Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе, качеству образования – первый проректор
_____ Иванов А.Г.
«01» июля 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.10.01 РЕШЕТКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В АЛГЕБРЕ

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль): Алгебра, теория чисел и дискретный анализ

Программа подготовки академическая

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

Краснодар 2016

Рабочая программа дисциплины «РЕШЕТКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В АЛГЕБРЕ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки по профилю «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Программу составил

Г.Н. Титов, канд. физ.-мат. наук, доцент Титов

Рабочая программа дисциплины «РЕШЕТКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В АЛГЕБРЕ» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры
протокол № 14 «7» июня 2016 г.
Заведующая кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры (выпускающей) функционального анализа и алгебры
протокол № 14 «7» июня 2016 г.
Заведующая кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 3 «20» июня 2016 г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н. Титов

Рецензенты:
Терещенко И.В., заведующий кафедрой общей математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», кандидат физ.–мат. наук, доцент;
Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физ.-мат. наук, доцент.

1. Цели и задачи освоения дисциплины.

1.1 Цель дисциплины

Дальнейшее формирование у студентов приобретенных знаний по фундаментальной и компьютерной алгебре (1-й и 2-й курсы), а также знаний по тематике, связанной с комбинаторными вопросами алгебраических систем (3-й курс).

1.2. Задачи дисциплины

Получение основных теоретических и алгоритмических сведений по теории решеток в связи с их применением в теории групп, развитие познавательной деятельности и приобретение практических навыков работы с алгебраическими понятиями в дискретной математике.

1.2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина (Б1.В.ДВ.10.01) «Решетки и их применения в алгебре» по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) по профилю подготовки «Алгебра и дискретная математика» относится к вариативной части (В) дисциплин по выбору студента (ДВ) учебного плана, являющегося структурным элементом ООП ВО. Дисциплина изучается в 7-ом семестре и продолжает начатое на первых трех курсах алгебраическое образование студентов соответствующего направления подготовки. Знания, полученные в этом курсе, могут быть использованы в дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках программы курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра», а также основными понятиями одного из курсов «Элементы комбинаторной теории групп» или «Конечные группоиды и их представления».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с компьютерными приложениями алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, а также для продолжения обучения в магистратуре по соответствующему направлению подготовки.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенции: ОПК-1, ПК-1, ПК-3.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
1.	ОПК-1	Готовностью использовать фундаментальные знания в области алгебры в будущей профессиональной деятельности.	основные понятия и теоремы дисциплины, а также некоторые ее приложения с целью возможного применения их в буду-	классифицировать решетки и группы в зависимости от свойств решеток их подгрупп, использовать приобретенные знания в последу-	некоторыми навыками построения математической теории с целью ее использования для решения вопросов, как в алгебре, так и в

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
			щей профессиональной деятельности;	ющих научных исследованиях;	других областях научной деятельности;
2.	ПК-1	Способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области.	основополагающие понятия дисциплины и их закономерные взаимосвязи;	в каждом разделе дисциплины выделять основные положения (теоремы) и закономерности, связующие их в единую теорию;	навыками определения общих форм и закономерностей на стыке теории решеток и теории групп.
3.	ПК-3	Способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.	различные методы доказательств утверждений, формулировки основных понятий и теорем курса;	формулировать определения и основные теоремы курса, строго доказывать утверждения и следствия из них;	навыками доказательств утверждений на основе определений и доказанных теорем.

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы (144 часа, из них контактных 74,3 часа: лекционных 36 часов, лабораторных занятий 36 часов, контролируемая самостоятельная работа 2 часа и промежуточная аттестация 0,3 часа; самостоятельная работа 25 часов; подготовка к экзамену 44,7 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)		
		6		
Контактная работа, в том числе:				
Аудиторные занятия (всего):	**72**	**72**		
Занятия лекционного типа	36	36	-	-
Лабораторные занятия	36	36	-	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-	-
	-	-	-	-
Иная контактная работа:				
Контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2		
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3		
Самостоятельная работа, в том числе:				
Курсовая работа	-	-	-	-
Проработка учебного (теоретического) материала	8	8	-	-
Выполнение домашних заданий	6	6	-	-
Реферативный отчет	3	3	-	-

Подготовка к текущему контролю		8	8	-	-
Контроль:					
Подготовка к экзамену		44,7	44,7		
Общая трудоемкость	**час.**	**144**	**144**	**-**	**-**
	в том числе контактная работа	**74,3**	**74,3**		
	зач. ед	**4**	**4**		

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1	Типы решеток	41	16	-	16	9
2	Решетка подгрупп группы	28	10	-	10	8
3	Группы с заданными свойствами решетки подгрупп	28	10	-	10	8
	Итого по дисциплине:		**36**	**-**	**36**	25

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Типы решеток	Виды бинарных отношений. Отношение эквивалентности, основная теорема. Отношение частичного порядка, грани подмножеств. Диаграмма частично упорядоченного множества. Представление частично упорядоченные множества подмножествами фиксированного множества. Изоморфизм частично упорядоченных множеств. Решетки, их изоморфизм. Типы решеток: дистрибутивные решетки, модулярные решетки, полумодулярные решетки, решетки с дополнениями,	Устный опрос, контролирование подготовки доклада

		булевы решетки, булевы алгебры.	
2	Решетка подгрупп группы	Подгруппа группы, критерий подгруппы. Порождение подгруппы другими подгруппами. Решетка подгрупп группы. Нормальные подгруппы. Решетка нормальных подгрупп группы. Факторгруппы, их решетка подгрупп. Нормальные и субнормальные ряды групп. Разрешимые, сверхразрешимые и нильпотентные группы Прямое произведение групп (подгрупп). Примарные конечные группы, их нильпотентность. Теорема Силова для конечных групп. Критерий нильпотентности конечной группы. Решетки подгрупп групп малых порядков.	Устный опрос, контролирование подготовки доклада
3	Группы с заданными свойствами решетки подгрупп	Решетка подгрупп циклической группы, ее дистрибутивность. Теорема Оре. Прямое произведение решеток. Решетка подгрупп конечной абелевой группы, ее модулярность. Примеры неабелевых групп с модулярной решеткой подгрупп. Гамильтоновы группы, группа кватернионов. Строение гамильтоновых групп, модулярность решетки их подгрупп. Перестановочность подгрупп, критерий перестановочности. Квазинормальная подгруппа, ее нормальность. Квазигамильтоновы группы, модулярность решетки их подгрупп. Строение конечных квазигамильтоновых групп. Теорема о сверхразрешимости конечных групп, решетка подгрупп которых удовлетворяет условию Жордана-Дедекинда.	Устный опрос, контролирование подготовки доклада

2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Типы решеток	Определение вида бинарного отношения. Построение матрицы бинарного отношения, изменение матрицы при переупорядочивании элементов множества. Разбиение множества на попарно непересекающиеся подмножества. Построение диаграммы частично упорядоченного множества. Представление частично упорядоченные множества своими подмножествами. Проверка свойств бинарных отношений в матричной терминологии. Построение диаграмм решеток. Определение типа решетки: дистрибутивная, модулярная или полумодулярная.	Проверка домашнего задания, отчет по докладу, контрольная работа
2	Решетка подгрупп группы	Симметрическая группа подстановок n-й степени. Проверка подмножества по критерию подгруппу группы, заданной таблицей Кэли. Построение решеток подгрупп некоторых конечных групп подстановок. Построение решетки нормальных подгрупп данной конечной группы.группы. Построение решетки подгрупп факторгруппы. Описание нормальных и субнормальных рядов в некоторых конечных группах. Классификация групп: абелевы, нильпотентные, сверхразрешимые и разрешимые. Разложение абелевой группу в прямое проиведение примарны х циклических подгрупп.. Иллюстрация на примерах теоремы Силова для конечных групп. Построение решеток подгрупп некоторых групп малых порядков. Построение решетки подгрупп конечной циклической группы.	Проверка домашнего задания, отчет по докладу, контрольная работа
3	Группы с заданными	Проверка на дистрибутивность ре-	Проверка до-

	свойствами решетки подгрупп	шетки подгрупп циклической группы. Построение прямого произведения решеток. Построение решетки конечной абелевой группы по ее набору инвариантов. Проверка на модулярность решетки подгрупп абелевой группы. Построение примеров неабелевых групп с модулярной решеткой подгрупп. Примеры неабелевых гамильтоновых группы. Проверка на модулярность решетки подгрупп группы кватернионов. Применение критерия перестановочности подгрупп, проверка на квазинормальность. Примеры негамильтоновых квазигамильтоновых групп. Иллюстрация теоремы Ивасавы о конечных группах, у которых решетка подгрупп удовлетворяет условию Жордана-Дедекинда.	машнего задания, отчет по докладу.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Типы решеток	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
2.	Решетка подгрупп группы	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
3.	Группы с заданными свойствами решетки подгрупп	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.
Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.
Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3 Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы, лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, реферативно-творческие отчеты (по некоторым темам в виде презентации) и экзамен. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. Проводятся две контрольных работы (каждая продолжительностью 2 акад. часа) по темам разделов 1-2. Каждый студент готовит реферативный отчет по одной из ниже предложенных в пункте 4.1.2 тем. К экзамену студент допускается после выполнения определенного количества (практических и теоретических) заданий контрольных работ и реферативного отчета. В случае невыполнения какого-то из приведенных требований, студенту в ходе сдачи экзамена предлагаются дополнительные вопросы по теме реферата (при отсутствии отчета по реферату) или практические задания (при невыполнении контрольной работы). К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Решетки и их применения в алгебре» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала на занятиях в ходе дискуссий, а также на лабораторных занятиях в ходе студенческих реферативно-творческих отчетов с использованием компьютерных технологий.

3.1 Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными, реферативно-творческие доклады. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, обсудить доклад, высказать своё мнение. Основной объем использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий, как на лекционных, так и на лабораторных занятиях.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

1. Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
2. Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Обсуждение логической составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контрпримеров.
5. Самостоятельное составление студентами опорных заданий по теме, характеризующих глубину понимания соответствующего материала.

3.2 Использование компьютерных технологий

Применение на занятии компьютерных технологий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса комбинаторной теории групп более глубоко освоить некоторые понятия и наглядно на блок-схемах или в ходе описания компьютерных программ изучить указанные в содержании дисциплины алгоритмы. В этой связи определенные лекционные и лабораторные занятия преподавателю целесообразно проводить в виде презентации. Также в виде презентации в соответствии с темой лабораторного занятия студенты
могут представлять некоторые свои реферативно-творческие отчеты.

Вид занятия (Л, ЛЗ)	**Используемые интерактивные образовательные технологии**	**Количество часов**
Л	« Изоморфизмы частично упорядоченных множеств и решеток» (раздел 1) – *лекция в виде презентации.*	2
ЛЗ	«Построение (суб)нормальных и центральных рядов некоторых групп» (раздел 2) - *лабораторное занятие в виде презентации.*	2
Л	«Группы с дистрибутивной решеткой подгрупп» (раздел 3) – *лекция в виде презентации.*	2
ЛЗ	«Примеры конечных групп с заданными свойствами решетки подгрупп» (раздел 3) – *лабораторное занятие в виде презентации.*	2

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

Контрольные работы и реферативно-творческие отчеты оцениваются по пятибалльной системе. На лабораторных занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

4.1.1 Примерные контрольные работы

Контрольная работа № 1

Дано множество $N_5 = \{1;2;3;4;5\}$ и дано бинарное отношение на этом множестве вида $\rho = \{(1;1),(2;2),(3;3),(4;4),(5;5),(1;2),(1;3),(1;4),(1;5),(2;5),(3;5),(4;5)\}$.

1. Докажите, что ρ является отношением частичного порядка.
2. Докажите, что $< N_5; \rho >$ – модулярная, но не дистрибутивная решетка.
3. Постройте диаграмму решетки подгрупп циклической группы Z_{36}.
4. Полумодулярные решетки, их связь с модулярными решетками (теория).

Контрольная работа №2

1. Постройте диаграмму решетки нормальных подгрупп группы

$G = < a, b | a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 >$.

2. Постройте диаграмму решетки подгрупп группы кватернионов $H_0 = < a, b | a^4 = 1, a^2 = b^2, b^{-1}ab = a^{-1} >$, обоснуйте модулярность этой решетки и укажите какие-нибудь три подгруппы, нарушающие выполнимость в ней дистрибутивного свойства.
3. Проверьте выполнимость условия Жордана-Дедекинда в решетках подгрупп групп S_3 и A_4.
4. Формулировка теоремы Силова с иллюстрацией каждого ее положения на конкретных примерах (теория).

4.1.2 Примерные темы реферативных отчетов

1. Эквивалентные определения дистрибутивных решеток.
2. Эквивалентные определения конечных модулярных решеток.
3. Полумодулярные решетки, примеры групп со свойством полумодулярности решетки подгрупп.
4. Решетки подгрупп групп малых порядков.
5. Доказательство теоремы о сверхразрешимости конечной группы с решеткой подгрупп, удовлетворяющей условию Жордана-Дедекинда.
6. Теорема о строении секций (суб)нормального ряда подгруппы группы с известным (суб)нормальным рядом.
7. Теорема о строении секций (суб)нормального ряда факторгруппы группы с известным (суб)нормальным рядом.
8. (Сверх)разрешимость подгрупп и факторгрупп (сверх)разрешимых групп.
9. Порождающие и непорождающие элементы группы, подгруппа Фраттини.
10. Терема Бернсайда о базисе для конечных примарных групп.
11. Формулировка теоремы Бернсайда-Виландта о конечных нильпотентных группах с иллюстрацией на примерах.
12. Доказательство теоремы Силова (существование и вложение).
13. Доказательство теоремы Силова (сопряженность и количество).
14. Формулировка теоремы Ф. Холла о конечных разрешимых группах с иллюстрацией на примерах.
15. Решеточная и групповая дополняемость подгрупп конечных групп.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

4.2.1 Примерный список теоретических вопросов к экзамену

1. Бинарное отношение на множестве. Возможные свойства бинарных отношений с иллюстрацией на примерах.
2. Виды бинарных отношений, примеры.
3. Основная теорема об отношении эквивалентности.
4. Понятие о гранях подмножеств частично упорядоченного множества.
5. Алгоритм построения диаграммы частично упорядоченного множества с иллюстрацией на примерах.
6. Изоморфизм частично упорядоченных множеств.
7. Теорема о представлении частично упорядоченного множества подмножествами некоторого множества.

8. Определение решетки. Изоморфизм решеток.
9. Порождающее множество элементов (под)группы. Порождение подгруппы другими подгруппами. Примеры.
10. Решетка подгрупп группы. Примеры.
11. Описание решетки подгрупп циклической группы.
12. Прямое произведение групп (подгрупп).
13. Прямое произведение решеток.
14. Теорема о решетке подгрупп прямого произведения групп взаимно простых порядков.
15. Нормальный и субнормальный ряды группы, связанные с ними понятия.
16. Коммутант и центр группы. Критерий абелевости факторгруппы.
17. Разрешимая группа, эквивалентные определения и примеры.
18. Сверхразрешимая группа, определение и примеры.
19. Нильпотентная группа, эквивалентные определения и примеры.
20. Нильпотентность конечной p-группы.
21. Формулировка теоремы Силова (существование, вложение, сопряженность, количество) для конечных групп с иллюстрацией на примерах групп S_3 и Z_{12}.
22. Критерий нильпотентности конечной группы.
23. Дистрибутивность решетки делителей натурального числа.
24. Дистрибутивность решетки подгрупп конечной циклической группы.
25. Формулировка теоремы Оре о строении групп с дистрибутивной решеткой подгрупп с иллюстрацией на примере нециклической бесконечной группы.
26. Перестановочные подгруппы группы, критерий перестановочности подгрупп.
27. Понятие о квазинормальных подгруппах группы, квазинормальность нормальной подгруппы.
28. Построение примера, иллюстрирующего существование квазинормальных не являющихся нормальными подгрупп.
29. Гамильтоновы и квазигамильтоновы группы, примеры.
30. Строение конечных гамильтоновых групп.
31. Строение конечных квазигамильтоновых групп.
32. Строение конечных групп, у которых решетка подгрупп удовлетворяет условию Жордана-Дедекинда.

4.2.2 Список типовых практических заданий (для лабораторных занятий, контрольных работ и экзамена)

1. Покажите, что подмножества фиксированного множества относительно включения образуют частично упорядоченное множество.
2. Определите вид бинарного отношения ρ на множестве $N_3 = \{1;2;3\}$, если: а) $\rho = \{(1;1), (2;2), (3;3), (1;2), (2;1)\}$; б) $\rho = \{(1;1), (2;2), (3;3), (1;2)\}$.
3. Постройте диаграмму подмножеств множества $N_3 = \{1;\ 2,\ 3\}$.
4. Дано частично упорядоченное множество $P = \{a; b; c, d\}$ с отношением частичного порядка "≤" такое, что $a \le b,\ c \le b,\ c \le d$. Постройте диаграмму множества P и представьте P подмножествами множества $N_4 = \{1;2;3;4\}$.
5. На множестве $N_4 = \{1;2;3;4\}$ определены два бинарных отношения:

$$\alpha = \{(1;1),(2;2),(3;3),(4;4),(1;2),(3;4),(3;2),(4;2)\} \text{ и}$$

$$\beta = \{(1;1),(2;2),(3;3),(4;4),(1;2),(3;4),(3;2),(4;2),(3;1)\}.$$

А) Докажите, что α – отношение частичного порядка и $< N_4; \alpha >$ не является решеткой. Б) Докажите, что $< N_4; \alpha >$ – решетка.

6. Покажите, что решетка всех подмножеств фиксированного множества является дистрибутивной.
7. Постройте диаграмму модулярной решетки, не являющейся дистрибутивной. Существует ли дистрибутивная решетка, не являющаяся модулярной?
8. Опишите все подгруппы циклической группы Z_{18}.
9. Сколько подгрупп имеет циклическая группа Z_{288}?
10. Изобразите диаграмму решетки подгрупп группы $Z_4 \times Z_6$.
11. В группе S_3 указать все подгруппы, которые не являются нормальными.
12. В группе A_4 указать все подгруппы, которые являются нормальными.
13. В группе S_3 постройте все возможные субнормальные ряды без повторяющихся членов.
14. В группе A_4 постройте все неуплотняемые субнормальные и нормальные ряды.
15. Докажите, что группа S_3 сверхразрешима, группа A_4 нет.
16. Докажите, что группа S_4 разрешима.
17. Покажите, что ступень нильпотентности группы диэдра D_4 равна двум.
18. Постройте диаграмму решетки подгрупп группы $G = \{e, a, b, c\}$, заданной таблицей Кэли вида: $\begin{matrix} e & a & b & c \\ a & e & c & b \\ b & c & e & a \\ c & b & a & e \end{matrix}$. Является ли решетка дистрибутивной?
19. Построить решетку нормальных подгрупп группы G, если а) $G=S_4$; b) $G=A_4$.
20. Построить таблицу Кэли прямого произведения групп $G_1 = \{a_1, b\}$ и $G_2 = \{a_2, b_2\}$, зная их таблицы Кэли $\begin{matrix} a_1 & b_1 \\ b_1 & a_1 \end{matrix}$ и $\begin{matrix} a_2 & b_2 \\ b_2 & a_2 \end{matrix}$.
21. Укажите все возможные способы разложения группы подстановок $V = \{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ в прямое произведение двух неединичных подгрупп.
22. Найдите количество максимальных подгрупп абелевой группы, которая изоморфна группе вида $Z_{12} \times Z_{18} \times Z_{10}$.
23. В решетке подгрупп группы подстановок четвертой степени $D = \{e, (1234), (1432), (13)(24), (14)(23), (12)(34), (13), (24)\}$, укажите среди подгрупп второго порядка пару перестановочных и пару неперестановочных подгрупп.
24. Постройте решетку нормальных подгрупп группы A_4 и группы A_5.

25. Укажите все силовские 2-подгруппы группы S_4.

26. В группе диэдра $D_5 = <a,b|a^5 = b^2 = 1, bab = a^{-1}>$ постройте производный ряд.

27. В группе кватернионов $H_0 = <a,b|a^4 = 1, a^2 = b^2, b^{-1}ab = a^{-1}>$ постройте центральный ряд.

28. Найдите центр группы $G = <a,b|a^{25} = b^5 = 1, b^{-1}ab = a^6>$.

29. Найдите коммутант группы $G = <a,b|a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4>$.

30. Постройте диаграмму решетки подгрупп группы G, если:

а) $G = <a,b|a^5 = b^2 = 1, bab = a^{-1}>$; б) $G = <a,b|a^4 = 1, a^2 = b^2, b^{-1}ab = a^{-1}>$;

в) $G = <a,b|a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4>$.

31. Докажите, что подгруппы A и B конечной группы перестановочны тогда и только тогда, когда $|<A,B>| = \frac{|A||B|}{|A \cap B|}$.

32. Докажите, что подгруппа $<a^3b>$ не является нормальной, но является квазинормальной подгруппой группы $G = <a,b|a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4>$.

33. Докажите, что группа $G = <a,b|a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4>$ является квазигамильтоновой.

34. Покажите, что решетка подгрупп группы $G_1 = <a,b|a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4>$ изоморфна решетке подгрупп группы $G_2 = <a,b|a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a>$.

35. Сколько подгрупп второго порядка содержит группа диэдра восьмого порядка D_4? А сколько группа кватернионов H_0? Какая из этих групп имеет модулярную решетку подгрупп?

36. Всегда ли дистрибутивна решетка подгрупп группы, удовлетворяющая условию Жордана-Дедекинда? Ответ обоснуйте.

4.2.3 Примерный билет и задача к нему на экзамен по дисциплине профиля «Решетки и их применения в алгебре»

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кубанский государственный университет»

1920

Кафедра функционального анализа и алгебры

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Билет № *

по дисциплине профиля «Решетки и их применения в алгебре»

1. Порождающее множество элементов (под)группы. Порождение подгруппы други-

ми подгруппами. Примеры.

2. Дистрибутивность решетки делителей натурального числа.
3. Задача.

Заведующий кафедрой

ЗАДАЧА № *

(дисциплина профиля «Решетки и их применения в алгебре», 43-2 гр., январь-2…)

Постройте диаграмму решетки подгрупп группы

$$G = < a, b | a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 > .$$

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
– в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа.
Для лиц с нарушениями слуха:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.
Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Каргаполов, М.И. Основы теории групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 288 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/177.
2. Ляпин, Е.С. Упражнения по теории групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е.С. Ляпин, А.Я. Айзенштат, М.М. Лесохин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 272 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/528

5.2 Дополнительная литература:

1. Биркгоф, Г. Современная прикладная алгебра / Г. Биркгоф, Т. Барти ; пер. с англ. Ю.И. Манина. - Москва : Мир, 1976. - 400 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464046.
2. Ермолаева, Н.Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.Н. Ермолаева, В.А. Козынченко, Г.И. Курбатова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/49469.
3. Кострикин, А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2001. — 272 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59284.
4. Холл, М. Теория групп / М. Холл ; пер. с англ. Н.В. Дюмина, З.П. Жилинского ; под ред. Л.А. Калужнина. - Москва : Издательство иностранной литературы, 1962. - 467 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464057.
5. Судзуки, М. Строение группы и строение структуры ее подгрупп / М. Судзуки ; под ред. Б.И. Плоткина ; пер. с англ. Л.Е. Садовского. - Москва : Гос. изд-во иностр. лит., 1960. - 155 с. - (Библиотека сборника "Математика"). - ISBN 978-5-4475-1969-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=257389.

6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Курош, А.Г. Теория групп [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2011. — 808 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59755.
2. Шилин И.А. Введение в алгебру. Группы [Электронный ресурс]. - СПб.: Лань, 2012. - URL: http://e.lanbook.com/view/book/4120/

7 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, к контрольным работам и к экзамену. Такой вид СР контролируется в ходе проверки домашних заданий, заданий контрольных работ и в ходе экзамена. Предполагается самостоятельное изучение студентами теоретического материала по темам реферативных отчетов. Контроль осуществляется во время консультаций (вызывных или по желанию студента), а также на лабораторных занятиях.

Виды самостоятельной работы

Обязательными при изучении дисциплины «Решетки и их применения в алгебре» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- самостоятельное решение задач по темам лабораторных занятий ;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к реферативному отчету;
- подготовка к экзамену.

7.1 Методические указания к самостоятельному изучению студентами теоретического материала

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы в ходе контрольных работ и на экзамене студентам достаточно использовать материал лекций и учебных пособий из списка основной литературы. Для изучения теоретического материала, необходимого для подготовки к реферативному отчету, кроме основных источников литературы возможно использование дополнительных источников и Интернет-ресурса. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

7.2 Методические указания к самостоятельной подготовке студентов для выполнения практических заданий лабораторных занятий

Для выполнения домашнего практического задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме лабораторного занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретико-практический материал, имеющийся в источниках из списка литературы. Если студент не смог понять приведенный в указанных источниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы самостоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может получить консультацию преподавателя.

7.3 Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению контрольных работ

В течение семестра проводятся две контрольных работы, каждая из которых длится 45 минут и состоит из трех практических и одного теоретического задания. Тематика контрольных работ соответствует тематике трех содержательных разделов дисциплины. Каждое задание оценивается по пятибалльной шкале, высокая оценка ставится при получении не менее 16 баллов, нижний порог успешности составляет 7 баллов. Для подготовки к контрольной работе необходимо выполнять задания в ходе лабораторных занятий, а также домашние задания. В процессе самоподготовки студенту желательно ознакомиться с разбором опорных по рассматриваемым темам задач, имеющихся в пособиях из списка литературы. Выше в пункте 4.2.2 приведен список заданий, который включает в себя все типы практических заданий контрольных работ, а в пункте 4.2.1 приведен список теоретических вопросов

7.4 Методические рекомендации к самостоятельной подготовке студентов к реферативному отчету

Каждый студент должен подготовить в течение семестра реферативный отчет, возможно, по одной из указанных в пункте 4.1.2 тем, ранее предназначенной для самостоятельного изучения. Для подготовки отчета желательно кроме основных источников литературы использовать дополнительные источники, а также Интернет-ресурс. Отчет готовится в письменной форме и может быть представлен студентом на лабораторном занятии в виде доклада у доски или в виде презентации. Оформление письменного отчета должно удовлетворять требованиям: а) текст набирается 14 шрифтом на бумаге формата А 4; б) на

титульном листе кроме темы также указывается факультет, направление (бакалавриат), курс, группа, ФИО студента; в) содержание материала по объему составляет 4-5 страниц; г) список литературы содержит не менее двух источников (возможно из списка литературы в пунктах 5-6).

7.5 Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к экзамену

Согласно учебному плану дисциплины «Решетки и их применения в алгебре» итоговой формой контроля является экзамен, который оценивается по шкале: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов: двух теоретических и одного практического. Для сдачи экзамена студент должен научиться на лабораторных занятиях решать практические задания по темам разделов 1-3 (п. 2), выполнять домашние задания, а также успешно выполнить две контрольные работы. Типы практических заданий на экзамене соответствуют заданиям из пункта 4.2.2. Также на экзамене студентам предлагаются два теоретических вопроса из списка, приведенного в пункте 4.2.1. Кроме того, количество дополнительных практических и теоретических заданий на экзамене зависит от активности и результативности работы студента в течение семестра.

Критерии оценивания ответа на экзамене

Оценивание ответа на экзамене, осуществляется по следующим критериям.

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач.

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

Итоговая оценка выставляется с учетом работы студента в семестре: учитываются результаты двух контрольных работ, а также результат отчета по реферативному докладу.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

8.1. Перечень информационных технологий.

Не прилагается.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

– Microsoft Windows
– Microsoft Office
– MATLAB

8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем
Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (http://www.elibrary.ru)/

9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Семинарские занятия	Специальное помещение, оснащенное учебной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
3.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской, маркером или мелом
4.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской, маркером или мелом
5.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
6.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Решетки и их применения в алгебре» по направлению 02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ по профилю подготовки АЛГЕБРА, ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ И ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ, подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физ.-мат. наук Титовым Г.Н.

Рабочая программа дисциплины «Решетки и их применения в алгебре» содержит: цели и задачи освоения дисциплины; место дисциплины в структуре ООП ВО; требования к результатам освоения содержания дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое, информационное и материально-техническое обеспечение дисциплины.

Название и содержание рабочей программы дисциплины «Решетки и их применения в алгебре» соответствует учебному плану по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки (степень «бакалавр») по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Курс «Решетки и их применения в алгебре» базируется на знаниях, приобретенных студентами в течение шести семестров при изучении курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра», а также одного из курсов по выбору студентов «Элементы комбинаторной теории групп» или «Конечные группоиды и их представления». Распределение видов учебной работы по содержательным разделам дисциплины позволяет оптимально сочетать лекционные и лабораторные занятия, проводимые для усвоения студентами основных понятий теории решеток и их применений в алгебре: типы решеток и исследование строения групп с заданными свойствами решеток подгрупп. При освоении дисциплины «Решетки и их применения в алгебре» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства утверждений, устанавливать логические связи между понятиями и доказанными утверждениями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые знания по дисциплине «Решетки и их применения в алгебре» лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения многих курсов математики, компьютерных наук и их приложений, а также необходимы для обучения по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Учитывая вышеизложенное, считаю, что рабочая программа дисциплины «Решетки и их применения в алгебре» соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению 02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ по профилю подготовки АЛГЕБРА, ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ И ДИСКРЕТНЫНЙ АНАЛИЗ.

Заведующий кафедрой общей математики Куб ГТУ,
кандидат физ.-мат. наук, доцент Терещенко И.В. _____

Подпись _____
УДОСТОВЕРЯЮ
Начальник управления кадров
_____ И.В. Реутская
«____» _____ 20____ г.

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «РЕШЕТКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В АЛГЕБРЕ» по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (уровень бакалавриата) по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ», подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физ.-мат. наук Титовым Г.Н.

Рабочая программа содержит: цели и задачи освоения дисциплины; место дисциплины в структуре ООП ВО; требования к результатам освоения содержания дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины; материально-техническое обеспечение дисциплины.

Название и содержание рабочей программы дисциплины соответствует ФГОС ВО по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки (квалификация (уровень бакалавриата)) по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Дисциплина базируется на знаниях, приобретенных студентами в течение шести семестров при изучении курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра», а также профильного курса «Элементы комбинаторной теории групп». В процессе изучения дисциплины вырабатываются обще профессиональные компетенции: готовность использовать полученные фундаментальные знания по структурной теории групп в области алгебры в будующей профессиональной деятельности (ОПК-1). Также вырабатываются профессиональные компетенции: способность самостоятельно обобщать полученные знания и определять закономерности, связывающие отдельные понятия и утверждения в теории групп (ПК-1), а также способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .(ПК-3). При освоении дисциплины кроме указанных компетенций также вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства, устанавливать связи между понятиями и между утверждениями, применять полученные знания для решения задач, связанных с приложениями алгебраических методов, приобретение навыков алгоритмического мышления. Знания, полученные при изучении дисциплины, необходимы для подготовки по указанному выше профилю.

Считаю, что рабочая программа дисциплины «Решетки и их применения в алгебре» соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (уровень бакалавриата) по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Доцент кафедры информационных технологий Куб ГУ,
кандидат физ.-мат. наук Гаркуша О.В.