Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

______________ Иванов А.Г.

«_01_» ____________ 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.07 Математический анализ

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Направленность (профиль): Преподавание математики и информатики;
Математическое моделирование

Программа подготовки: академическая

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2016

Рабочая программа дисциплины Б1.Б.07 «Математический анализ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

Программу составил:
Мавроди Н.Н., доцент, кандидат физ.-мат. наук

Рабочая программа дисциплины Б1.Б.07 «Математический анализ» утверждена на заседании кафедры теории функций
протокол № 10 «07» июня 2016 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Левицкий Б.Е.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры
протокол № 14 «07» июня 2016 г.

Заведующая кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 3 «20» июня 2016 г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко О.В., доцент, канд. пед. наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий ФГБОУ ВО КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель дисциплины

Формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

1.2 Задачи дисциплины

1. Формирование знаний о действительных числах и операциях с действительными числами.
2. Формирование знаний о свойствах пределов последовательностей и пределов функций.
3. Овладение методами дифференцирования функций одной и многих переменных. Формирование навыков применения дифференциального исчисления к исследованию функций и в геометрических приложениях.
4. Овладение основными методами интегрирования функций одной и многих переменных.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Б1.Б.7. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» относится к *базовой* части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Для изучения дисциплины достаточно знаний школьного курса алгебры и геометрии.

Математический анализ используется при изучении теории функций действительного переменного, теории функций комплексного переменного, теории приближений, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории дифференциальных уравнений с частными производными, теории интегральных уравнений, дифференциальной геометрии, вариационного исчисления, функционального анализа и теории вероятностей.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОК-7, ОПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-9.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
1	ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа	применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
2	ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства	определять класс задач, для которых применим тот или иной аппарат, выбирать метод решения конкретного типа задач	аппаратом математического анализа, методами применения этого аппарата к решению задач

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
3	ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства	определять класс задач, для которых применим тот или иной аппарат, выбирать метод решения конкретного типа задач	аппаратом математического анализа, методами применения этого аппарата к решению задач
4	ОК-7	способностью к самоорганизации и самообразованию	формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства	определять класс задач, для которых применим тот или иной аппарат, выбирать метод решения конкретного типа задач	аппаратом математического анализа, методами применения этого аппарата к решению задач

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 27 зач.ед. (972 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице *(для студентов ОФО).*

Вид учебной работы	Всего часов	1 семестр	2 семестр	3 семестр	4 семестр
Общая трудоемкость	728,2	161,8	197,8	233,8	134,8
Аудиторные занятия	419	128	132	150	98
из них: лекции	238	54	64	72	48
лабораторные	256	72	64	72	48
контролируемая самостоятельная работа	14	2	4	6	2
Самостоятельная работа	220,2	33,8	65,8	83,8	36,8
Виды итогового контроля		экз., зач.	экз., зач.	экз., зач.	экз., зач.

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в **первом** семестре

	Наименование разделов	Лекции	Лабораторные	Контролируемая самостоятельная работа	Самостоятельная работа
1	Введение в анализ	4	4		2
2	Действительные числа	2	6		2
3	Теория пределов последовательностей	10	12	1	5

4	Теория пределов функций	12	14	1	6
5	Непрерывность функций.	8	8		8,8
6	Дифференцирование функций одного переменного	18	28		10
	всего	**54**	**72**	**2**	**33,8**

Разделы дисциплины, изучаемые во **втором** семестре

	Наименование разделов	**Лекции**	**Лабораторные**	**Контролируемая самостоятельная работа**	**Самостоятельная работа**
7	Неопределённый интеграл	18	18	2	15,8
8	Определённый интеграл	16	16		20
9	Числовые ряды	18	18	2	10
10	Функциональные ряды функций	12	12		20
	всего	**64**	**64**	**4**	**65,8**

Разделы дисциплины, изучаемые в **третьем** семестре

	Наименование разделов	Лекции	Лабораторные	Контролируемая самостоятельная работа	Самостоятельная работа
11	Дифференцирование функций многих переменных	30	30	3	43,8
12	Интегрирование функций многих переменных	42	42	3	40
	всего	**72**	**72**	**6**	**83,8**

Разделы дисциплины, изучаемые в **четвертом** семестре

	Наименование разделов	Лекции	Лабораторные	Контролируемая самостоятельная работа	Самостоятельная работа
13	Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля	14	18	1	10
14	Интегралы, зависящие от параметра	12	16	1	16,8
15	Ряды Фурье	22	14		10
	всего	**48**	**48**	**2**	**36,8**

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля

1	Введение в анализ	Предмет математического анализа, сведения о множествах и логической символике, отображение и функции.	Проверка домашнего задания
2	Действительные числа	Алгебраические свойства множества R действительных чисел; аксиома полноты множества R. Действия над действительными числами, принцип Архимеда. Основные принципы полноты множества R: существование точной верхней (нижней) грани числового множества, принцип вложенных отрезков, лемма о конечном покрытии.	Проверка домашнего задания
3	Теория пределов последовательностей	Предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела; предельные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности; предел монотонной последовательности; число «е», верхний и нижний пределы; критерий Коши существования предела.	Проверка домашнего задания
4	Теория пределов функций	Топология на R; предел функции в точке; свойства пределов; бесконечно малые и бесконечно большие функции и последовательности; предел отношения синуса бесконечно малого аргумента к аргументу; общая теория предела; основные свойства предела; критерий Коши существования предела; сравнение поведения функций; символы «о», «О», «~».	Проверка домашнего задания
5	Непрерывность функций	Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; непрерывность функции от функции; точка разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке; существование наибольшего и наименьшего значений; прохождение через все промежуточные значения; равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке; монотонные функции, существование и непрерывность обратной функции, непрерывность элементарных функций.	Проверка домашнего задания, коллоквиум
6	Дифференцирование функций одного переменного	Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке, дифференциал и их геометрический смысл; механический	Проверка домашнего задания,

		смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях; локальная формула Тейлора; асимптотические разложения элементарных функций; формула Тейлора с остаточным членом; применение дифференциального исчисления к исследованию функций, признаки постоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, раскрытие неопределенностей; геометрические приложения.	зачёт, экзамен
7	Неопределённый интеграл	Неопределенный интеграл: первообразная функция, неопределенный интеграл и его основные свойства; таблица формул интегрирования; замена переменной, интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций; интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций.	Проверка домашнего задания
8	Определённый интеграл	Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла; определенный интеграл Римана; критерий интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва; свойства определенного интеграла, теорема о среднем значении; дифференцирование по переменному верхнему пределу; существование первообразной от непрерывной функции; связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона – Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям. Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций; признаки сходимости; длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения;	Проверка домашнего задания
9	Числовые ряды	Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов; признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости; признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и его применение к рядам; перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорема	Проверка домашнего задания

		Римана; операции над рядами; двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях.	
10	Функциональные ряды	Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость; признаки равномерной сходимости; теорема о предельном переходе; теоремы о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании; степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши – Адамара; равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда; почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов; ряд Тейлора; разложение элементарных функций в степенные ряды; оценка с помощью формулы Тейлора погрешности при замене функции многочленом; ряды с комплексными членами; формулы Эйлера; применение рядов к приближенным вычислениям; теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.	Проверка домашнего задания
11	Дифференцирование функций многих переменных	Функции многих переменных: Евклидово пространство n измерений; обзор основных метрических и топологических характеристик точечных множеств евклидова пространства; функции многих переменных, пределы, непрерывность; свойства непрерывных функций; дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; градиент; достаточное условие дифференцируемости; касательная плоскость и нормаль к поверхности; дифференцирование сложных функций; частные производные высших порядков, свойства смешанных производных; дифференциалы высших порядков; формула Тейлора для функций нескольких переменных; экстремум; отображения R^n в R^m, их дифференцирование, матрица производной; якобианы; теоремы о неявных функциях; замена переменных; зависимость функций; условный экстремум.	Проверка домашнего задания
12	Интегрирование функций многих переменных	Двойной интеграл и интегралы высшей кратности: двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному; замена переменных в двойном интеграле; понятие об аддитивных функциях области; площадь поверхности; механические и физические приложения двойных интегралов; интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и простейшие свойства; несобственные	Проверка домашнего задания

		кратные интегралы.	
13	Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля	Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности: криволинейные интегралы; формула Грина; интегралы по поверхности; формула Остроградского; элементарная формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от формы пути. Элементы теории поля: скалярное поле; векторное поле; поток, расходимость, циркуляция, вихрь; векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса; потенциальное поле; векторные линии и векторные трубки; соленоидальное поле; оператор «набла».	Проверка домашнего задания
14	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; несобственные интегралы, зависящие от параметра: равномерная сходимость, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; применение к вычислению некоторых интегралов; функции, определяемые с помощью интегралов, бета- и гамма-функции Эйлера, интеграл Фурье и преобразование Фурье.	Проверка домашнего задания, зачёт, экзамен

15	Ряды Фурье	Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая система; ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье; признаки сходимости ряда Фурье в точке; принцип локализации; минимальное свойство частных сумм ряда Фурье; неравенство Бесселя; достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем; равенство Парсеваля.	Проверка домашнего задания, зачёт, экзамен

2.3.3 Лабораторные занятия

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Введение в анализ	Сведения о множествах и логической символике, отображение и функции.	Проверка домашнего

			задания
2	Действительные числа	Алгебраические свойства множества R действительных чисел; аксиома полноты множества R. Действия над действительными числами, принцип Архимеда. Основные принципы полноты множества R: существование точной верхней (нижней) грани числового множества, принцип вложенных отрезков, лемма о конечном покрытии.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
3	Теория пределов последовательностей	Предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела; предельные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности; предел монотонной последовательности; число «е», верхний и нижний пределы; критерий Коши существования предела.	Проверка домашнего задания
4	Теория пределов функций	Топология на R; предел функции в точке; свойства пределов; бесконечно малые и бесконечно большие функции и последовательности; предел отношения синуса бесконечно малого аргумента к аргументу; общая теория предела; основные свойства предела; критерий Коши существования предела; сравнение поведения функций; символы «о», «О», «~».	Проверка домашнего задания, контрольная работа
5	Непрерывность функций	Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; непрерывность функции от функции; точка разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке; существование наибольшего и наименьшего значений; прохождение через все промежуточные значения; равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке; монотонные функции, существование и непрерывность обратной функции, непрерывность элементарных функций.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, коллоквиум
6	Дифференцирование функций одного переменного	Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке, дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной; правила	Проверка домашнего задания, контрольная

		дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях; локальная формула Тейлора; асимптотические разложения элементарных функций; формула Тейлора с остаточным членом; применение дифференциального исчисления к исследованию функций, признаки постоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, раскрытие неопределенностей; геометрические приложения.	работа, зачёт, экзамен
7	Неопределённый интеграл	Неопределенный интеграл: первообразная функция, неопределенный интеграл и его основные свойства; таблица формул интегрирования; замена переменной, интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций; интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
8	Определённый интеграл	Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла; определенный интеграл Римана; критерий интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва; свойства определенного интеграла, теорема о среднем значении; дифференцирование по переменному верхнему пределу; существование первообразной от непрерывной функции; связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона – Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям. Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций; признаки сходимости; длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения;	Проверка домашнего задания, контрольная работа
9	Числовые ряды	Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов; признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости; признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и его применение к рядам; перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорема Римана; операции над рядами; двойные	Проверка домашнего задания, контрольная работа

		ряды; понятие о бесконечных произведениях.	
10	Функциональные ряды	Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость; признаки равномерной сходимости; теорема о предельном переходе; теоремы о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании; степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши – Адамара; равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда; почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов; ряд Тейлора; разложение элементарных функций в степенные ряды; оценка с помощью формулы Тейлора погрешности при замене функции многочленом; ряды с комплексными членами; формулы Эйлера; применение рядов к приближенным вычислениям; теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
11	Дифференцирование функций многих переменных	Функции многих переменных: Евклидово пространство n измерений; обзор основных метрических и топологических характеристик точечных множеств евклидова пространства; функции многих переменных, пределы, непрерывность; свойства непрерывных функций; дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; градиент; достаточное условие дифференцируемости; касательная плоскость и нормаль к поверхности; дифференцирование сложных функций; частные производные высших порядков, свойства смешанных производных; дифференциалы высших порядков; формула Тейлора для функций нескольких переменных; экстремум; отображения R^n в R^m, их дифференцирование, матрица производной; якобианы; теоремы о неявных функциях; замена переменных; зависимость функций; условный экстремум.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
12	Интегрирование функций многих переменных	Двойной интеграл и интегралы высшей кратности: двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному; замена переменных в двойном интеграле; понятие об аддитивных функциях области; площадь поверхности; механические и физические приложения двойных интегралов; интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и простейшие свойства; несобственные	Проверка домашнего задания, контрольная работа

		кратные интегралы.	
13	Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля	Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности: криволинейные интегралы; формула Грина; интегралы по поверхности; формула Остроградского; элементарная формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от формы пути. Элементы теории поля: скалярное поле; векторное поле; поток, расходимость, циркуляция, вихрь; векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса; потенциальное поле; векторные линии и векторные трубки; соленоидальное поле; оператор «набла».	Проверка домашнего задания
14	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; несобственные интегралы, зависящие от параметра: равномерная сходимость, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; применение к вычислению некоторых интегралов; функции, определяемые с помощью интегралов, бета- и гамма-функции Эйлера, интеграл Фурье и преобразование Фурье.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, зачёт, экзамен
15	Ряды Фурье	Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая система; ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье; признаки сходимости ряда Фурье в точке; принцип локализации; минимальное свойство частных сумм ряда Фурье; неравенство Бесселя; достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем; равенство Парсеваля.	Проверка домашнего задания, зачёт, экзамен

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены

3. Образовательные технологии

При изучении данного курса используются как традиционные лекции и лаборатор- ные занятия, так и современные интерактивные образовательные технологии.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Математический анализ» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «сту- дент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо до- стигаются при изложении материала, в ходе дискуссий. Также используются занятия- визуализации и доклады студентов.

Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, пред- ложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно изла- гать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск дру- гого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмот- рение задач с лишними и недостающими данными. Студентам предлагается проанализи- ровать варианты решения, высказать своё мнение. Основной объем использования интер- активных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

Описание модели.

Исследование модели или поиск различных способов решений задачи.

Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.

Занятие-визуализация.

В данном типе передача преподавателем информации студентам сопровождается показом различных рисунков, структурно-логических схем, опорных конспектов, диа- грамм и т. п. (например, с помощью слайдов) .

Всего учебным планом предусмотрено 68 часа в интерактивной форме

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количе- ство ча- сов
1-4	Лаборатор- ные занятия	Занятие-визуализация: «Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда»	28
		Дискуссия «Интегралы, зависящие от параметра»	20
		Занятие-визуализация: «Ряды Фурье: ортогональные системы функций»	20
Итого:			68

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подго- товки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, ко- торая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций со студентом при помощи электронной информационно-образовательной среды ВУЗа.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий и лабораторного практикума. В течение каждого семестра проводятся контрольные работы и теоретический коллоквиум. Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена.

Контрольные, коллоквиумы оцениваются по пятибалльной системе. Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. На лабораторных занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

Перечень вопросов для самостоятельной работы студентов

Наименование разделов, тем	Перечень теоретических вопросов и иных заданий по самостоятельной работе студентов
Введение в анализ	Изображение действительных чисел бесконечными десятичными дробями. Гиперболические функции, их свойства и графики. Экстремум функции. Кривая Гаусса.
Последовательность и ее предел.	Примеры вычисления пределов последовательностей с помощью принципа сходимости монотонной последовательности. Принцип стягивающихся отрезков.
Предел и непрерывность функции.	Применение асимптотических формул при нахождении пределов

Дифференцирование функций одной переменной	Применение формулы Тейлора. Экстремум функции. Кривая Гаусса. «Нарушение» инвариантной формы дифференциалов высших порядков при нелинейной замене переменной (и наличие инвариантности в случае линейной замены).
Неопределённый интеграл	Вычисление интегралов с помощью рекуррентных формул. Тригонометрические и гиперболические подстановки.
Определённый интеграл и его приложения	Формула замены переменной в определенном интеграле Вычисление некоторых классов интегралов с помощью указанных подстановок
Несобственные интегралы	Пример: $\int_0^{+\infty} \frac{\sin ax}{x^{\lambda}} dx, \quad где\ a > 0, \lambda > 0.$
Функции многих переменных	Непрерывность функции нескольких переменных.
Дифференцирование функций многих переменных	Понятие об условном экстремуме. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Отображения R^n в R^m, дифференцирование отображений.
Кратные интегралы и их приложения	Интеграл Пуассона. Понятие о кратных несобственных интегралах.
Криволинейные интегралы.	Некоторые приложения криволинейных интегралов.
Поверхностные интегралы.	Некоторые приложения поверхностных интегралов.
Элементы теории поля	Некоторые элементы теории векторных полей
Числовые и функциональные ряды.	Степенные ряды для функций: e^x, *sinx, cosx, arctgx, ln(1+x),* $(1+x)^r$
Ряды Фурье	Разложение в ряд Фурье функции на произвольном промежутке.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

Перечень примерных контрольных вопросов и задач для самостоятельной работы.

Пределы.

Найти пределы следующих выражений

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}$

2. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{a}-\sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2-a^2}}$

3. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[m]{x}-1}{\sqrt[m]{x}-1}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{\cos x}-\sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} tg2x\cdot tg(\dfrac{\pi}{4}-x)$

7. $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)tg\dfrac{\pi x}{2}$

8. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\cos^n\dfrac{x}{\sqrt{n}}$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln tg(\frac{\pi}{4}+ax)}{\sin bx}$

11. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{a^{x+h}+a^{x-h}-2a^x}{h^2}$

12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{ax}-e^{bx}}{\sin ax-\sin bx}$

Производная

1. Под какими углами пересекаются кривые $y=x^2$ и $x=y^2$?
2. При каком выборе параметра n кривая $y=arctg(nx)$ пересекает ось Ox под углом большим, чем 89º?
3. Заменяя приращение функции дифференциалом, найти приближенно следующие значения: $\sqrt[3]{1,02}$, $\sin 29°$, $\lg 11$.
4. Вычислить пределы:

   $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sqrt[3]{tgx}-1}{2\sin^2 x-1}$, $\lim\limits_{x\to 0}\left(ctgx-\dfrac{1}{x}\right)$, $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{arctgx}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

5. Разложить в ряд Тейлора функцию $y=e^{2x-x^2}$ до члена с x^5.

6. Исследовать и построить график функции
$$y=\frac{x^4}{(x+1)^3},\ y=\frac{e^x}{1+x},\ y=x^{2/3}e^{-x}$$
7. В эллипс $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ вписать прямоугольник со сторонами, параллельными осям эллипса, площадь которого наибольшая.
8. В шар радиуса R вписать цилиндр наибольшего объема.

Неопределенный интеграл

Вычислить интегралы:

1. $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$
2. $\int\frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}$
3. $\int\sqrt{2+x-x^2}\,dx$
4. $\int\sqrt{x^4+2x^2-1}\cdot xdx$
5. $\int\frac{x^2+5x+4}{x^4+5x^2+4}dx$
6. $\int\frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}dx$
7. $\int\frac{dx}{(x-1)^2(x^2+2x+2)}$
8. $\int\frac{dx}{(x^2-4x+4)(x^2-4x+5)}$
9. $\int\frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}}dx$
10. $\int\frac{\sqrt{x^2+2x+2}}{x}dx$
11. $\int\frac{dx}{1+\sqrt{1-2x-x^2}}dx$
12. $\int\sqrt{x^3+x^4}\,dx$
13. $\int tg^5xdx$
14. $\int\frac{dx}{(2+\cos x)\sin x}dx$
15. $\int\frac{\sin x}{\sin^3x+\cos^3x}dx$
16. $\int(x^2-2x+2)e^{-x}dx$
17. $\int\frac{dx}{1+e^{x/2}+e^{x/3}+e^{x/6}}$
18. $\int x\cdot arctg(x+1)dx$
19. $\int\arcsin\frac{2\sqrt{x}}{x+1}dx$
20. $\int\ln(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})dx$

Определенный интеграл.

1. Вычислить определенный интеграл, рассматривая его как предел соответствующей интегральной суммы

   $\int_0^1 a^x dx$, $\int_0^{\pi/2} \sin x dx$

2. Найти значение предела с помощью определенного интеграла

   $\lim_{n\to\infty}(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+...+\frac{n-1}{n^2})$

3. Вычислить

   $\int_0^1 x(2-x)^{10} dx$, $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$, $\int_0^3 \arcsin\sqrt{\frac{x}{1+x}}dx$.

4. Вычислить площадь фигур, ограниченных кривыми:

   а) $y=|\lg x|$, y=0, x=0.1, x=10.

   б) $x=a(t-\sin t), y=a(1-\cos t), 0\le t\le 2\pi$, y=0.

   в) $r=a(1+\cos\varphi)$

5. Найти длины дуг следующих кривых:

   а) y=ln(cosx), $0\le x\le a<\frac{\pi}{2}$

   б) $x=\cos^4 t, y=\sin^4 t$

   в) $r=a\sin^3\varphi$

6. Найти координаты центра тяжести области, ограниченной параболами $ax=y^2$ и $ay=x^2$ ($a>0$).

Числовые и функциональные ряды

1. Исследовать сходимость рядов

   a. $\sum_1^\infty \frac{1}{1000n+1}$

   b. $\sum_1^\infty \frac{2^n n!}{n^n}$

   c. $\sum_1^\infty \frac{3^n n!}{n^n}$

   d. $\sum_2^\infty \frac{1}{\sqrt[n]{\ln n}}$

e. $\sum_{1}^{\infty}\frac{n^5}{2^n+3^n}$

f. $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n(n-1)/2}}{2^n}$

g. $\sum_{1}^{\infty}\frac{\ln^{100} n}{n}\sin\frac{\pi n}{4}$

h. $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n+p}$

i. $\sum_{1}^{\infty}(-1)^n\frac{n-1}{n+1}\frac{1}{\sqrt[100]{n}}$

j. $\sum_{2}^{\infty}\frac{\sin\frac{\pi n}{12}}{\ln n}$

2. Определить область сходимости

a. $\sum_{1}^{\infty}\frac{n}{x^n}$

b. $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n$

c. $\sum_{1}^{\infty}\frac{x^n}{1+x^{2n}}$

3. Исследовать последовательность на равномерную сходимость

a. $f_n(x)=x^n,\ 0\le x\le\frac{1}{2}$

b. $f_n(x)=x^n,\ 0\le x\le 1$

c. $f_n(x)=\frac{nx}{1+n+x},\ 0\le x\le 1$

d. $f_n(x)=\sqrt[n]{1+x^n},\ 0\le x\le 2$

4. Исследовать характер сходимости

a. $\sum_{1}^{\infty}x^n,\ |x|<q, q<1$

b. $\sum_{1}^{\infty}x^n,\ |x|<1$

c. $\sum_{1}^{\infty}\frac{x^n}{n!},\ x\in(0,+\infty)$

d. $\sum_{1}^{\infty}(1-x)x^n,\ 0\le x\le 1$

e. $\sum_{1}^{\infty}\frac{nx}{1+n^5x^2}$

5. Определить радиус сходимости и исследовать поведение в граничных точках
   a. $\sum_1^\infty \frac{x^n}{n^p}$
   b. $\sum_1^\infty \frac{3^n + (-2)^n}{n}(x+1)^n$

Ряды Фурье

1. Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах
   a. $f(x) = x, x \in (-\pi, \pi)$
   b. $f(x) = \cos ax, x \in (-\pi, \pi), a \in Z$
   c. $f(x) = \cos ax, x \in (-\pi, \pi), a \notin Z$
   d. $f(x) = x\cos x, x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

2. Разложить функцию $f(x) = x^2$ в ряд Фурье
   a. в интервале $(-\pi, \pi)$ по косинусам кратных дуг
   b. в интервале $(0, \pi)$ по синусам кратных дуг
   c. в интервале $(0, 2\pi)$

Нарисовать графики функций и графики сумм рядов Фурье для этих случаев.

Пользуясь этими разложениями, найти суммы рядов

$$\sum_1^\infty \frac{1}{n^2},\quad \sum_1^\infty \frac{(-1)^{n+1}}{n^2},\quad \sum_1^\infty \frac{1}{(2n-1)^2}$$

Функции многих переменных

1. Найти
   a. $f\left(1, \frac{y}{x}\right)$, если $f(x, y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$
   b. $f(x)$, если $f\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x}$, $x > 0$
2. Показать, что предел функции $f(x, y) = \frac{x - y}{x + y}$ при $x \to 0, y \to 0$ не существует.

   Найти повторные пределы вдоль прямых, параллельных координатным осям.

3. Показать, что функция $f(x,y)=\dfrac{2xy}{x^2+y^2}$, доопределенная нулем в начале координат, является непрерывной по каждой переменной, но не является по совокупности этих переменных.
4. Найти частные производные первого и второго порядков от функции
    a. $u=x^4+y^4-4x^2y^2$
    b. $u=x^y$
    c. $u=\left(\dfrac{x}{y}\right)^z$
5. Заменяя приращение функции дифференциалом, приближенно вычислить
    a. $1{,}002\cdot 2.003^2\cdot 3{,}004^3$
    b. $\sin 29^\circ tg 46^\circ$

6. Предполагая, что произвольные функции φ и ψ дифференцируемы достаточное число раз, проверить равенства
    a. $y\dfrac{\partial z}{\partial x}-x\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$, если $z=\varphi(x^2+y^2)$
    b. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$, если $u=x\varphi(x+y)+y\psi(x+y)$

7. Для функции $z=z(x,y)$ найти частные производные первого и второго порядков, если $z=\sqrt{x^2-y^2}\,tg\dfrac{z}{\sqrt{x^2-y^2}}$
8. Найти $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$, если $F(x+y+z,x^2+y^2+z^2)=0$
9. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z=arctg\dfrac{y}{x}$ в точке $M=\left(1{,}1,\dfrac{\pi}{4}\right)$.
10. Функцию $f(x,y)=2x^2-xy-y^2-6x-3y+5$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки M=(1,-2)
11. Разложить в ряд Маклорена функцию $z=\ln(1+x+y)$
12. Исследовать на экстремум функцию
    a. $z=xy+\dfrac{50}{x}+\dfrac{20}{y}$
    b. $u=xy^2z^3(a-x-2y-3z), a>0$
    c. $u=x-2y+2z$, если $x^2+y^2+z^2=1$

13. В полушар радиуса R вписать прямоугольный параллелепипед наибольшего объема.

Интегралы в $\mathbf{R}^n$

1. Двойные интегралы
   a. Вычислить $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a r^2 \sin^2 \varphi dr$
   b. Расставить пределы интегрирования в том и другом порядке в интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, если D – параболический сегмент, ограниченный кривыми $y = x^2$ и y=1.
   c. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy$
   d. В интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$ перейти к полярным координатам, если D – параболический сегмент $-a \le x \le a$; ${x^2}/{a} \le y \le a$
   e. Предполагая, что r и φ - полярные координаты, изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{a\sqrt{\sin 2\varphi}} f(\varphi, r)dr$
   f. Найти площадь, ограниченную кривыми $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$; $x^2 + y^2 \ge a^2$.
   g. Найти координаты центра тяжести однородной пластины, ограниченной кривыми $ay = x^2$, $x + y = 2a$.

2. Тройные интегралы
   a. $\iiint_V xy^2 z^3 dxdydz$, где область V ограничена поверхностями $z = xy, y = x, x = 1, z = 0$
   b. Переходя к сферическим координатам, вычислить $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dxdydz$, где область V ограничена поверхностью $x^2 + y^2 + z^2 = z$
   c. Перейдя к цилиндрическим координатам, вычислить $\iiint_V (x^2 + y^2) dxdydz$, где область V ограничена поверхностями $x^2 + y^2 = 2z, z = 2$
   d. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью $(x^2 + y^2 + z^2)^3 = 3xyz$
   e. Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}, z = c$

3. Криволинейные интегралы

a. Вычислить $\int\limits_C y^2 ds$, где С – арка циклоиды $x = a(t - \sin t), y = a(1-\cos t), (0 \le t \le 2\pi)$

b. Вычислить $\oint\limits_C (x+y)dx + (x-y)dy$, где С – эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, пробегаемый против хода часовой стрелки.

c. Вычислить $\int\limits_{(x_1,y_1,z_1)}^{(x_2,y_2,z_2)} \frac{xdx + ydy + zdz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$, где точка (x_1, y_1, z_1) лежит на поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, точка (x_2, y_2, z_2) лежит на поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = b^2$.

d. Применяя формулу Грина вычислить $\oint\limits_C e^x \left[(1-\cos y)dx - (y - \sin y)dy\right]$, где С – пробегаемый в положительном направлении контур, ограничивающий область $0 < x < \pi, 0 < y < \sin x$.

4. Поверхностные интегралы

a. На сколько отличаются друг от друга интегралы $I_1 = \iint\limits_S (x^2 + y^2 + z^2) dS$ и $I_2 = \iint\limits_P (x^2 + y^2 + z^2) dP$, где S – поверхность сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ и P – поверхность октаэдра $|x| + |y| + |z| = a$, вписанного в эту сферу.

b. Вычислить $\iint\limits_S (y-z)dydz + (z-x)dzdx + (x-y)dxdy$, где S – внешняя сторона поверхности $x^2 + y^2 = z^2 \quad (0 \le z \le H)$

c. Применяя формулу Стокса вычислить $\int\limits_C (y+z)dx + (z+x)dy + (x+y)dz$, где С – эллипс $x = a\sin^2 t, y = 2a \sin t \cos t, z = a\cos^2 t (0 \le t \le \pi)$, пробегаемый в направлении возрастания параметра t.

d. С помощью формулы Остроградского вычислить $\iint\limits_S (x^2 \cos\alpha + y^2 \cos\beta + z^2 \cos\gamma) dS$, где S – часть конической поверхности $x^2 + y^2 = z^2 \quad (0 \le z \le h)$ и $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ - направляющие косинусы внешней нормали к этой поверхности.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Примерные задачи для контрольных работ

1 семестр – 4 контрольные работы

№1. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В. И., Шабунин М.И.т.1: 1984: 7.38, 7.40, 7.115, 7.112, 7.223, 7.233.

Для выполнения контрольной работы №1 необходимо уметь строить эскизы графиков основных элементарных функций.

№2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И., т.1, 1984: 8.99, 8.106, 8.56, 8.57, 9.22, 9.25, 9.29, 9.35, 9.36.

Для выполнения контрольной работы №2 необходимо владеть техникой вычисления пределов последовательностей и пределов функций.

№3. Демидович Б.П.: 1996: 872, 901, 926, 1044, 1053, 1161, 1142, 1193.

Для выполнения контрольной работы №3 необходимо владеть техникой дифференцирования функций и уметь применять дифференциал в приближённых вычислениях.

№4. Демидович Б.П.: 1363, 1323, 1477, 1512, 1532, 1562.

Для выполнения контрольной работы №4 необходимо уметь применять производную для исследования функций.

2 семестр – 4 контрольные работы

№1. Демидович Б.П.: 1636, 1681, 1684, 1699, 1796, 1872, 1927, 1991.

Для выполнения контрольной работы №1 необходимо знать простейшие методы интегрирования неопределённых интегралов.

№2. Демидович Б.П.: 2209, 2243, 2271, 2338, 2398, 2443, 2473.

Для выполнения контрольной работы №2 необходимо знать простейшие методы интегрирования определённых интегралов.

№3. Демидович Б.П.: 2579, 2581, 2586, 2631, 2669.

Для выполнения контрольной работы №3 необходимо уметь применять определённый интеграл в геометрических и физических задачах.

№4. Демидович Б.П.: 2717, 2728, 2747, 2767, 2774, 2859, 2941.

Для выполнения контрольной работы №4 необходимо находить суммы и исследовать сходимость числовых рядов.

3 семестр – 2 контрольные работы

№1. Демидович Б.П.: 3185, 3223, 3245, 3293, 3372, 3458, 3627, 3654.

Для выполнения контрольной работы №1 необходимо находить суммы и исследовать сходимость функциональных рядов.

№2. Демидович Б.П.: 3968, 4095, 3990, 4103; Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., т.1, ч.III, гл.I: 218, 498.

Для выполнения контрольной работы №2 необходимо владеть техникой дифференцирования функций многих переменных и уметь применять дифференциал и частные производные при исследовании функций на экстремум и наибольшее и наименьшее значения.

4 семестр – 3 контрольные работы

№1. Демидович Б.П.: 4234, 4286, 4352, 4371; Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., т.1, ч.III, гл.III: 104, 170.

Для выполнения контрольной работы №1 необходимо уметь находить кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.

№2. Демидович Б.П.: 3718, 3736, 3758, 3793, 3819, 3843.

Для выполнения контрольной работы №2 необходимо исследовать несобственные интегралы, зависящие от параметра на сходимость и равномерную сходимость и уметь дифференцировать и интегрировать функции, заданные этими интегралами.

№3. Демидович Б.П.: 2945, 2955, 2961, 3885, 3898.

Для выполнения контрольной работы №3 необходимо строить ряды Фурье функций и исследовать сходимость этих рядов.

Вопросы к коллоквиуму

1. Множества и операции над множествами.
2. Равномощные множества. Счётные множества. Множества мощности континуума.
3. Аксиоматика множества действительных чисел.
4. Лемма о вложенных отрезках. Несчётность множества действительных чисел.
5. Грани числовых множеств.
6. Понятие числовой функции (отображения). График функции. Обратная функция.
7. Определение предела последовательности. Единственность предела.
8. Свойства сходящихся последовательностей, связанные с неравенствами.
9. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
10. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
11. Предел монотонной последовательности.
12. Число «е».
13. Подпоследовательности. Частичные пределы. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

14. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши.
15. Предел функции в точке. Определение по Коши и по Гейне.
16. Локальные свойства функций, имеющих предел в точке (ограниченность, определённость знака, свойства, связанные с неравенствами и операциями над функциями).
17. Понятие непрерывности функции в точке. Точки разрыва. Локальные свойства функций, непрерывных в точке.
18. Теоремы Вейерштрасса о функциях непрерывных на отрезке.
19. Теоремы Коши о функциях непрерывных на отрезке.
20. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
21. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.
22. Неравенства для тригонометрических функций.
23. Первый замечательный предел и его следствия.
24. Второй замечательный предел.
25. Следствия из второго замечательного предела.
26. Сравнение функций. О-символика.
27. Эквивалентные функции. Критерий эквивалентности функций. Применение при вычислении пределов функций.
28. Асимптоты графика функции.

Вопросы к экзамену

1 семестр

1. Множества и операции над множествами.
2. Равномощные множества. Счётные множества. Множества мощности континуума.
3. Аксиоматика множества действительных чисел.
4. Лемма о вложенных отрезках. Несчётность множества действительных чисел.
5. Грани числовых множеств.
6. Понятие числовой функции (отображения). График функции. Обратная функция.
7. Определение предела последовательности. Единственность предела.
8. Свойства сходящихся последовательностей, связанные с неравенствами.
9. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
10. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
11. Предел монотонной последовательности.
12. Число «е».
13. Подпоследовательности. Частичные пределы. Теорема Больцано - Вейерштрасса.
14. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши.
15. Предел функции в точке. Определение по Коши и по Гейне.
16. Локальные свойства функций, имеющих предел в точке (ограниченность, определённость знака, свойства, связанные с неравенствами и операциями над функциями).
17. Понятие непрерывности функции в точке. Точки разрыва. Локальные свойства функций, непрерывных в точке.
18. Теоремы Вейерштрасса о функциях непрерывных на отрезке.

19. Теоремы Коши о функциях непрерывных на отрезке.
20. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
21. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.
22. Неравенства для тригонометрических функций.
23. Первый замечательный предел и его следствия.
24. Второй замечательный предел.
25. Следствия из второго замечательного предела.
26. Сравнение функций. О - символика.
27. Эквивалентные функции. Критерий эквивалентности функций. Применение при вычислении пределов функций.

28. Асимптоты графика функции.
29. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение и геометрический смысл производной функции. Односторонние и бесконечные производные.
30. Дифференциал функции. Определение, геометрический смысл дифференциала.
31. Правила дифференцирования.
32. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
33. Таблица производных основных элементарных функций.
34. Производные и дифференциалы высших порядков.
35. Производные функций заданных параметрически и неявно.
36. Локальный экстремум функции. Теорема Ферма.
37. Теорема Ролля о нулях производной.
38. Теорема Лагранжа (формула конечных приращений) и её следствия.
39. Теорема Коши (обобщённая формула конечных приращений) и её следствие.
40. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
41. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
42. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора (Маклорена).
43. Теоремы Лопиталя.
44. Исследование монотонности функции с помощью производной.
45. Исследование функций на экстремум с помощью производной.
46. Наибольшее и наименьшее значения функции.
47. Исследование выпуклости функции и точек перегиба с помощью производной.
48. Понятие вектор-функции. Предел вектор-функции. Непрерывность вектор-функции.
49. Производная и дифференциал вектор – функции. Теорема Лагранжа для вектор - функций.
50. Понятие простой кривой. Параметризуемые кривые.
51. Касательная к кривой. Понятие гладкой кривой.
52. Длина дуги кривой.

2 семестр

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства.
2. Замена переменных (подстановка) в неопределенном интеграле.

3. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование простых рациональных дробей.
5. Интегрирование иррациональных выражений.
6. Интегрирование тригонометрических выражений.
7. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие существования.
8. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости функций.
9. Интегрируемость непрерывных функций.
10. Интегрируемость монотонных функций.
11. Основные свойства определенных интегралов.
12. Оценки определенных интегралов.
13. Свойства определенного интеграла как функции верхнего предела.
14. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
16. Замена переменных (подстановка) в определенном интеграле.
17. Несобственный интеграл по неограниченному промежутку.
18. Несобственный интеграл от неограниченной функции.
19. Основные свойства и способы вычисления несобственных интегралов.
20. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных функций.
21. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов.
22. Признак Дирихле сходимости несобственных интегралов.
23. Признак Абеля сходимости несобственных интегралов.
24. Абсолютно и условно сходящиеся интегралы.
25. Вычисление площади плоской фигуры, заданной в декартовых координатах.
26. Вычисление площади плоской фигуры, заданной в полярных координатах.
27. Вычисление объемов тел вращения с помощью определенного интеграла.
28. Вычисление объемов тел с заданными площадями их поперечных сечений.
29. Вычисление длины кривой с помощью определенного интеграла.
30. Вычисление площади поверхности вращения с помощью определенного интеграла.
31. Физические приложения определённого интеграла.
32. Сходимость числовых рядов. Необходимое условие сходимости числового ряда.
33. Свойства сходящихся числовых рядов.
34. Критерии сходимости числовых рядов.
35. Интегральный признак сходимости числового ряда.
36. Признаки сравнения числовых рядов.
37. Признак Даламбера сходимости числового ряда.
38. Признак Коши сходимости числового ряда.
39. Признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов и его следствия.
40. Признаки Дирихле и Абеля сходимости числовых рядов.
41. Абсолютная сходимость числовых рядов. Простейшие свойства.
42. Перестановка членов в абсолютно сходящихся рядах и перемножение абсолютно сходящихся рядов.
43. Условно сходящиеся числовые ряды. Теорема Римана.
44. Сходимость и равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда.
45. Критерии равномерной сходимости функциональной последовательности и функционального ряда.
46. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
47. Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости функционального ряда.
48. Непрерывность суммы функционального ряда.
49. Почленное интегрирование функционального ряда.
50. Почленное дифференцирование функционального ряда.
51. Степенные ряды. Теорема Абеля.

52. Радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши – Адамара.
53. Свойства степенных рядов.
54. Ряд Тейлора.
55. Интегральная форма остаточного члена формулы Тейлора.
56. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.

3 семестр

1. Предел функции многих переменных.
2. Различные типы пределов функции многих переменных (предел по множеству, предел по направлению, бесконечные пределы, повторные пределы).
3. Непрерывность функций многих переменных. Свойства функций многих переменных непрерывных в точке.
4. Свойства функций многих переменных непрерывных на множествах (теоремы Вейерштрасса, Коши, Кантора).
5. Дифференцируемость функций многих переменных.
6. Критерий дифференцируемости функций многих переменных.
7. Необходимое условие дифференцируемости функций многих переменных.
8. Достаточные условия дифференцируемости функций многих переменных.
9. Дифференцирование сложных функций многих переменных.
10. Формула конечных приращений для функции многих переменных. Производная по направлению. Градиент.
11. Дифференциал функции многих переменных.
12. Производные высших порядков функций многих переменных.
13. Дифференциалы высших порядков функций многих переменных.
14. Неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявных функций.
15. Формула Тейлора для функции многих переменных с остаточным членом в форме Лагранжа.
16. Формула Тейлора для функции многих переменных с остаточным членом в форме Пеано.
17. Необходимые условия экстремума функции многих переменных.
18. Достаточные условия экстремума функции многих переменных.
19. Условный экстремум функции многих переменных. Прямой метод отыскания точек условного экстремума.
20. Метод множителей Лагранжа. Теорема Лагранжа. Необходимые условия условного экстремума. Достаточные условия условного экстремума.
21. Определение кратного интеграла. Критерий интегрируемости.
22. Классы интегрируемых функций многих переменных.
23. Свойства кратных интегралов.
24. Сведение двойного интеграла по прямоугольнику к повторному интегралу.
25. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу в случае области произвольного вида.
26. Сведение тройного интеграла к повторному.
27. Замена переменных в кратных интегралах.
28. Использование полярных координат при вычислении двойных интегралов.

29. Использование цилиндрических координат при вычислении тройных интегралов.
30. Использование сферических координат при вычислении тройных интегралов.
31. Несобственные кратные интегралы.

4 семестр

1. Криволинейные интегралы первого рода.
2. Криволинейные интегралы второго рода.
3. Формула Грина.
4. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования (плоский случай).
5. Поверхности в пространстве R^3.
6. Площадь поверхности.
7. Поверхностные интегралы первого рода.
8. Поверхностные интегралы второго рода.
9. Формула Остроградского – Гаусса.
10. Соленоидальные поля.
11. Формула Стокса.
12. Потенциальные поля в пространстве R^3.
13. Определение и непрерывность собственных интегралов, зависящих от параметра.
14. Дифференцирование и интегрирование собственных интегралов, зависящих от параметра.
15. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
16. Критерий равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.
17. Признаки равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.
18. Непрерывность несобственных интегралов, зависящих от параметра.
19. Интегрирование несобственных интегралов, зависящих от параметра.
20. Дифференцирование несобственных интегралов, зависящих от параметра.
21. Гамма – функция Эйлера.
22. Ортогональные системы функций.
23. Ряд Фурье. Коэффициенты Фурье.
24. Лемма Римана.
25. Ядро Дирихле и его свойства.
26. Формула Дирихле.
27. Принцип локализации.
28. Условие Гёльдера.
29. Сходимость ряда Фурье в точке.
30. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

5.1 Основная литература:

1. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х т. М.: МЦНМО, 2007. Т. 1 – 657 с., Т. 2 – 789 с.

2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: 2009. – 558 с.

3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2226

4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2227).

5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных. М.: Физматлит, 2003. – 472 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2220).

5.2 Дополнительная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х т. Т. 1. М.: Лань, 2009. – 608 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=407). Т. 2. М.: Лань, 2009. – 800 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=408). Т. 3. М.: Лань, 2009. – 656 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=409).
2. Гелбаум Б., Омстед Дж. Контрпримеры в анализе. М.: ЛКИ, 2007. = 256 с.
3. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. М.: Физматлит, 2008. – 400 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2224).
4. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. М.: Физматлит, 2003. – 424 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2225).

5.3. Периодические издания:
Не используются при изучении курса.

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», *необходимых* для освоения дисциплины:

1. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – http://e.lanbook.com/
2. Электронная библиотечная система "Юрайт" – http://www.biblio-online.ru/

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Подготовка к зачету должна осуществляться в соответствии с вопросами зачета с оценкой и проводиться в форме собеседования. Вопросы к зачету объявляются на первом занятии по дисциплине «Задачи повышенной сложности по математике».

Во время подготовки к собеседованию обучающемуся рекомендуется:

1. Внимательно изучить вопросы, вынесенные на зачет, список рекомендованной литературы, требования, предъявляемые к ответу (уровень знаний и умений, критерии оценки ответа).

2. Подготовиться к повторению материала: обеспечить себя информационными ресурсами, которые предложены преподавателем, повторить конспекты лекций, изучить презентации, где выделены наиболее важные аспекты изучаемой темы.

3. Приступить к подготовке, используя имеющуюся литературу, конспекты лекций, сетевые ресурсы.

4. Выписать отдельно и уточнить на консультациях вопросы, вызывающие наибольшие трудности, и вопросы, ответы на которые неясны и вызывают сомнения.

5. Основную подготовку к зачету необходимо завершить за два дня до зачета. Оставшееся время следует посвятить повторению изученного материала, обращая особое внимание на точность определений математических понятий и понятий дисциплины.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Критерии оценивания	Количество баллов
Ответ грамотный, логично изложенный, существенные неточности отсутствуют. Проявлена достаточная научная и образовательнокультурная эрудиция.	зачет
В ответе значительные пробелы в фундаментальных знаниях, допускаются существенные ошибки.	незачет

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

8.1 Перечень информационных технологий

– Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;

– Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;

– Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;

– Использование электронных презентаций при проведении практических занятий;

– Работа с информационными справочными системами;

– Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения
– Офисный пакет приложений Microsoft Office.

8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем
– Электронные ресурсы библиотеки КубГУ – https://kubsu.ru/node/1145 (см. п. 6)
– Могут использоваться иные информационно-поисковые системы сети Интернет.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Рецензия
на рабочую программу дисциплины
«Математический анализ»
по направлению подготовки 01.03.01 Математика,
очной формы обучения.
Составитель рабочей программы:
доцент каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Мавроди Н.Н.

Рабочая программа полностью соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 Математика (уровень бакалавриата).

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Приведенные в программе примеры контрольных заданий, вопросы к коллоквиуму, экзаменационные вопросы и задания для самостоятельной работы могут оказать ощутимую помощь студентам при подготовке к текущему и итоговому контролю знаний, в применении методов дифференциального и интегрального исчисления для решения профессиональных задач.

Содержащийся перечень и количество практических занятий достаточен для формирования уровня подготовки, определенного требованиями ФГОС.

Перечень тем и разделов, которые должны изучить слушатели, а также основные требования к уровню подготовки слушателей объему знаний и умений, которым они должны обладать по каждой из перечисленных тем.

Рабочая программа дисциплины позволяет усвоить связи между различными разделами и теоремами математического анализа, а также способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» способствует приобретению и развитию умений и навыков для решения профессиональных задач методами математического анализа, формированию компетентного специалиста.

Рецензент,
Гусаков В.А.,
канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение–Юг».

Краснодарский край г.Краснодар Общество с ограниченной ответственностью «ПРОСВЕЩЕНИЕ-ЮГ» ИНН 2312054196 Для документов Российская Федерация

Рецензия

на рабочую программу дисциплины

«Математический анализ»

по направлению подготовки 01.03.01 Математика,

очной формы обучения.

Составитель рабочей программы:

доцент каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Мавроди Н.Н.

Рецензируемая рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

Указан перечень и описание компетенций, а также требования к знаниям, умениям и навыкам, полученным в ходе изучения дисциплины. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

В программе приведены оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение.

Указан перечень тем и разделов, которые должны изучить слушатели, а также основные требования к уровню подготовки слушателей объему знаний и умений, которым они должны обладать по каждой из перечисленных тем.

Содержащийся перечень тем лабораторных занятий достаточен для формирования уровня подготовки, определенного требованиями ФГОС.

Указана материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине с перечнем оборудования и технических средств обучения, обеспечивающих проведение всех видов учебной работы.

Рабочая программа дисциплины способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Изучение дисциплины формирует весь необходимый перечень компетенций, предусмотренных ФГОС ВО. Представленная программа содержательна, отвечает требованиям ФГОС ВО по построению и содержанию, поставленным задачам, включает достаточное количество разнообразных элементов, направленных на развитие умственных, творческих способностей обучающегося.

Засядко О.В., доцент, канд. пед. наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий ФГБОУ ВО КубГУ.