

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет математики и компьютерных наук



## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **Б1.В.11 ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА**

Направление подготовки /специальность

02.04.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

Направленность (профиль) /специализация

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Программа подготовки

АКАДЕМИЧЕСКАЯ

Форма обучения

ОЧНАЯ

Квалификация (степень) выпускника

МАГИСТР

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины «Прямые и обратные задачи тепломассопереноса» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.04.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

Программу составил:

Бунякин А.В., доц. кафедры  
математических и компьютерных методов,  
к. ф.-м. н.

Рабочая программа дисциплины «Прямые и обратные задачи тепломассопереноса» утверждена на заседании кафедры математических и компьютерных методов  
протокол № 14 «09» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой (разработчика)  
Дроботенко М.И.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математических и компьютерных методов  
протокол № 14 «09» июня 2017 г.  
Заведующий кафедрой (выпускающей)  
Дроботенко М.И.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета  
математики и компьютерных наук  
протокол № 3 «20» июня 2017 г.

Председатель УМК факультета  
Титов Г.Н.

Рецензенты:

Савенко И.В., коммерческий директор ООО «РосГлавВино»  
Никитин Ю.Г., доцент кафедры теоретической физики и компьютерных  
технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

# **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

## **1.1 Цель и задачи дисциплины**

### **Цель дисциплины:**

«Прямые и обратные задачи тепломассопереноса» состоит в обучении применению современных математических методов для решения задач естествознания (физике, механике жидкости и газа, теории упругости), их технических приложений, так как математические модели, в которых решение находится разложением по базисным потенциалам, являются широко распространеными. Получение высшего профессионального образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности с применением современных математических методов.

### **1.2 Задачи дисциплины:**

Ознакомление студентов с методологическими подходами, позволяющими строить адекватные математические модели в задачах естествознания, использовать математическое описание физических явлений; ознакомление с некоторыми широко распространенными моделями физики (в основном механики) и основными методами исследования этих моделей.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Прямые и обратные задачи тепломассопереноса» относится к вариативной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является основой для решения исследовательских задач. Для успешного освоения дисциплины студент должен владеть обязательным минимумом содержания основных образовательных программ по математике и информатике для бакалавров.

## **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ПК-1, 5.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знатъ	уметь	владеть
1.	ПК-1	способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	методы математического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	алгоритмизировать решение задачи и составлять структурно - логическую блок – схему программы	методами программирования на средах и на программных пакетах (комплексах)
2.	ПК-5	способностью к творческому применению, развитию реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах	методы, применяемые при анализе математических задач в термодинамике, в теории масообменных процессов, фильтрационных потоков	выбирать нужный численный метод решения, реализовывать его алгоритм, тестировать результаты отработки программ	преимущественно теми программными средами, которые помогают при решении задач теплопереноса, диффузии, фильтрации

## **2. Структура и содержание дисциплины**

### **2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ**

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зач. ед. ( $2 \cdot 36 = 72$  часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для магистрантов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)	
		В	
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>36,3</b>	<b>36,3</b>	
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>			
Занятия лекционного типа	12	12	
Лабораторные занятия	24	24	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	
	-	-	
<b>Иная контактная работа:</b>			
Контроль самостоятельной работы (КСР)	-	-	
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3	

<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>		<b>45</b>	<b>45</b>
Проработка учебного (теоретического) материала		15	15
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)		15	15
Подготовка к текущему контролю		15	15
<b>Контроль:</b>			
Подготовка к экзамену		26,7	26,7
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>36,3</b>	<b>36,3</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>2</b>	<b>2</b>

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в семестре «В» (для магистрантов ОФО).

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Самостоятельная работа
			Л	ЛР	ПЗ
1	2	3			4
1	Численное моделирование. Моделирование физических процессов. Параболические задачи математической физики (задача распространения тепла, задача диффузии, задача фильтрации).	20	3	6	11
2	Элементы теории потенциала. Полные системы потенциалов. Постановка краевых задач. Алгоритмы решения задач математической физики.	20	3	6	11
3	Численное моделирование нестационарных физических процессов. Эволюционные уравнения в частных производных со старшим оператором Лапласа (принцип максимума для них).	20	3	6	11
4	Дифференциальные уравнений в частных производных второго порядка параболического типа и специфика численных методов, применяемых для нахождения их решений.	21	3	6	12
<i>Итого по дисциплине:</i>			12	24	45

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Численное моделирование. Моделирование физических процессов. Параболические задачи математической физики (задача распространения тепла, задача диффузии, задача фильтрации).	1.1 Математическая физика. Постановка краевых задач. Существование и единственность решения. 1.2 Корректность и некорректность. Обратные задачи. 1.3 Классификация дифференциальных уравнений в частных производных. Уравнение теплопроводности и диффузии. Нестационарные процессы и параболические уравнения.	Опрос
2	Элементы теории потенциала. Полные системы потенциалов. Постановка краевых задач. Алгоритмы решения задач математической физики.	2.1 Интегральные операторы теории потенциала. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. 2.2 Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал. 2.3 Потенциал Робена. Интегральные операторы. 2.4 Представление функций потенциалами. Лемма Новикова.	Опрос
3	Численное моделирование нестационарных физических процессов. Эволюционные уравнения в частных производных со старшим оператором Лапласа (принцип максимума для них).	3.1 Полнота сдвигов фундаментального решения уравнения Лапласа в подпространстве гармонических функций. 3.2 Системы потенциалов полные на границе области. Полнота модифицированных систем, полученных из фундаментального решения. 3.3 Границное управление температурой.	Опрос
4	Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка параболического типа и специфика численных методов, применяемых для нахождения их	4.1 Алгоритм задачи Робена. Внутренняя и внешняя задача Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона. 4.2 Внутренняя задача и внешняя задача Неймана для уравнения Лапласа, Пуассона и уравнения	Зачет

	решений.	теплопроводности	
--	----------	------------------	--

### 2.3.2 Занятия семинарского типа УП не предусмотрены.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№ раздела	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	См. таблицу 2.3.1	Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи диффузии, задачи фильтрации).	Опрос
2 – 3	См. таблицу 2.3.1	Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.	Опрос
4	См. таблицу 2.3.1	Численные методы решения задач со старшим оператором Лапласа, параболические эволюционные уравнения и использование принципа максимума для них. Обратная задача для уравнения теплопроводности.	Опрос
1	2	3	4

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы УП не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Численное моделирование. Моделирование физических процессов. Параболические задачи математической физики (задача распространения тепла, задача диффузии, задача фильтрации).	Седов Л.И. Механика сплошной среды Том. 1 – список дополнительной литературы п. 5.2.1.
2	Элементы теории потенциала. Полные системы потенциалов. Постановка краевых задач. Алгоритмы решения задач математической физики.	Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики – список основной литературы п. 5.1.2.

3	Численное моделирование нестационарных физических процессов. Эволюционные уравнения в частных производных со старшим оператором Лапласа (принцип максимума для них).	Бэтчелор Дж., Моффат Г., Сэффмен Ф. и др. Современная гидромеханика. Успех и проблемы – список основной литературы п. 5.1.1.  Слезкин Н.А. Лекции по гидромеханике – список основной литературы п. 5.1.3.
4	Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка параболического типа и специфика численных методов, применяемых для нахождения их решений.	Седов Л.И. Механика сплошной среды Том. 2 – список дополнительной литературы п. 5.2.1.

### 3. Образовательные технологии:

Разбор практических задач и примеров, моделирование ситуаций, приводящих к тем или иным ошибкам в программе, выработка навыков выявления и исправления ошибок в процессе написания программы. Построение тестовых примеров для выявления ошибок в программе и сравнения эффективности различных алгоритмов.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### Используемые интерактивные образовательные технологии:

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Кол-во часов
В	Лабораторные занятия	Дискуссия на тему: «Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи диффузии, задачи фильтрации)»	4
		Дискуссия на тему: «Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности»	4
		Дискуссия на тему: «Численные методы решения задач со старшим оператором Лапласа, параболические эволюционные уравнения и использование принципа максимума для них. Обратная задача для уравнения теплопроводности»	4
<i>Итого:</i>			12

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

#### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

*Текущие аттестации не предусматриваются.*

#### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

*Контрольные вопросы (к зачету):*

1. Математическое моделирование процессов тепломассопереноса.
2. Математическая физика. Постановка краевых задач. Существование и единственность решения. Корректность и некорректность.
3. Обратные задачи. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных.
4. Уравнение теплопроводности, диффузии и фильтрации.
5. Нестационарные процессы и параболические уравнения.
6. Элементы теории потенциала. Интегральные операторы теории потенциала
7. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал.
8. Потенциал Робена. Интегральные операторы.  
Представление функций потенциалами. Лемма Новикова. Полные системы потенциалов
9. Полнота сдвигов фундаментального решения уравнения Лапласа в подпространстве гармонических функций.
10. Системы потенциалов полные на границе области. Полнота модифицированных систем, полученных из фундаментального решения.
11. Алгоритмы задач математической физики. Алгоритм задачи Робена.
12. Внутренняя и внешняя задача Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона.
13. Внутренняя задача и внешняя задача Неймана для уравнения Лапласа и уравнения Пуассона.
14. Границное управление температурой. Бигармоническое уравнение.
15. Моделирование физических процессов. Задачи математической физики.
16. Примеры задач математической физики. Задача распространения тепла.
17. Обратная задача для уравнения теплопроводности.
18. Основные типы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Постановка краевых задач.
19. Алгоритмы расчета по явным и неявным численным схемам для уравнения теплопроводности.
20. Алгоритмы решения задач об управлении температурой.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

5.1 Основная литература:

1. Сабитов, К.Б. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учеб. – Электрон. дан. – Москва: Физматлит, 2013. – 352 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59660>
2. Темам Р. Математическое моделирование в механике сплошных сред: учебное пособие / Темам Р., Миранвиль А. — Электрон. дан. — М.: "Лаборатория знаний" (ранее "БИНОМ. Лаборатория знаний"), 2017. — 323 с. – ISBN 978-5-00101-494-2- [Электронный ресурс] – URL: <https://e.lanbook.com/book/94110>
3. Рябенький, В. С. Введение в вычислительную математику [Электронный ресурс] / В. С. Рябенький. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 288 с. - (Физтеховский учебник). - ISBN 978-5-9221-0926-0. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/544692>

### **5.2 Дополнительная литература:**

1 Присекин, В.Л. Основы метода конечных элементов в механике деформируемых тел: учебник / В.Л. Присекин, Г.И. Растворгусев. – НГТУ, 2009. - 240 с. ISBN 978-5-7782-1287-9. — [Электронный ресурс]. — URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=436040](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=436040)

2 Александров, Д.В. Введение в гидродинамику : учебное пособие / Д.В. Александров, А.Ю. Зубарев, Л.Ю. Исакова. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2012. - 112 с. - ISBN 978-5-7996-0785-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=239521>

3 Митрофанова, О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерно-электрических установок / О.В. Митрофанова. - Москва : Физматлит, 2010. - 286 с. - ISBN 978-5-9221-1223-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68969>

### **5.3. Периодические издания:**

1. Bunyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. Inviscid Batchelor – model flow past an airfoil with a vortex trapped in a cavity // J.Fluid Mech. – 1996. – Vol. 323. – P. 367 – 376. <http://dx.doi.org/10.1017/S002211209600095X>

2. Bunyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. High – Reynolds – number Prandtl – Batchelor – model flow past an aerofoil with a vortex trapped in a cavity // J.Fluid Mech. – 1998. – Vol. 358. – P. 283 – 297. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112097008203>

3. Бунякин А.В. Ламинарный пограничный слой при обтекании крылового профиля с круговой выемкой // Изв. РАН Мех. жидк. и газа – 1998. – №2. – С. 52 – 57.

4. Бунякин А.В. Вихревая ячейка с вращающимся внутри цилиндром на поверхности крылового профиля при больших числах Рейнольдса // Изв. РАН Мех. жидк. и газа. – 2001. – № 4. – С. 87 – 92.

5. Sandoval M., Chernyshenko S. Extension of the Prandtl – Batchelor theorem to three-dimensional flows slowly varying in one direction // Journal of Fluid Mechanics 2010. V. 654. P. 351 – 361

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля): Wikipedia**

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

В процессе самостоятельной работы каждый обучающийся получает задания по каждому из трех разделов дисциплины (см. табл. 2.2), которые принимаются по согласованию с преподавателем (в специально назначаемое время).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1 Перечень необходимого программного обеспечения:**

1. Microsoft Office
2. COMSOL
3. CorelDraw
4. Embarcadero RAD Studio
5. Mathematica

### **8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем:**

*Wikipedia*

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

- |    |  |   |
|----|--|---|
| 1. | Справочно-правовая система «Консультант Плюс»  | ( <a href="http://www.consultant.ru">http://www.consultant.ru</a> ) |
| 2. | Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU ( <a href="http://www.elibrary.ru">http://www.elibrary.ru</a> ) |   |

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета