

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,
качеству образования и первый
проректор



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.05 Теория функций комплексного переменного

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль): "Математика, Информатика"

Программа подготовки: академическая

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2014

Рабочая программа дисциплины Б1.В.05 «Теория функций комплексного переменного» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

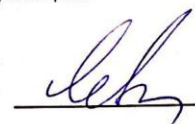
Программу составил:

Мавроди Н.Н., доцент кафедры теории функций



Рабочая программа дисциплины Б1.В.05 «Теория функций комплексного переменного» утверждена на заседании кафедры теории функций протокол № 7 «11» февраля 2014 г.

Заведующий кафедрой (разработчик) Левицкий Б.Е.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информационных образовательных технологий протокол № 8 «18» февраля 2014 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Грушевский С.П.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 2 «22» февраля 2014 г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.



Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко О.В., доцент пед. наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий ФГБОУ ВО КубГУ

1. Цели и задачи освоения дисциплины.

1.1 Цель дисциплины: «Теория функций комплексного переменного» состоит в освоении студентами методов исследования функций комплексного переменного и приложений этих методов к решению задач комплексного и вещественного анализа.

1.2 Задачи дисциплины:

- освоение студентом фундаментальных понятий теории функций комплексного переменного: регулярная функция, конформные отображения, интеграл от функции, ряды голоморфных функций, особые точки, вычет функции;
- формирование знаний о свойствах регулярных (аналитических) функциях, гармонических функциях, рядах регулярных функций, теории интеграла Коши;
- формирование навыков построения конформных отображений с помощью элементарных функций, разложения функций в ряды Лорана, определения характера особенностей функции;
- формирование знаний о теории вычетов; овладение умениями и навыками применения теории вычетов к вычислению некоторых типов определенных интегралов;
- формирование умений и навыков применения методов теории функций комплексного переменного в различных прикладных математических дисциплинах и задачах естественнонаучного содержания.
-

1.3 Место дисциплины в структуре (модуля) образовательной программы

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к вариативной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Для изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» требуются знания из курса математического анализа в объеме, включающем математический анализ функций одного и нескольких переменных (теорию пределов, непрерывность и дифференцируемость функций одного и нескольких переменных, элементы топологии евклидовой плоскости (открытые, замкнутые, компактные, связные множества), определенный (в том числе несобственный), криволинейный и двойной интеграл, формулу Грина, числовые и функциональные ряды, ряды Фурье), курса высшей алгебры, которые изучаются для направлений подготовки 44.03.05 Педагогическое образование

Знания, полученные в этом курсе, используются в математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, теории чисел, методах оптимизации и др.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих общепрофессиональных и профессиональных компетенций (ОПК, ПК): ОПК-1, ПК-1.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1	готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к	- фундаментальные понятия, основные утверждения, прикладные аспекты теории функций; глубокие межпредметные связи между изучением данного	- опираясь на базовые знания, исследовать и решать практические задачи в образовательной и профессиональной деятельности; осуществлять поиск,	- навыками практического использования методов и результатов комплекс-

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		осуществлению профессиональной деятельности	курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла	накопление и обработку информации	ного анализа при решении различных задач в профессиональной деятельности
2.	ПК-1	готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	- различные формы представления комплексных чисел, определения и свойства операций над ними, их геометрическую интерпретацию, основные понятия топологии комплексной плоскости. - понятие о функции комплексного переменного, дифференцируемости функции в смысле комплексного анализа; - понятие конформного отображения, геометрический смысл модуля и аргумента производной регулярной функции; - понятие гармонической функции, свойства гармонических функций; - определения и геометрические свойства элементарных функций комплексного переменного; - понятие криволинейного интеграла от функции комплексного переменного; - интегральную тео-	- производить арифметические операции над комплексными числами, используя различные формы представления комплексных чисел, их геометрическую интерпретацию; - определять разными способами дифференцируемость в смысле комплексного анализа; - вычислять значения в точке элементарных функций комплексного переменного; - строить конформные отображения и находить образ области при заданном конформном отображении; - вычислять криволинейные интегралы от функций комплексного переменного; - восстанавливать регулярную функцию по ее вещественной или мнимой части; - находить коэффициенты разложения в ряд Тейлора регулярных функций и	- навыками практического использования методов и результатов комплексного анализа при решении различных задач в профессиональной деятельности

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			рему Коши для односвязной и многосвязной области, интегральную формулу Коши; - свойства степенных рядов и равномерно сходящихся рядов регулярных функций; - способы классификации изолированных особых точек регулярных функций; - понятие вычета и способы применения вычетов для вычисления криволинейных и несобственных интегралов;	радиус сходимости степенного ряда; - находить коэффициенты разложения в ряд Лорана функций, регулярных в кольце; - определять характер изолированной особой точки регулярной функции, определять порядок нуля и порядок полюса; - вычислять вычеты регулярных функций в изолированных особых точках; - находить значения криволинейных интегралов и некоторых типов определенных интегралов с помощью вычетов.	

2. Структура и содержание дисциплины

2.1. Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зач. ед. (72 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)
		5
Контактная работа, в том числе:	38,2	38,2
Аудиторные занятия (всего):	36	36
Занятия лекционного типа	18	18
Лабораторные занятия	18	18
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-
Иная контактная работа:	2,2	2,2
Контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
Самостоятельная работа, в том числе:	33,8	33,8
Проработка учебного (теоретического) материала	30	30
Подготовка к текущему контролю	3,8	3,8
Контроль:	-	-
Подготовка к экзамену	-	-

Общая трудоемкость	час.	72	72
	в том числе кон- тактная работа	38,2	38,2
	зач. ед	2	2

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 5 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеауди- торная работа
			Л	ЛР	СРС
1	2	3	4	6	7
1	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости.	14	4	4	6
2	Комплексная дифференцируемость. Конформные отображения.	10	2	2	6
3	Теория интеграла.	20	6	6	8
4	Степенные ряды и ряды регулярных функций	10	2	2	6
5	Теория вычетов и ее применения	15,8	4	4	7,8
	<i>Итого по дисциплине:</i>		18	18	33,8

2.3 Содержание разделов дисциплины:

Виды и формы текущего контроля знаний студентов по дисциплине

№ п/п	Вид контроля	Форма контроля
1	Ат – аттестация по итогам первой половины семестра	По плану деканата
2	Дз – общее домашнее задание	Проверка тетрадей для практических занятий
3	К – коллоквиум – устный или письменный опрос по теоретическому материалу	Дифференцированная оценка
4	Кр – контрольная работа по индивидуальным карточкам	Дифференцированная оценка
5	Ср – самостоятельная работа по индивидуальным карточкам	Дифференцированная оценка
6	О – опрос по основным теоретическим положениям	Устный опрос на практических занятиях
7	Р – индивидуальная работа реферативного характера	Составление реферата
8	Д – доклад, сообщение	Выступление с сообщением
9	Т – тестирование – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний	Дифференцированная оценка
10	Из – индивидуальное типовое задание	Проверка тетрадей с выборочной защитой

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости.	Комплексные числа и арифметические операции над ними. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексного числа. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Предел последовательности комплексных чисел. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость. Множества и кривые на комплексной плоскости. Понятие n -связной области. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.	О
2	Комплексная дифференцируемость. Конформные отображения.	Функции комплексного переменного; предел, непрерывность, однолиственность. Примеры однолистных функций. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле. Понятие регулярной функции. Гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения, общие свойства. Дробно-линейные отображения: непрерывность, однолиственность, конформность, круговое свойство. Понятие инверсии, свойство сохранения симметричных точек. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями: линейной $w = az + b$, показательной $w = e^z$, логарифмической $w = \operatorname{Ln} z$, функциями $w = z^2$ и $w = \sqrt{z}$, функцией Жуковского, тригонометрическими и гиперболическими функциями.	Письменный опрос
3	Теория интеграла.	Определение и свойства криволинейного интеграла от функции комплексного переменного. Интегральная теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Неопределенный интеграл в комплексной области. Формула Ньютона – Лейбница. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций. Бесконечная дифференцируемость регулярных функций.	Р, Д.
4	Степенные ряды и ряды регулярных функций	Ряды регулярных функций в комплексной области, теорема Вейерштрасса о равномерной сходимости. Степенные ряды в комплексной области, теорема Абеля, радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора. Теорема Тейлора, единственность разложения регулярной функции в степенной ряд. Степенные	К (письменный опрос)

		ряды элементарных функций: $w = e^z, w = \sin z, w = \cos z,$ $w = \frac{1}{1-z}, w = \frac{1}{1+z}, w = shz, w = chz.$ Ряды Лорана, область его сходимости. Разложение регулярной функции в ряд Лорана, единственность разложения.	
5	Теория вычетов и ее применения	Изолированные особые точки однозначного характера; классификация изолированных особых точек. Полюсы регулярной функции, порядок полюса, связь между нулями и полюсами. Ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Приемы вычисления вычетов. Теорема о полной сумме вычетов. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi, \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx,$ $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) e^{iax} dx.$	Из, Р

2.3.2 Занятия семинарского типа

Занятия семинарского типа – не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1.	1. 3	2.
1	Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная форма представления комплексного числа. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.	Решение задач. О, Дз, Ср
2	Функции комплексного переменного. Предел функции и непрерывность. Элементарные функции комплексного переменного.	Решение задач. Дз.
3	Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Регулярные и гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части.	Решение задач. Дз.
4	Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.	Из, Кр, А
5	Дробно-линейная функция, ее свойства. Построение отображения по образам трех точек. Понятие инверсии, ее свойства. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями: линейной $w = az + b$, показательной $w = e^z$, логарифмической $w = Lnz$, функциями $w = z^2$ и $w = \sqrt{z}$, функцией Жуковского, тригонометрическими и гиперболическими функциями.	Из, Кр, А

6	Интеграл от функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная формула Коши и ее применения. Неопределенный интеграл в комплексной области. Формула Ньютона – Лейбница.	Решение задач. Письменный опрос.
7	Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда. Разложение регулярной функции в степенные ряды. Ряды Тейлора. Разложение в степенной ряд элементарных функций: $w = e^z$, $w = \sin z$, $w = \cos z$, $w = \frac{1}{1-z}$, $w = \frac{1}{1+z}$, $w = shz$, $w = chz$.	Кр
8	Ряды Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение функций в ряды Лорана.	Кр
9	Изолированные особые точки и их классификация. Вычеты, формулы для его вычисления. Основные теоремы о вычетах. Применение теории вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов видов $\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi$ и $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) e^{iax} dx$.	Решение задач. Из, Кр

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы – не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости.	Мавроди, Николай Николаевич (КубГУ). Аналитическое продолжение степенных рядов [Текст] : (приложения теории роста функций аналитических в угле и целых функций) : тексты лекций / Н. Н. Мавроди ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [Кубанский государственный университет], 2005. - 50 с. - Библиогр.: с. 48-49. - 30.00.
2	Комплексная дифференцируемость. Конформные отображения.	Мавроди, Николай Николаевич (КубГУ). Аналитическое продолжение степенных рядов [Текст] : (приложения теории роста функций аналитических в угле и целых функций) : тексты лекций / Н. Н. Мавроди ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [Кубанский государственный университет], 2005. - 50 с. - Библиогр.: с. 48-49. - 30.00.
3	Теория интеграла.	Мавроди, Николай Николаевич (КубГУ). Аналитическое продолжение степенных рядов [Текст] : (приложения теории роста функций аналитических в угле и целых функций) : тексты лекций / Н. Н. Мавроди ; М-во образования

		и науки Рос. Федерации, Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [Кубанский государственный университет], 2005. - 50 с. - Библиогр.: с. 48-49. - 30.00.
4	Степенные ряды и ряды регулярных функций	Мавроди, Николай Николаевич (КубГУ). Аналитическое продолжение степенных рядов [Текст] : (приложения теории роста функций аналитических в угле и целых функций) : тексты лекций / Н. Н. Мавроди ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [Кубанский государственный университет], 2005. - 50 с. - Библиогр.: с. 48-49. - 30.00.
5	Теория вычетов и ее применения	Мавроди, Николай Николаевич (КубГУ). Аналитическое продолжение степенных рядов [Текст] : (приложения теории роста функций аналитических в угле и целых функций) : тексты лекций / Н. Н. Мавроди ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [Кубанский государственный университет], 2005. - 50 с. - Библиогр.: с. 48-49. - 30.00.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, блиц - опросы, контрольные работы, коллоквиумы, зачёты. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому практическому занятию. Зачёт выставляется после отчёта по всем пройденным темам как минимум на «удовлетворительно».

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

В семестре студенты должны выполнить типовые индивидуальные задания (ИЗ) для самостоятельной работы по темам: «Дифференцирование и интегрирование функции комплексного переменного», «Теория вычетов и ее применение». Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ и выполнения самостоятельной работы. Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена

Интерактивные методы включают: метод презентации, дискуссии, метод текущего контроля, метод тестирования и др.

Вопросы, вынесенные на дискуссию

1. Проверка существенности условий теорем (по усмотрению лектора).
2. Самостоятельное доказательство теорем с данной формулировкой и планом доказательства (по усмотрению лектора)
3. Составление плана и поиск решения задачи.
4. Решение задач различными способами.

5. Взаимная и самопроверка знаний и обсуждение полученных результатов.
6. Самостоятельное составление задач по указанной теме.

Интерактивные методы включают: метод презентации, дискуссии, метод текущего контроля, метод тестирования и др.

Студентам предлагаются несколько тем для подготовки рефератов по разделам, выделенным для самостоятельного изучения. Например: «Гидродинамический смысл комплексной дифференцируемости, гидродинамическое истолкование гармонических и аналитических функций»

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

4.1. Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

Перечень примерных контрольных вопросов и задач для самостоятельной работы.

Контрольная работа №1

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа $\frac{(1+i)^8}{(1-i)^{10}}$.
2. Изобразить на плоскости множество точек, заданное неравенствами

$$\left\{ |z-i| \leq \frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{3\pi}{2} \right\}.$$

3. Выяснить, какие множества z комплексной плоскости удовлетворяют неравенствам

$$\operatorname{Re} \frac{i}{z} < \frac{1}{2}.$$

4. Определить вид кривой $z = 1 + t + i(t^2 - 2t)$.
5. Найти коэффициент растяжения k и угол поворота α касательной α для отображения $f(z) = \frac{e^{iz} - i}{e^{iz} + i}$ в точке $z_0 = \pi$.
6. Найти образ области D при отображении функцией $w = f(z)$,

$$\left\{ |z| \leq 1, 0 < \arg z < \frac{\pi}{6} \right\}, w = z^3.$$

7. Найти образ области $D = \{z : |z| > 1, \operatorname{Im} z > 0\}$ при отображении дробно-линейной функцией $w = f(z)$, удовлетворяющей условиям

$$f(0) = \infty, f(1+i) = 1, f(2i) = 0.$$

Контрольная работа №2

1. Вычислить интеграл $\int_L (iz^2 - 2z) dz$, где кривая L – отрезок, соединяющий точки

$$z_1 = 0 \text{ и } z_2 = \frac{\pi i}{2}.$$

2. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z=0$ функцию

$$f(z) = \frac{z+1}{z^2+4z-5}$$

и найти радиус сходимости ряда

3. Разложить в ряд Лорана по степеням $z-a$ функцию

$$f(z) = \frac{z}{(z+1)(z-2)}, \text{ а) } a=0, \text{ б) } a=i.$$

4. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\oint_{|z|=2} \frac{dz}{(z-3)(z^5-1)}.$$

5. Вычислить с помощью теории вычетов несобственные интегралы:

$$\text{а) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+9)}, \text{ б) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos x}{x^2-2x+10} dx.$$

6. Вычислить с помощью теории вычетов определенный интеграл:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{5+3\cos\varphi}.$$

1. Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа z , если

$$z = -3(i-1) \left(\cos \frac{\pi}{5} - i \sin \frac{\pi}{5} \right).$$

2. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z , если

$$z = \frac{(-1+i\sqrt{3})^5}{(1+i\sqrt{3})}.$$

3. Найти все значения корня и изобразить их на плоскости

$$\sqrt[3]{27i}.$$

4. Изобразить на плоскости множество точек, заданное неравенствами

$$1) \{ |z-3i| \geq 4, -1 \leq \operatorname{Re} z < 3 \}, 2) \left\{ |z-i| \leq \frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{3\pi}{2} \right\}.$$

5. Выяснить, какие множества z комплексной плоскости удовлетворяют неравенству

$$1) \operatorname{Re} i(z^2+2z) \leq 0, 3) \operatorname{Re} \frac{i}{z} < \frac{1}{2}.$$

Контрольная работа №2

1. Найти коэффициент растяжения k и угол поворота α касательной для отображения

$$f(z) = \frac{e^{iz} - i}{e^{iz} + i}$$

в точке $z_0 = \pi$.

2. Найти образ области D при отображении функцией $w = f(z)$,

$$\left\{ |z| \leq 1, 0 < \arg z < \frac{\pi}{6} \right\}, w = f(z) = z^3.$$

3. Найти образ области $D = \{z : |z| > 1, \operatorname{Im} z > 0\}$ при отображении дробно-линейной функцией $w = f(z)$, удовлетворяющей условиям

4. Вычислить интеграл $\int_L (iz^2 - 2z) dz$, где кривая L – отрезок, соединяющий точки

$$z_1 = 0 \text{ и } z_2 = \frac{\pi i}{2}.$$

Контрольная работа №3

1. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z=0$ функцию

$$f(z) = \frac{z+1}{z^2 + 4z - 5}$$

и найти радиус сходимости ряда

2. Разложить в ряд Лорана по степеням $z - a$ функцию

$$f(z) = \frac{z}{(z+1)(z-2)}, \text{ а) } a = 0, \text{ б) } a = i.$$

3. Найти вычеты функции $f(z)$ относительно всех ее изолированных особых точек и относительно бесконечно удаленной точки (если она не является предельной для особых точек).

$$f(z) = \frac{\sin z}{(z+1)^2}.$$

4. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\oint_{|z|=2} \frac{dz}{(z-3)(z^5-1)}.$$

5. Вычислить с помощью теории вычетов несобственные интегралы:

$$\text{а) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+9)}, \text{ б) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos x}{x^2-2x+10} dx.$$

6. Вычислить с помощью теории вычетов определенный интеграл:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{5+3\cos\varphi}.$$

Вопросы к коллоквиуму по дисциплине

Определения и формулировки теорем.

1. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.

2. Предел последовательности комплексных чисел.
3. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.
4. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корня n -ой степени из комплексного числа.
5. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность.
6. Функция, дифференцируемая в смысле комплексного анализа. Условия Коши-Римана. Понятие регулярной функции.
7. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле.
8. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.
9. Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства.
10. Теорема Коши для односвязной области
11. Теорема Коши для многосвязной области.
12. Интегральная формула Коши для односвязной области.
13. Интегральная формула Коши для многосвязной области.
14. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций.
15. Гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части.
16. Теорема Абеля.
17. Теорема Коши о вычетах.

Доказательства утверждений

1. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле. Условия Коши-Римана.
2. Теорема Коши для односвязной области
3. Теорема Коши для многосвязной области.
4. Интегральная формула Коши для односвязной области.
5. Интегральная формула Коши для многосвязной области.
6. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций.
7. Гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части.
8. Теорема Абеля.
9. Теорема Тейлора.
10. Теорема Лорана.
11. Теорема Коши о вычетах.

4.2. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачету по дисциплине

1. Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическая интерпретация.
2. Тригонометрическая и показательная форма представления комплексного числа.
3. Формулы Эйлера и Муавра.
4. Извлечение корня n -ой степени из комплексного числа.
5. Предел последовательности комплексных чисел.
6. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость.
7. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность.
8. Интегрирование функции комплексного переменного. Свойства интегралов.
9. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
10. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле.
11. Понятие регулярной функции. Гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части.
12. Интегральная теорема Коши и ее применения.
13. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

14. Интегральная формула Коши и ее применения.
15. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения
16. Линейная функция $w = az + b$ и её свойства.
17. Показательная функция $w = e^z$ и её свойства. Функция $w = Lnz$
18. Отображение, осуществляемое функциями z^2 и $z = \sqrt{w}$.
19. Отображение $w = \frac{1}{z}$ и его свойства. Понятие инверсии, свойства.
20. Дробно-линейная функция, ее свойства.
21. Свойство сохранения симметричных точек при дробно-линейных отображениях.
22. Построение дробно-линейного отображения по заданному соответствию трех пар точек.
23. Функция Жуковского и ее свойства.
24. Тригонометрические и гиперболические функции.
25. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.
26. Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса.
27. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
28. Разложение регулярной функции в степенные ряды. Ряды Тейлора.
29. Разложение в степенной ряд элементарных функций:
30. $w = e^z$, $w = \sin z$, $w = \cos z$, $w = \frac{1}{1-z}$, $w = \frac{1}{1+z}$, $w = shz$, $w = chz$.
31. Ряды Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение функций в ряды Лорана.
32. Изолированные особые точки и их классификация. Ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки.
33. Полюсы регулярной функции, порядок полюса, связь между нулями и полюсами.
34. Определение вычета в конечной изолированной особой точке, формулы для его вычисления.
35. Основная теорема о вычетах.
36. Вычет в бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.
37. Вычисление с помощью вычетов определенных интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi$.
38. Вычисление с помощью вычетов несобственных интегралов вида:
 $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx, \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) e^{i\alpha x} dx.$

Примерный перечень практических заданий к зачету

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа

$$\frac{(-1 + i\sqrt{3})^5}{(1 + i)^{10}}$$

2. Представить в алгебраической форме

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \right)^{1-i}$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости.

$$\sqrt[4]{-64i}.$$

4. Изобразить на плоскости множество точек, заданное неравенствами

$$\{|z - i| < 1, |z + 2i| \leq 3\}.$$

5. Выяснить, какие множества z комплексной плоскости удовлетворяют неравенствам

$$\operatorname{Im} i\bar{z}^2 > 2;$$

6. Найти образ области D при отображении функцией $w = f(z)$

$$\left\{|z| > 2, \frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{\pi}{2}\right\}, w = z^2;$$

7. Вычислить интеграл

$$\int_L (z^3 + 2z) dz,$$

где кривая L – отрезок, соединяющий точки $z_1 = 0$ и $z_2 = 1 + 2i$.

8. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z = 0$ функцию

$$f(z) = e^z \cos z.$$

9. Разложить в ряд Лорана по степеням $z - a$ функцию

$$f(z) = \frac{z}{(z+i)(z-1)}, \text{ а) } a = 0, \text{ б) } a = i.$$

10. Найти изолированные особые точки функции $f(z)$ и установить их характер

$$f(z) = \frac{\cos z^2 - 1}{z^3}.$$

11. Найти изолированные особые точки функции $f(z)$ и установить их характер

$$f(z) = \frac{z}{(z+2)(z-1)^3}.$$

12. Найти вычеты функции $f(z)$ относительно всех ее изолированных особых точек и относительно бесконечно удаленной точки (если она не является предельной для особых точек).

$$f(z) = \frac{\sin z}{(z+1)^2}.$$

13. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\oint_{|z|=1} \frac{\cos \varphi dz}{z^3}.$$

14. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении

$$\oint_{|z|=2,3} \frac{dz}{(z-3)(z^2-1)}.$$

15. Вычислить с помощью теории вычетов определенный интеграл:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{5+3\cos\varphi}.$$

16. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интегралы:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2+4)(x^2+25)}.$$

17. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интегралы:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin 3x}{x^2-2x+10} dx.$$

18. Вычислить с помощью теории вычетов определенный интеграл:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(4+3\cos\varphi)^2}.$$

19. Вычислить несобственный интеграл от рациональной функции с помощью теории вычетов.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+9)}.$$

20. Вычислить несобственный интеграл от рациональной функции с помощью теории вычетов.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$$

21. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z = 0$ функцию

$$f(z) = \frac{z+1}{z^2+4z-5}$$

и найти радиус сходимости ряда

22. Разложить в ряд Лорана по степеням $z-a$ функцию

$$f(z) = \frac{z}{(z+i)(z-1)}, \text{ а) } a=0, \text{ б) } a=i$$

23. Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{i+2}{i-3} \right)^{3n}.$$

24. Найти функцию $w = f(z)$, конформно отображающую область D на верхнюю полуплоскость ($\bar{C}$ – расширенная комплексная плоскость).

$$D = \{z : |z| < 1; |z - i| < 1\}.$$

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1. Основная литература:

1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с.

(см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322)

2. Волковвысский И.М., Лунц, Араманович. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с.

(см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763).

5.2. Дополнительная литература:

1. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной : учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2010. - 334 с. - (Курс высшей математики и математической физики). - ISBN 978-5-9221-0133-2 (Вып. 5), 978-5-9221-0134-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75710>

2. Волковвысский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Л.И. Волковвысский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. - 4-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2002. - 313 с. - ISBN 978-5-9221-0264-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68541>

3. Мавроди, Николай Николаевич (КубГУ).

Аналитическое продолжение степенных рядов [Текст] : (приложения теории роста функций аналитических в угле и целых функций) : тексты лекций / Н. Н. Мавроди ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [Кубанский государственный университет], 2005. - 50 с. - Библиогр.: с. 48-49. - 30.00. (5 шт.)

5.3. Периодические издания:

Не предусмотрены.

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. ЭБС "Университетская библиотека ONLINE" – <http://biblioclub.ru/>

2. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>

3. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>

4. Scopus – база данных рефератов и цитирования – <http://www.scopus.com/>

5. Web of Science (WoS) –

http://apps.webofknowledge.com/WOS_GeneralSearch_input.do?product=WOS&search_mode=GeneralSearch&SID=V2yRRW6FP9RssAaul78&preferencesSaved

6. Научная электронная библиотека (НЭБ) – <http://www.elibrary.ru/>

7. Архив научных журналов – <http://archive.neicon.ru/>

8. Электронная Библиотека Диссертаций – <https://dvs.rsl.ru/>

9. Национальная электронная библиотека – <http://нэб.пф/>

10. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <http://infoneeds.kubsu.ru/>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и поднимаются проблемные вопросы; практических занятий, на которых широко используются активные и интерактивные образовательные технологии; лабораторных, в процессе проведения которых обучающиеся отрабатывают навыки решения конкретных научных задач.

Важнейшими составляющими курса являются такие виды занятий, как самостоятельная работа студентов, такая как разбор лекций, работа с литературой, отработка навыков решения практических задач, подготовка реферата. В процессе самостоятельной работы обучающимися активно используются информационные справочные системы.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе дискуссии с студентами, дающей представление о динамике роста знаний студентов и их научном потенциале; учета активности студента на занятиях и оценке выступления обучающегося при изложении реферата. Контроль также осуществляется путем проведения контрольных работ.

Итоговый контроль осуществляется в форме зачета.

Критерии оценивания	Количество баллов
Ответ грамотный, логично изложенный, существенные неточности отсутствуют. Проявлена достаточная научная и образовательнoкультурная эрудиция.	зачет
В ответе значительные пробелы в фундаментальных знаниях, допускаются существенные ошибки.	незачет

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

8.1 Перечень информационных технологий

- Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;
- Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий;
- Работа с информационными справочными системами;
- Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

- Офисный пакет приложений Microsoft Office.

8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем

- Электронные ресурсы библиотеки КубГУ – <https://kubsu.ru/node/1145> (см. п. 6)
- Могут использоваться иные информационно-поисковые системы сети Интернет.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Рецензия
на рабочую программу дисциплины
«Теория функций комплексного переменного»
по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование,
очной формы обучения.
Составитель рабочей программы:
доцент каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Мавроди Н.Н.

Рецензируемая рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование.

Указан перечень и описание компетенций, а также требования к знаниям, умениям и навыкам, полученным в ходе изучения дисциплины. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

В программе приведены оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение.

Указан перечень тем и разделов, которые должны изучить слушатели, а также основные требования к уровню подготовки слушателей объема знаний и умений, которым они должны обладать по каждой из перечисленных тем.

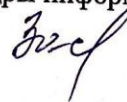
Содержащийся перечень тем лабораторных занятий достаточен для формирования уровня подготовки, определенного требованиями ФГОС.

Указана материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине с перечнем оборудования и технических средств обучения, обеспечивающих проведение всех видов учебной работы.

Программа составлена квалифицированно, отличается системным подходом. В ней охвачены все основные вопросы по данной дисциплине, профессиональная значимость которых, при подготовке компетентных специалистов, особенно велика.

Изучение дисциплины формирует весь необходимый перечень компетенций, предусмотренных ФГОС ВО. Представленная программа содержательна, отвечает требованиям ФГОС ВО по построению и содержанию, поставленным задачам, включает достаточное количество разнообразных элементов, направленных на развитие умственных, творческих способностей обучающегося.

Засядко О.В., доцент, канд. пед. наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий ФГБОУ ВО КубГУ.



Рецензия
на рабочую программу дисциплины
«Теория функций комплексного переменного»
по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование,
очной формы обучения.

Составитель рабочей программы:
доцент каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Мавроди Н.Н.

Рабочая программа полностью соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование.

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Приведенные в программе примеры контрольных заданий, вопросы к коллоквиуму, экзаменационные вопросы и задания для самостоятельной работы могут оказать ощутимую помощь студентам при подготовке к текущему и итоговому контролю знаний, в применении методов комплексного анализа для решения профессиональных задач.

Для усиления самостоятельной работы и повышения качества знаний студентам предлагаются типовые задания для индивидуальной самостоятельной работы.

Рабочая программа дисциплины позволяет усвоить связи между различными разделами и теоремами комплексного анализа, а также способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Рабочая программа дисциплины «Теория функций комплексного переменного» способствует приобретению и развитию умений и навыков для решения профессиональных задач методами теории функций комплексного переменного, формированию компетентного специалиста.

Рецензент,
Гусаков В.А.,
канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение-Юг».

