя. Преобразование Меллина.	Опрос по результатам группового задания,
6.	Решение одномерных начально-краевых задач с помощью интегральных преобразований	Теплопроводность при отсутствии источников. Поток тепла в цилиндре конечной длины. Распространение температуры в случае движущихся точечных источников. Поперечные колебания струны. Колебания тяжелой нити. Поперечные колебания упругого стержня. Поперечные колебания тонкой мембраны. Вынужденные колебания круглой и прямоугольной пластин. Вынужденные колебания цилиндра и сферы.	Опрос по результатам группового задания, презентация по реферату.
7.	Интегральные преобразования в задачах механики сплошных сред	Гидродинамические задачи: безвихревое движение идеальной жидкости, поверхностные волны, медленное движение вязкой жидкости. Задачи теории упругости: плоская задача теории упругости для бесконечной полосы, плоская задача теории упругости для круговой луночки, плоская задача теории упругости для клина.	Опрос по результатам группового задания, презентация по реферату.

2.3.1 Занятия лекционного типа

Раздел 1 Введение.

Возникновение операционного исчисления как самостоятельной дисциплины. Сущность операционного исчисления. Этапы развития (2 ч.)

Раздел 2. Преобразования Фурье.

Некоторые сведения из теории рядов Фурье. Интегральная формула Фурье. Основные свойства преобразований Фурье. Кратные преобразования Фурье. Некоторые приложения преобразований Фурье. (2 ч.)

Раздел 3. Преобразование Лапласа.

Оригиналы и изображения. Существование изображений. Примеры вычислений изображений. Дифференцирование и интегрирование изображений. (2 ч.)

Раздел 4. Основные теоремы операционного исчисления.

Изображения периодических оригиналов. Теорема запаздывания. Теорема смещения. Теорема умножения. Дифференцирование и интегрирование оригиналов. Интегрирование систем дифференциальных уравнений. Интеграл Дюамеля. Теорема разложения. Первая и вторая теоремы. Изображение некоторых специальных функций. Импульсивные функции Дирака. (4 ч.)

Раздел 5. Общий способ определения оригинала по изображению.

Интеграл Бромвича. Формулы обращения Римана – Меллина. Нахождение

оригинала в случае, когда его изображение является мероморфной функцией. Нахождение оригинала путем непосредственного применения. Формула обращения. Связь преобразования Фурье с преобразованием Лапласа. Преобразования Бесселя и Ханкеля. Преобразование Меллина. (2 ч.)

Раздел 6. Решение одномерных начально-краевых задач.

Теплопроводность при отсутствии источников. Поток тепла в цилиндре конечной длины. Распространение температуры в случае движущихся точечных источников. Поперечные колебания струны. Колебания тяжелой нити. Поперечные колебания упругого стержня. (2 ч.)

Раздел 7. Задачи механики сплошных сред. Гидродинамические задачи: безвихревое движение идеальной жидкости, поверхностные волны, медленное движение вязкой жидкости. Задачи теории упругости: плоская задача теории упругости для бесконечной полосы, плоская задача теории упругости для круговой луночки, плоская задача теории упругости для клина. (2 ч.)

2.3.2 Занятия семинарского типа

Учебный план не предусматривает занятий семинарского типа по дисциплине «Интегральные преобразования и операционное исчисление».

2.3.3 Лабораторные занятия

№ работы	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	Преобразование Фурье и Лапласа. Связь интегральных преобразований	Отчет по ЛР
2	3	Преобразование Лапласа. Нахождение образов	Отчет по ЛР
3	4	Специальные функции в математической физике.	Отчет по ЛР
4	5	Общий способ определения оригинала по изображению для различных преобразований. Отыскание оригиналов средствами Maple	Отчет по ЛР
5	6	Решение интегральных уравнений	Отчет по ЛР
6	6	Решение одномерных начально-краевых задач	Отчет по ЛР
7	7	Нахождение решения плоской задачи теории упругости для бесконечной полосы	Отчет по ЛР
8	7	Плоская задача теории упругости для клина	Отчет по ЛР

Примерные задания на лабораторные работы

1. Пользуясь определением, найти изображения функций

1) $f(t) = t$; 2) $f(t) = \sin^2 t$; 3) $f(t) = e^t \cos^2 t$; 4) $4 - 5e^{2t}$

2. Найти оригиналы по заданным изображениям.

$$1) F(p) = \frac{1}{(p-1)(p^2-4)}; \quad 2) F(p) = \frac{1}{p(p^2-4p+3)}; \quad 3) F(p) = \frac{1}{(p^2+1)^2}$$

3. С помощью первой теоремы разложения найти оригиналы.

$$1) F(p) = \frac{1}{p^k + a^k}; \quad 2) F(p) = \sin \frac{1}{p}.$$

С помощью второй теоремы разложения найти оригиналы.

$$1) F(p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)(p+3)(p+4)} \quad 2) F(p) = \frac{p^3}{(p^2+1)^2}$$

4. Используя теоремы запаздывания, смещения, умножения, дифференцирование и интегрирование оригиналов, найти:

а) оригинал по его изображению

$$1) F(p) = \frac{p}{(p^2 + \omega^2)^2} \quad 2) F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p-1)} \quad 3) F(p) = \frac{e^{-a\sqrt{p}}}{p(\sqrt{p}+a)}$$

б) изображение оригинала

$$1) f(t) = \sin t - \cos t \quad 2) f(t) = A|\sin \omega t| \quad 3) f(t) = \frac{e^{at} - e^{bt}}{t}$$

5. Методами операционного исчисления вычислить следующие интегралы:

$$1.) \int_0^{\infty} \frac{xt - \sin xt}{t^3} \frac{dt}{\sqrt{t}} \quad 2) \int_0^{\infty} \frac{(1 + e^{-xt}) \sin xt}{t} dt$$

6. Методами операционного исчисления решить задачу Коши

$$1) x' + x = e^x, x(0) = 0; \quad 2) x'' - 2\alpha x' + (\alpha^2 + \beta^2)x = 0, x(0) = 0, x'(0) = 1.$$

7. Методами операционного исчисления найти решение следующих систем дифференциальных уравнений:

$$1) \begin{cases} 2x' + y' - 3x = 0; \\ x'' + y' - 2y = e^{2x}, \end{cases} \quad x(0) = -1, x'(0) = 1, y(0) = 0;$$

$$2) \begin{cases} x' = y - z; \\ y' = x + y; \\ z' = x + z \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = 2, z(0) = 3.$$

8. Записав с помощью функции Хевисайда одним аналитическим выражением составную функцию $f(t)$, найти ее изображение

$$1) f(t) = \begin{cases} 2t, & 0 \leq t < 1; \\ 4 - 2t, & 1 \leq t < 2; \\ 0, & t \geq 2. \end{cases} \quad 2) f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1; \\ 1 + e^{-t}, & t > 1. \end{cases}$$

9. Методами операционного исчисления решить следующие интегральные уравнения:

$$1) \int_0^x y(t)(x-t)^2 dt = \frac{1}{3}x^3; \quad 2) \int_0^x y(t)\cos(x-t)dt = x + x^2.$$

10. Методами операционного исчисления решить задачи математической физики:

1) Найти решение уравнения теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, удовлетворяющее начальным и граничным условиям

$$u(x, 0) = 0; u(0, t) = u_0; 0 \leq x < \infty; t > 0.$$

2) Стержень длины l находится в состоянии покоя, его конец $x = 0$ закреплен. В момент времени $t = 0$ к свободному концу стержня приложена сила F (на единицу площади сечения стержня), направленная вдоль стержня. Найти колебания стержня.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Учебный план не предусматривает курсовых работ по дисциплине «Интегральные преобразования и операционное исчисление».

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Подготовка к текущему контролю, подготовка индивидуальных заданий	1.Омельченко А.В. Методы интегральных преобразований в задачах математической физики. Москва: МЦНМО, 2010. 182 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63290 . 2.Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах. СПб.: Лань, 2015. 448 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/67463 .

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

В рамках самостоятельной работы студент готовит реферативную работу, объемом не менее 10 страниц. Каждый студент выполняет работу по одной теме.

Для написания реферата необходимо подобрать литературу. Общее количество литературных источников, включая тексты из Интернета, (публикации в журналах), должно составлять не менее 10 наименований. Учебники, как правило, в литературные источники не входят.

Рефераты выполняют на листах формата А4. Страницы текста, рисунки, формулы нумеруют, рисунки снабжают подрисуночными надписями. Текст следует печатать

шрифтом № 14 с интервалом между строками в 1,5 интервала, без недопустимых сокращений. В конце реферата должны быть сделаны выводы.

В конце работы приводят список использованных источников.

Реферат должен быть подписан магистрантом с указанием даты ее оформления.

Работы, выполненные без соблюдения перечисленных требований, возвращаются на доработку.

Выполненная магистрантом работа определяется на проверку преподавателю в установленные сроки. Если у преподавателя есть замечания, работа возвращается и после исправлений либо вновь отправляется на проверку, если исправления существенные, либо предъявляется на зачете, где происходит ее защита.

2.5 Самостоятельное изучение разделов дисциплины

Целью самостоятельной работы является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий, выработка навыков индивидуальной работы, закрепление навыков, сформированных во время лабораторных занятий.

Содержание приведенной основной и дополнительной литературы позволяет охватить широкий круг задач и методов операционного исчисления.

Раздел 2. Конечные преобразования Фурье. Быстрое преобразование Фурье [4,6,9]

Раздел 3. Теорема о свертках для преобразования Лапласа. Численное обращение преобразования Лапласа [4,5]

Раздел 4. Приложение к интегрированию линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами [1,6]. Гамма-функция и изображения дробных степеней. Функции Бесселя [5].

Раздел 5. Преобразование Мейера. Преобразование Контаровича-Лебедева. Преобразование Мелера – Фока. Преобразование Лагерра. Преобразования Гильберта [5].

Раздел 6. Поперечные колебания тонкой мембраны. Вынужденные колебания круглой и прямоугольной пластин. Вынужденные колебания цилиндра и сферы [2,3,8].

Раздел 7. Движение жидкости под действием поверхностной нагрузки. Кручение и изгиб призмы, образованной пересечением двух цилиндров. Нестационарная динамика цилиндрической оболочки. Нестационарная динамика сферической оболочки [2,3,8].

3. Образовательные технологии

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии		Общее количество часов
1	Л	Интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Обсуждение сложных и дискуссионных вопросов.		4
		№	Тема	количество часов

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии		Общее количество часов
		1	Основные теоремы операционного исчисления	2
		2	Интегральные преобразования в механике сплошных сред	2
	ЛР	Компьютерные занятия в режимах взаимодействия «преподаватель – студент» и «студент – студент»		4
Итого:				8

Цель *лекции* – обзор методов и задач операционного исчисления. На лекциях студенты получают общее представление о подходах и методах использования интегральных преобразований.

Цель *лабораторного занятия* – научить применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, при этом практикуется работа в группах.

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лекционных и лабораторных занятий.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что каждая конкретная задача при своем исследовании имеет несколько подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Групповые индивидуальные задания формируют навыки исследовательской работы в коллективе.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список лабораторных работ, задач и вопросов) и промежуточной аттестации (зачета).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: самостоятельного выполнения лабораторных работ, устного опроса при сдаче выполненных самостоятельных заданий, индивидуальных лабораторных заданий, ответа на экзамене (для выявления знания и понимания теоретического материала дисциплины, контроля ПК-1). Проверка индивидуальных заданий и устный опрос по их результатам позволяет проверить компетенции ПК-1 ПК-3.

Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Перечень компетенций	Виды занятий			Формы контроля
	Л.	Лаб.	СРС	
ПК-1	+		+	– Защита реферата; – Опрос по результатам выполнения индивидуальных заданий; – Защита группового задания; – Зачет
ПК-3		+	+	– Защита реферата; – Опрос по результатам выполнения индивидуальных заданий; – Опрос по результатам самостоятельной работы; – Зачет.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

Примеры индивидуальных заданий

1. Пользуясь теоремами операционного исчисления, найти изображения следующих функций

- $f(t) = \operatorname{sh} 3t + \cos^3 t$
- $f(t) = t \sin 5t$
- $f(t) = t^3 + te^t$
- $f(t) = \int_0^t (\tau + 1) \cos 3\tau d\tau$
- $f(t) = \frac{\sin^2 t}{t}$

2. Найти оригиналы по изображению

- $F(p) = \frac{2e^{-p}}{p^3}$
- $F(p) = \frac{1}{(p^2 + 1)^2}$
- $F(p) = \frac{p}{p^3 + 1}$
- $F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p-1)}$
- $F(p) = \frac{3 + 2p^3}{p^4}$

3. Решить задачи Коши

- $x'' - 2x' + 2x = 1, x(0) = x'(0) = 0$
- $x''' - x'' = \sin t, x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$

4. Решить систему уравнений при заданных начальных условиях

$$\begin{cases} x' + y = 0, & x(0) = 1; \\ y' + x = 0, & y(0) = -1. \end{cases}$$
5. Вычислить несобственный интеграл с помощью преобразования Лапласа

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos xt}{1+t^2} dt$$
6. Решить интегральное уравнение

$$\int_0^x y(t) \cos(x-t) dt = x + x^2$$

Примерные темы рефератов

1. Преобразование Лапласа – Карсона. Свойства и применение.
2. Преобразование Хартли. Свойства и применение.
3. Интегральное преобразование Абеля. Свойства и применение.
4. Преобразование Гильберта. Свойства и применение.
5. Преобразование Конторовича – Лебедева Свойства и применение.
6. . Преобразование Стилтеса Свойства и применение.
7. Преобразование Лагерра. Свойства и применение.
8. Преобразование Мелера – Фока Свойства и применение.
9. Преобразование Хартли. Свойства и применение.
10. Преобразование Гегенбауэра. Свойства и применение.

Примеры групповых заданий

1. Применение интегральных преобразований к решению задачи о распространении продольных волн в стержне

$$\rho S \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - ES \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = Q(x, t),$$

если к его левому концу приложена продольная сила $Q_0(t)$, а правый конец свободен от нагрузок, в начальный момент времени стержень находился в состоянии покоя.

2. Применение интегральных преобразований к задаче о распространении волн в цепочке. Рассматривается бесконечная цепочка, состоящая из одинаковых жестких масс (шариков), расположенных вдоль прямой и соединенных безынерционными пружинами. Цепочка находится в покое и не напряжена, а в момент $t=0$ к массе левого шарика прикладывается сила $Q = 2$, действующая вправо и остающаяся при $t>0$ неизменной.

3. Применение интегральных преобразований к решению задачи о распространении продольных волн в пластине. Рассматривается плоская задача о нестационарных продольных деформациях пластины. Уравнения, приближенно учитывающие поперечные усилия, имеет вид

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} - (1 - 2c_2^2) \frac{\partial w_1}{\partial x} = Q_0; \quad \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + 3w_1 + 3(1 - 2c_2^2) \frac{\partial u_0}{\partial x} = 0,$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad u_0(x, t) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 u(x, y, t) dy, \quad w_1(x, t) = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 w(x, y, t) y dy,$$

$$Q_0(x, t) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 Q(x, y, t) dy, \quad Q(x, y, t) - \text{сила сжатия пластины.}$$

4. Применение интегральных преобразований к задач о динамическом изгибе стержня под действием единичной сосредоточенной силы, приложенной в сечении $x=0$. Уравнение Бернулли – Эйлера имеет вид

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \delta(x) H(t).$$

5. Применение интегральных преобразований к решению задачи о распространении продольных волн в полубесконечной тонкой цилиндрической оболочке, на торец которой при $t>0$ действует единичное продольное напряжение, равномерно распределенное по направляющей (сила $Q=2\pi rh$, r – радиус, h – толщина). Продольные возмущения рассматриваются на основе безмоментных уравнений

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial w}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + w + \nu \frac{\partial u}{\partial x} = 0; \quad \sigma_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \nu w, \quad \sigma_{\theta\theta} = w + \nu \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Радиус оболочки, скорость квазифронта и плотность приняты на единицу.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Перечень вопросов, выносимых на зачет

1. Преобразование Фурье. Основные свойства преобразований Фурье.
2. Кратные преобразования Фурье.
3. Преобразование Лапласа. Оригинал и изображения. Существование изображений.
4. Дифференцирование и интегрирование изображений.
5. Изображения периодических оригиналов. Теорема запаздывания.
6. Теорема смещения. Теорема умножения.
7. Дифференцирование и интегрирование оригиналов.
8. Приложение к интегрированию линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
9. Интегрирование систем дифференциальных уравнений. Интеграл Дюамеля.
10. Теорема разложения. Первая и вторая теоремы.
11. Изображение некоторых специальных функций (Бесселя, Гамма-функции). Импульсивные функции Дирака.
12. Интеграл Бромвича. Формулы обращения Римана – Меллина.
13. Нахождение оригинала в случае, когда его изображение является мероморфной функцией. Формула обращения.
14. Связь преобразования Фурье с преобразованием Лапласа.
15. Преобразования Бесселя и Ханкеля. Преобразование Меллина.
16. Теплопроводность при отсутствии источников.
17. Поток тепла в цилиндре конечной длины.

18. Распространение температуры в случае движущихся точечных источников.
19. Поперечные колебания струны.
20. Колебания тяжелой нити.
20. Поперечные колебания упругого стержня.
21. Безвихревое движение идеальной жидкости, поверхностные волны.
22. Медленное движение вязкой жидкости.
23. Плоская задача теории упругости для бесконечной полосы.
24. Плоская задача теории упругости для круговой луночки,
25. Плоская задача теории упругости для клина.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии выставления зачета

Оценка «зачтено»:

- достаточный объем знаний по дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;
- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;
- умение решать стандартные задачи;
- работа на лабораторных занятиях, достаточный уровень исполнения индивидуального задания;
- достаточный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «незачтено»:

- фрагментарные знания по дисциплине;

- знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;
- пропуск большого числа занятий, пассивное посещение занятий;
- неумение решать стандартные задачи;
- неумение использовать научную терминологию;
- работа на лабораторных занятиях,
- неисполнение или низкий уровень (наличие грубых ошибок) исполнения индивидуального задания;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

3. Голуб М. В., Еремин А. А., Фоменко С.И. Интегральные преобразования и распределения в задачах обработки и анализа сигналов: учеб. пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2014. 130 с.
4. Князев П.Н. Интегральные преобразования. М.: Едиториал УРСС 2011. 197 с.
5. Омельченко А.В. Методы интегральных преобразований в задачах математической физики. Москва: МЦНМО, 2010. 182 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63290>.
6. Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах. СПб.: Лань, 2015. 448 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67463>.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань».

5.2 Дополнительная литература:

1. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс ; пер. П.А. Чочиа, Л.И. Рубанова. М.: Техносфера, 2012. 1104 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233465>.
2. Волков, В.А. Ряды Фурье. Интегральные преобразования Фурье и Радона. Екатеринбург: УрФУ, 2014. 32 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276566>.
3. Эйдерман, В.Я. Основы теории функций комплексного переменного и операционного исчисления. М.: Физматлит, 2002. .256 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2146>.

5.3. Периодические издания:

1. Доклады АН РФ. ISSN 0869-5652.
2. Доклады АН высшей школы России. ISSN 1727-2769
3. Математическое моделирование. ISSN 0234-0879.

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Мир математических уравнений EqWorld. <http://eqworld.ipmnet.ru/library.htm>
2. Физика, химия, математика. <http://www.ph4s.ru/index.html>

3. Math Высшая математика. Решение задач и примеров – online
<http://www.mathpr.com/index.html>.

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и лабораторных занятий, на которых студенты применяют полученные теоретические знания к решению конкретных задач. Уровень усвоения теоретического материала проверяется посредством опроса по основным вопросам темы и результатам выполнения индивидуальных и групповых лабораторных заданий.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Перечень разделов для самостоятельного изучения приведен в разделе 2.5.

Примерные задачи для самостоятельной работы

1. Решить дифференциальные уравнения с начальными условиями

1.1 $y'' + 2y' + 2y = 0$, $y(0) = B$, $y'(0) = 0$;

1.2 $y'' + 2y' + 2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$;

1.3 $y^{(4)} + 4y'' + y = x \sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

2. Решить задачи математической физики:

2.1. Граница $x = 0$ пластинки толщины l теплоизолирована, на границе $x = l$ происходит конвективный теплообмен с окружающей средой, имеющей температуру u_0 , начальная температура пластинки нулевая. Определить распределение температуры в пластинке в любой момент времени.

2.2. Струна длины l закреплена с двух сторон и имеет начальное отклонение в виде $\sin(2\pi x/l)$. Определить отклонение струны от положения равновесия в любой момент времени, если начальная скорость точек струны нулевая.

Поиск информации для ответов на вопросы для самостоятельной работы и выполнения заданий в некоторых случаях предполагает не только изучение основной учебной литературы, но и привлечение дополнительной литературы, а также использование ресурсов сети Интернет.

В рамках самостоятельной работы студент готовит реферативную работу, объемом не менее 10 страниц. Каждый студент выполняет работу по одной теме.

Для написания реферата необходимо подобрать литературу. Общее количество литературных источников, включая тексты из Интернета, (публикации в журналах), должно составлять не менее 10 наименований. Учебники, как правило, в литературные источники не входят.

Рефераты выполняют на листах формата А4. Страницы текста, рисунки, формулы нумеруют, рисунки снабжают подрисовочными надписями. Текст следует печатать шрифтом № 14 с интервалом между строками в 1,5 интервала, без недопустимых сокращений. В конце реферата должны быть сделаны выводы.

В конце работы приводят список использованных источников.

Реферат должен быть подписан магистрантом с указанием даты ее оформления.

Работы, выполненные без соблюдения перечисленных требований, возвращаются на доработку.

Выполненная магистрантом работа определяется на проверку преподавателю в установленные сроки. Если у преподавателя есть замечания, работа возвращается и после исправлений либо вновь отправляется на проверку, если исправления существенные, либо предъявляется на экзамене, где происходит ее защита.

Примерные темы рефератов представлены в п. 4.1.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

8.1 Перечень информационных технологий

- Проверка индивидуальных заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лекционных и лабораторных занятий.
- Использование математических пакетов при проведении лабораторных занятий.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Математические пакеты Maple и Matlab

8.3 Перечень информационных справочных систем

- Электронная библиотечная система "Юрайт" (<http://www.biblio-online.ru>).
- Электронная библиотечная система "Университетская библиотека ONLINE" (<http://www.biblioclub.ru>).
- Электронная библиотечная система издательства "Лань" (<http://e.lanbook.com>).
- База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
- База данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ) РАН <http://www2.viniti.ru/>
- Базы данных и аналитические публикации «Университетская информационная система РОССИЯ» <https://uisrussia.msu.ru/>.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук), соответствующим программным обеспечением, а также

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
		необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307).
2.	Лабораторные занятия	Компьютерный класс, укомплектованный компьютерами с лицензионным программным обеспечением, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 101, 102, 106, 106а, 105/1, 107(2), 107(3), 107(5), А301).
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория для семинарских занятий, групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованные необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131).
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория для семинарских занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная необходимой мебелью (доска, столы, стулья) (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307, 147, 148, 149, 150, 100С, А301б, А512), компьютерами с лицензионным программным обеспечением и выходом в интернет (106, 106а, А301)
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения, обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (Аудитория 102а, читальный зал).

Осуществление учебного процесса предполагает наличие необходимого для реализации данной программы перечня материально-технического обеспечения: аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций (цифровой проектор, экран, ноутбук) и необходимой мебелью (доска, столы, стулья); компьютерные классы с компьютерной техникой с лицензионным программным обеспечением и необходимой мебелью (доска, столы, стулья) для проведения занятий.

Компьютерная поддержка учебного процесса по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика обеспечивается по всем дисциплинам. Факультет компьютерных технологий и прикладной математики, оснащен компьютерными классами, установлена локальная сеть, все компьютеры факультета подключены к сети Интернет. Магистрантам доступны современные ПЭВМ, современное лицензионное программное обеспечение.

Магистранты и преподаватели вуза имеют постоянный доступ к электронному каталогу учебной, методической, научной литературе, периодическим изданиям и архиву статей.