

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет математики и компьютерных наук



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.В.ДВ.04.01 ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ  
ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ**

Направление подготовки /специальность

02.04.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

Направленность (профиль) /специализация

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Программа подготовки

АКАДЕМИЧЕСКАЯ

Форма обучения

ОЧНАЯ

Квалификация (степень) выпускника

МАГИСТР

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины «Оптимальное управление экономическими системами» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.04.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

Программу составил:

Янковская Л.К., доц. кафедры  
математических и компьютерных методов,  
к. ф.-м. н., доц.



Рабочая программа дисциплины «Оптимальное управление экономическими системами» утверждена на заседании кафедры математических и компьютерных методов  
протокол № 14 «09» июня 2017 г.  
Заведующий кафедрой (разработчик)  
Дроботенко М.И.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математических и компьютерных методов  
протокол № 14 «09» июня 2017 г.  
Заведующий кафедрой (выпускающей)  
Дроботенко М.И.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук  
протокол № 3 «20» июня 2017 г.  
Председатель УМК факультета  
Титов Г.Н



Рецензенты:

Бунякин А.В., доцент кафедры оборудования нефтегазовых промыслов  
ФГБОУ ВО «КубГТУ»

Никитин Ю.Г., доцент кафедры теоретической физики и компьютерных технологий  
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).**

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

Развитие профессиональных компетентностей в области применения методов математического и алгоритмического моделирования при анализе реальных процессов и объектов с целью нахождения эффективных решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля.

### **1.2 Задачи дисциплины.**

Задачей изучения дисциплины является развитие способности находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики, а также создавать и исследовать новые математические модели.

Программа базируется на представлении о том, что «Оптимальное управление экономическими системами» как составная часть математического моделирования экономических процессов является основой для подготовки к решению профессиональных задач по научно-исследовательской деятельности.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «Оптимальное управление экономическими системами» относится к вариативной части (Дисциплина по выбору) Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана. Для ее изучения требуется освоение следующих предшествующих дисциплин: «Основные направления развития современной математики и компьютерных наук», «Математические методы в науке и производстве». Кроме того, данная дисциплина в соответствии с учебным планом является предшествующей для изучения дисциплин «Математические модели в научных исследованиях и образовании» и «Математические методы в социальных и гуманитарных науках».

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций (ПК-5, ПК-6).

В результате изучения обязательной части учебного цикла обучающийся должен обладать:

| № п.п | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части)                                                                                              | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       |                    |                                                                                                                                    | знать                                                                                                                                                                                                                                                  | уметь                                                                                                                                                                                                                 | владеть                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 1.    | ПК-5               | способностью к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах | модели представления знаний в интеллектуальных системах, методы обработки знаний и способы организации интеллектуальных систем, методы проектирования интеллектуальных систем; методологию проведения физико-математических и прикладных исследований; | применять современные математические методы для решения актуальных проблем математического моделирования; применять современные методы и технологии для совершенствования известных математически сложных алгоритмов; | методами решения современных проблем математического моделирования; методами для развития и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах; современными информационными технологиями для моделирования и программирования; |

| №<br>п.п | Индекс<br>компет<br>енции | Содержание<br>компетенции<br>(или её части)                                                    | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся<br>должны                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|----------|---------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|          |                           |                                                                                                | знать                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | уметь                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | владеть                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 2.       | ПК-6                      | способностью к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках | основные проблемы своей предметной области, требующие использования современных научных методов исследования; методику постановки задач по решению научно технических проблем; методы и средства теоретических научных исследований, позволяющие решать конкретные проблемы данной предметной области; | передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций; анализировать и синтезировать находящуюся в его распоряжении информацию и принимать на этой основе адекватные решения; ставить и решать прикладные исследовательские задачи; оценивать результаты исследований; | способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области излучавшегося явления; способностью ориентироваться в постановке задачи и определять, каким образом следует искать средства ее решения; навыками выбора и использования математических средств научных исследований; |

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице.

по видам работ представлено в таблице.

| Вид учебной работы                                                    |                               | Всего часов | Семестры (часы) |   |   |   |
|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------|-------------|-----------------|---|---|---|
|                                                                       |                               |             | 9               | — |   |   |
| Контактная работа, в том числе:                                       |                               | 32,2        | 32,2            |   |   |   |
| Аудиторные занятия (всего):                                           |                               | 32          | 32              | - | - | - |
| Занятия лекционного типа                                              |                               | 16          | 16              | - | - | - |
| Лабораторные занятия                                                  |                               | 16          | 16              | - | - | - |
| Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)            |                               | -           | -               | - | - | - |
| Иная контактная работа:                                               |                               |             |                 |   |   |   |
| Контроль самостоятельной работы (КСР)                                 |                               | -           | -               | - | - | - |
| Промежуточная аттестация (ИКР)                                        |                               | 0,2         | 0,2             | - | - | - |
| Самостоятельная работа, в том числе:                                  |                               | 75,8        | 75,8            |   |   |   |
| Курсовая работа                                                       |                               | -           | -               | - | - | - |
| Проработка учебного (теоретического) материала                        |                               | 25,8        | 25,8            | - | - | - |
| Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций) |                               | 25          | 25              | - | - | - |
| Реферат                                                               |                               | -           | -               | - | - | - |
| Подготовка к текущему контролю                                        |                               | 25          | 25              | - | - | - |
| Контроль:                                                             |                               |             |                 |   |   |   |
| Подготовка к экзамену                                                 |                               | -           | -               | - | - | - |
| Общая трудоемкость                                                    | час.                          | 108         | 108             | - | - | - |
|                                                                       | в том числе контактная работа | 32,2        | 32,2            |   |   |   |
|                                                                       | зач. ед                       | 3           | 3               |   |   |   |

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые в 9 семестре (очная форма)

| №<br>разд<br>ела | Наименование разделов                                  | Количество часов |                      |    |    |                           |
|------------------|--------------------------------------------------------|------------------|----------------------|----|----|---------------------------|
|                  |                                                        | Всего            | Аудиторная<br>работа |    |    | Самостоятельная<br>работа |
|                  |                                                        |                  | Л                    | ПЗ | ЛР |                           |
| 1                | 2                                                      | 3                | 4                    | 5  | 6  | 7                         |
| 1.               | Задача оптимизации управляемых процессов               | 21               | 6                    | -  | -  | 15                        |
| 2.               | Задачи оптимального управления в экономике             | 23,8             | 4                    | -  | 4  | 15,8                      |
| 3.               | Косвенные методы решения задач оптимального управления | 63               | 6                    | -  | 12 | 45                        |
|                  | <i>Итого по дисциплине:</i>                            | 107,8            | 16                   | -  | 16 | 75,8                      |

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

| №  | Наименование<br>раздела                                | Темы лекций                                                                                                                                                                                                                                                          | Форма текущего<br>контроля |
|----|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| 1  | 2                                                      | 3                                                                                                                                                                                                                                                                    | 4                          |
| 1. | Задача оптимизации управляемых процессов               | 1) Математическая модель оптимальных управляемых процессов<br>2) Задача оптимизации управляемых процессов<br>3) Построение траектории управляемых процессов.                                                                                                         | У, ИЗ                      |
| 2. | Задачи оптимального управления в экономике             | 4) Примеры задач оптимального управления экономическими системами.<br>5) Достаточные условия оптимальности и их непосредственное применение к решению задач оптимального управления экономическими системами.                                                        | У, ИЗ                      |
| 3. | Косвенные методы решения задач оптимального управления | 6) Метод Лагранжа-Понtryгина для непрерывных управляемых процессов.<br>7) Принцип максимума Понtryгина и условия оптимальности многошагового процесса с неограниченным управлением.<br>8) Метод Гамильтона-Якоби-Беллмана для динамических систем с обратной связью. | У, ИЗ                      |

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

Занятия семинарского типа - не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия

| №  | Наименование раздела                                   | Наименования лабораторных работ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Форма текущего контроля |
|----|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| 1  | 2                                                      | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 4                       |
| 1. | Задача оптимизации управляемых процессов               | -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | -                       |
| 2. | Задачи оптимального управления в экономике             | 1) Построение математических моделей задач оптимального управления экономическими системами.<br>2) Непосредственное применение достаточных условий оптимальности к решению задач оптимального управления экономическими системами.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ЛР                      |
| 3. | Косвенные методы решения задач оптимального управления | 3) Решение задач оптимального управления непрерывными процессами со скалярным состоянием и управлением методом Лагранжа-Понтрягина.<br>4) Решение задач оптимального управления непрерывными процессами с векторным состоянием и управлением методом Лагранжа-Понтрягина.<br>5) Решение задач оптимального управления многошаговыми процессами со скалярным состоянием и управлением методом Лагранжа-Понтрягина.<br>6) Решение задач оптимального управления многошаговыми процессами с векторным состоянием и управлением методом Лагранжа-Понтрягина<br>7) Решение задач оптимального управления непрерывными процессами методом Гамильтона-Якоби-Беллмана.<br>8) Решение задач оптимального управления многошаговыми процессами с векторным состоянием и управлением методом Гамильтона-Якоби-Беллмана | ЛР, КР, ИЗ              |

В данном подразделе, в табличной форме приводится описание содержания дисциплины, структурированное по разделам, с указанием по каждому разделу формы текущего контроля: устный опрос (У), выполнение индивидуального задания (ИЗ), защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), контрольной работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т), устного опроса (У), контрольной работы (К) и т.д.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ

Курсовые работы - не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

| №  | Вид СРС                                                               | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----|-----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | 2                                                                     | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 1. | Проработка учебного (теоретического) материала                        | Теория оптимального управления: учебное пособие / И.П. Болодурина, Т.А. Огурцова, О.С. Арапова, Ю.П. Иванова; Министерство образования и науки Российской Федерации, Оренбургский Государственный Университет. - Оренбург: ОГУ, 2016. - 147 с. : ил., схем., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7410-1505-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=469724">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=469724</a> .                                                                                                         |
| 2. | Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций) | Оптимальное управление в технических системах. Практикум: учебное пособие / Е.А. Балашова, Ю.П. Барметов, В.К. Битюков, Е.А. Хромых ; науч. ред. В.К. Битюков ; Министерство образования и науки РФ, Воронежский государственный университет инженерных технологий. - Воронеж: Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2017. - 289 с.: табл., граф. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-00032-307-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=482037">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=482037</a> . |
| 3. | Подготовка к текущему контролю                                        | Оптимальное управление в технических системах. Практикум: учебное пособие / Е.А. Балашова, Ю.П. Барметов, В.К. Битюков, Е.А. Хромых ; науч. ред. В.К. Битюков ; Министерство образования и науки РФ, Воронежский государственный университет инженерных технологий. - Воронеж: Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2017. - 289 с.: табл., граф. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-00032-307-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=482037">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=482037</a> . |

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии

Для реализации компетентного подхода предусматривается использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения аудиторных и внеаудиторных занятий, таких как лекция-визуализация, проблемная лекция, разбор практических задач, компьютерные симуляции, с применением современных математических пакетов прикладных программ.

В процессе выполнения практических заданий учащиеся должны приобрести навык использования пакета Microsoft Office для решения задач оптимального управления в экономике прямыми методами с привлечением численных методов и для проведения оптимизационного эксперимента.

Использование в обучении информационных технологий составляет 50% объема аудиторных занятий и способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### Используемые интерактивные образовательные технологии:

| Сем<br>естр   | Вид занятия          | Используемые интерактивные образовательные технологии                                                                                                                          | Кол-во часов |
|---------------|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 9             | Лабораторные занятия | <b>Дискуссия</b> на тему: «Построение математических моделей задач оптимального управления экономическими системами»                                                           | 2            |
|               |                      | <b>Дискуссия</b> на тему: «Непосредственное применение достаточных условий оптимальности к решению задач оптимального управления экономическими системами»                     | 2            |
|               |                      | <b>Дискуссия</b> на тему: «Применение метода Лагранжа-Понтрягина к решению задач оптимального управления непрерывными процессами со скалярным состоянием и управлением»        | 2            |
|               |                      | <b>Коллоквиум</b> на тему: «Применение метода Лагранжа-Понтрягина к решению задач оптимального управления многошаговыми процессами со скалярным состоянием и управлением»      | 2            |
|               |                      | <b>Тренинг</b> на тему: «Решение задач оптимального управления непрерывными процессами с векторным состоянием и управлением методом Лагранжа-Понтрягина»                       | 2            |
|               |                      | <b>Коллоквиум</b> на тему: «Применение метода Лагранжа-Понтрягина к решению задач оптимального управления многошаговыми процессами с векторным состоянием и управлением»       | 2            |
|               |                      | <b>Тренинг</b> на тему: «Решение задач оптимального управления непрерывными процессами методом Гамильтона-Якоби-Беллмана»                                                      | 2            |
|               |                      | <b>Коллоквиум</b> на тему: «Применение метода Гамильтона-Якоби-Беллмана к решению задач оптимального управления многошаговыми процессами с векторным состоянием и управлением» | 2            |
| <i>Итого:</i> |                      |                                                                                                                                                                                | 16           |



#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

##### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации**

###### **4.1.1. Образец одного варианта контрольной работы №1**

1. Решить краевую задачу оптимизации функционала качества и найти оптимальный управляемый процесс (оптимальную траекторию и оптимальное программное управление) методом Лагранжа-Понтрягина для скалярной функции состояния непрерывной управляемой системы

$$\frac{dx}{dt} = -2x(t) + u(t); \quad t \in [0; 1]; \quad x(0) = 1$$

$$J(x, u) = \int_0^1 (x^2(t) + u^2(t)) dt \rightarrow \min$$

2. Решить краевую задачу оптимизации функционала качества и найти оптимальный управляемый процесс (оптимальную траекторию и оптимальное программное управление) непрерывной управляемой системы при функции Гамильтона, линейной относительно управления, основываясь на принципе максимума Понтрягина

$$\frac{dx}{dt} = u(t); \quad t \in [0; 4]; \quad x(4) = 0; \quad |u(t)| \leq 1$$

$$J(x, u) = \int_0^4 (x(t) + u(t)) dt \rightarrow \min$$

###### **4.1.2. Образец одного варианта контрольной работы №2**

1. Решить краевую задачу оптимизации функционала качества и найти оптимальный управляемый процесс (оптимальную траекторию и оптимальное программное управление) методом Лагранжа-Понтрягина для векторной функции состояния непрерывной управляемой системы

$$\frac{dx_1}{dt} = -x_2(t); \quad \frac{dx_2}{dt} = x_1(t) + 2u(t);$$
$$t \in [0; 4]; \quad x_1(0) = 2; \quad x_2(0) = 1; \quad -1 \leq u \leq 2$$

$$J(x, u) = \int_0^4 u(t) dt + x_2(4) \rightarrow \min$$

2. Решить краевую задачу оптимизации функционала качества и найти оптимальный закон управления и оптимальный управляемый процесс (оптимальную траекторию и оптимальное программное управление) для непрерывной управляемой системы с обратной связью методом Гамильтона-Якоби-Беллмана

$$\frac{dx}{dt} = u(t); \quad t \in [0; T]; \quad x(0) = x_0;$$

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^T u^2(t) dt + x^2(T) \rightarrow \min$$

###### **4.1.3. Образец одного варианта индивидуального задания**

###### **ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАНИЯ**

ЧАСТЬ 1. Построить математическую модель экономической задачи своего варианта и сделать постановку задачи оптимального управления заданного в варианте управляемого экономического процесса.

ЧАСТЬ 2. Найти оптимальный процесс управления (т.е. оптимальную программу

управления и оптимальную траекторию вектора фазовых переменных) с помощью принципа максимума Понтрягина для случая отсутствия обратной связи.

ЧАСТЬ 3. Найти оптимальный закон управления и оптимальный процесс управления методом Гамильтона-Якоби-Беллмана при наличии обратной связи. В табличном процессоре Excel построить график оптимального закона управления, оптимальной программы управления и оптимальную траекторию вектора фазовых переменных. Сделайте выводы.

### ЗАДАНИЯ ПО ВАРИАНТАМ

#### ВАРИАНТ 1.

- 1) Доказать теорему о принципе максимума Понтрягина для непрерывных управляемых процессов.
- 2) Исследовать задачу оптимального управления в однопродуктовой модели оптимального развития экономики.

Принятые обозначения:

|                 |                                                                          |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------|
| X               | - валовая продукция;                                                     |
| C               | - непроизводственное потребление;                                        |
| a               | - коэффициент производственных материальных затрат;                      |
| b               | - коэффициент приростной фондоемкости;                                   |
| t               | - независимая переменная времени;                                        |
| $t_0$           | - начальный момент времени;                                              |
| $t_1$           | - конечный момент времени;                                               |
| $X_0$           | - объем валовой продукции в начальный момент времени;                    |
| $C_{min}$       | - минимально возможный объем непроизводственного потребления;            |
| $C_{max}$       | - максимально возможный объем непроизводственного потребления;           |
| $\alpha$        | - весовой коэффициент потребления;                                       |
| $\beta$         | - весовой коэффициент накопления производственного потенциала;           |
| $\delta$        | - коэффициент дисконтирования ( $e^{-\delta t}$ – взвешивающая функция); |
| $J(X(t), C(t))$ | - критерий качества процесса (функционал).                               |

Словесная постановка задачи:

Валовая продукция распадается на три составляющих: производственные затраты, пропорциональные выпуску продукции, прирост основных производственных фондов (на которые идут все капитальные валовые вложения, пропорциональные приросту выпуска продукции, при отсутствии амортизационных отчислений) и непроизводственное потребление. Оптимизировать процесс управления в непрерывном случае так, чтобы потребление было как можно больше и в конечный момент времени должна быть высокой интенсивность выпуска продукции.

Анализ проводить без учета дисконтирования.

### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

#### 4.2.1. Пример (вариант) для промежуточной аттестации (зачета) по итогам освоения дисциплины

1. Изложите принцип построения траекторий управляемых процессов для случая, когда управление представляет собой разрывную функцию времени.
2. Из теоремы о достаточных условиях оптимальности для непрерывных процессов выведите уравнения метода Лагранжа-Понтрягина.
3. Решите краевую задачу оптимизации функционала качества и найдите оптимальный закон управления и оптимальный управляемый процесс (оптимальную траекторию и оптимальное программное управление) для непрерывной управляемой системы с обратной связью методом Гамильтона-Якоби-Беллмана

$$\frac{dx}{dt} = u(t); \quad t \in [0; T]; \quad x(0) = x_0; \quad J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^T u^2(t) dt + x^2(T) \rightarrow \min$$

#### 4.2.2. Критерии оценки знаний

| Код и наименование компетенций                                                                                                                                              | Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                             | пороговый                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | базовый                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | продвинутый                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|                                                                                                                                                                             | Оценка                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                                                                                                                                             | зачтено                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | зачтено                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | зачтено                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 1                                                                                                                                                                           | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>ПК 5</b><br>Выпускник должен обладать способностью к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах | <b>Знает - на 60-69%</b><br>модели представления знаний в интеллектуальных системах, методы обработки знаний и способы организации интеллектуальных систем, методы проектирования интеллектуальных систем; методологию проведения физико-математических и прикладных исследований;                                                 | <b>Знает - на 70-89%</b><br>модели представления знаний в интеллектуальных системах, методы обработки знаний и способы организации интеллектуальных систем, методы проектирования интеллектуальных систем; методологию проведения физико-математических и прикладных исследований;                                                 | <b>Знает - на 90-100%</b><br>модели представления знаний в интеллектуальных системах, методы обработки знаний и способы организации интеллектуальных систем, методы проектирования интеллектуальных систем; методологию проведения физико-математических и прикладных исследований;                                                 |
|                                                                                                                                                                             | <b>Умеет – на 60-69%</b><br>применять современные математические методы для решения актуальных проблем математического моделирования; применять современные методы и технологии для совершенствования известных математически сложных алгоритмов;                                                                                  | <b>Умеет – на 70-89%</b><br>применять современные математические методы для решения актуальных проблем математического моделирования; применять современные методы и технологии для совершенствования известных математически сложных алгоритмов;                                                                                  | <b>Умеет – на 90-100%</b><br>применять современные математические методы для решения актуальных проблем математического моделирования; применять современные методы и технологии для совершенствования известных математически сложных алгоритмов;                                                                                  |
|                                                                                                                                                                             | <b>Владеет – на 60-69%</b><br>методами решения современных проблем математического моделирования; методами для развития и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах; современными информационными технологиями для моделирования и программирования;                                        | <b>Владеет – на 70-89%</b><br>методами решения современных проблем математического моделирования; методами для развития и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах; современными информационными технологиями для моделирования и программирования;                                        | <b>Владеет – на 90-100%</b><br>методами решения современных проблем математического моделирования; методами для развития и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах; современными информационными технологиями для моделирования и программирования;                                        |
| <b>ПК 6</b><br>Выпускник должен обладать способностью к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках                                     | <b>Знает - на 60-69%</b><br>основные проблемы своей предметной области, требующие использования современных научных методов исследования; методику постановки задач по решению научно технических проблем; методы и средства теоретических научных исследований, позволяющие решать конкретные проблемы данной предметной области; | <b>Знает - на 70-89%</b><br>основные проблемы своей предметной области, требующие использования современных научных методов исследования; методику постановки задач по решению научно технических проблем; методы и средства теоретических научных исследований, позволяющие решать конкретные проблемы данной предметной области; | <b>Знает - на 90-100%</b><br>основные проблемы своей предметной области, требующие использования современных научных методов исследования; методику постановки задач по решению научно технических проблем; методы и средства теоретических научных исследований, позволяющие решать конкретные проблемы данной предметной области; |

| 1 | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | <b>Умеет – на 60-69%</b><br>передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций; анализировать и синтезировать находящуюся в его распоряжении информацию и принимать на этой основе адекватные решения; ставить и решать прикладные исследовательские задачи; оценивать результаты исследований;                                                              | <b>Умеет – на 70-89%</b><br>передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций; анализировать и синтезировать находящуюся в его распоряжении информацию и принимать на этой основе адекватные решения; ставить и решать прикладные исследовательские задачи; оценивать результаты исследований;                                                              | <b>Умеет – на 90-100%</b><br>передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций; анализировать и синтезировать находящуюся в его распоряжении информацию и принимать на этой основе адекватные решения; ставить и решать прикладные исследовательские задачи; оценивать результаты исследований;                                                              |
|   | <b>Владеет – на 60-69%</b><br>способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области излучавшегося явления; способностью ориентироваться в постановке задачи и определять, каким образом следует искать средства ее решения; навыками выбора и использования математических средств научных исследований; | <b>Владеет – на 70-89%</b><br>способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области излучавшегося явления; способностью ориентироваться в постановке задачи и определять, каким образом следует искать средства ее решения; навыками выбора и использования математических средств научных исследований; | <b>Владеет – на 90-100%</b><br>способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области излучавшегося явления; способностью ориентироваться в постановке задачи и определять, каким образом следует искать средства ее решения; навыками выбора и использования математических средств научных исследований; |

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **5.1 Основная литература:**

1. Теория оптимального управления: учебное пособие / И.П. Болодурина, Т.А. Огурцова, О.С. Арапова, Ю.П. Иванова. - Оренбург: ОГУ, 2016. - 147 с.: - ISBN 978-5-7410-1505-6; То же [Электронный ресурс]. –

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=469724>.

2. Першин, И.М. Управление в технических системах. Введение в специальность: учебное пособие / И.М. Першин, В.А. Кристал, В.В. Григорьев; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Северо-Кавказский федеральный университет». - Ставрополь: СКФУ, 2014. - 146 с.: - ISBN 978-5-905989-49-0; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457553>.

3. Оптимальное управление в технических системах. Практикум: учебное пособие / Е.А. Балашова, Ю.П. Барметов, В.К. Битюков, Е.А. Хромых; науч. ред. В.К. Битюков; Министерство образования и науки РФ, Воронежский государственный университет инженерных технологий. - Воронеж: Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2017. - 289 с.: - ISBN 978-5-00032-307-6; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=482037>.

### **5.2. Дополнительная литература:**

1. Оптимальное управление / под ред. Н.П. Осмоловского, В.М. Тихомирова. - Москва: МЦНМО, 2008. - 320 с. - ISBN 978-5-94057-367-8; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63270>

2. Специальные разделы теории управления. Оптимальное управление динамическими системами / Ю.Ю. Громов, О.Г. Иванова, В.В. Алексеев и др.; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов: Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. - 108 с.: ил. - Библиогр. в кн.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277799>.

### **5.3. Периодические издания:**

1. Вестник Московского Университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика: научный журнал. М.: МГУ, 2014, 2015. - доступно: [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru) – Университетская библиотека ONLINE.

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online"  
[www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru).

2. Электронно-библиотечная система Издательства «Лань» <http://e.lanbook.com>.

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, и лабораторных работ, в процессе выполнения которых закрепляется теоретический материал, вырабатываются навыки постановки оптимизационных задач, построения математических моделей экономических управляемых процессов и практического решения задач поиска оптимальных процессов.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине (модулю), которая по данной дисциплине предусматривает следующие виды:

| № п/п | Виды/формы СР                                                                                                             | Сроки выполнения   | Формы контроля     |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|--------------------|
| 1     | Изучение лекционного материала по написанным конспектам лекций                                                            | В течение семестра | Устный опрос       |
| 2     | Изучение дополнительного теоретического материала, вынесенного на самостоятельное изучение, по рекомендованной литературе | В течение семестра | Устный опрос       |
| 3     | Выполнение домашних заданий, состоящих в решении проблемных задач по изученной при выполнении лабораторной работы теме    | В течение семестра | Проверка           |
| 4     | Выполнение индивидуального задания                                                                                        | К 01.12            | Проверка           |
| 5     | Подготовка к контрольным работам                                                                                          | Ноябрь             | Контрольная работа |
| 6     | Подготовка к сдаче зачета.                                                                                                | Декабрь            | Зачет              |

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

- Выполнение домашних заданий на компьютере с использованием пакетов MS Excel.
- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения**

- Microsoft Office.

### **8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем**

1. Мурашкин В. Г. Инженерные и научные расчеты в программном комплексе MathCAD: учебное пособие. – Самара: СГАСУ, 2011. – 84 с. - доступно: [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru) – Университетская библиотека ONLINE.

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

| №  | Вид работ                                  | Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность                                                                                                                                                                    |
|----|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Лекционные занятия                         | Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью                                                                                                                             |
| 2. | Лабораторные занятия                       | Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом                                                                                                                                       |
| 3. | Групповые (индивидуальные) консультации    | Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом                                                                                                                              |
| 4. | Текущий контроль, промежуточная аттестация | Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.                                                                                                                                                  |
| 5. | Самостоятельная работа                     | Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета |