

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
Иванов А.Г.
«30» июня 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**Б1.В.07 Плоские и пространственные квазиконформные
отображения**

Направление подготовки: 01.04.01 Математика

Направленность (профиль): Комплексный анализ;

Программа подготовки: академическая

Форма обучения: очная

Квалификация (степень) выпускника: магистр

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины Б1.В.07 «Плоские и пространственные квазиконформные отображения» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.04.01 Математика

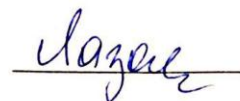
Программу составил:

Щербаков Е.А., профессор кафедры теории функций



Рабочая программа дисциплины Б1.В.07 «Плоские и пространственные квазиконформные отображения» утверждена на заседании кафедры теории функций
протокол № 11 «09» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Лазарев В.А.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры теории функций
протокол № 11 «09» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Лазарев В.А.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 3 «20» июня 2017 г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.



Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко О.В., доцент пед. наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий ФГБОУ ВО КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины.

Цель курса состоит в освоении студентами геометрических и аналитических методов исследования плоских квазиконформных отображений, а также в освоении студентами геометрических методов исследования пространственных отображений и приобретение навыков самостоятельного изучения и изложения трудных вопросов теории пространственных квазиконформных отображений.

1.2 Задачи дисциплины.

1. Формирование знания о характеристиках геометрической природы S^1 - квазиконформных отображений, как естественного обобщения квазиконформных отображений; понимания природы 1- квазиконформных отображений.

2. Формирование знания о квазиконформных отображениях, как об отображениях, наименее уклоняющихся от конформных отображений при отображениях четырёхсторонников.

3. Привить навыки использования теории экстремальных длин и модулей семейств кривых к исследованию k - квазиконформных отображений.

4. Сформировать знания о пространстве функций с обобщенными производными, соболевских пространствах и теоремах вложения для них.

5. Сформировать знания об эквивалентности аналитического и геометрического подходов при исследовании k - квазиконформных отображений.

6. Сформировать знания о потенциальных операторах И. Н. Векуа и об их связи с общими потенциальными операторами, их свойствах, как операторов, действующих в пространствах интегрируемых функций.

7. Сформировать знания о свойствах интегрируемого операторе Гильберта и общей теории Кальдерона-Зигмунда об операторах, действующих в пространствах интегрируемых функций, о свойствах оператора П. И. Н. Векуа потенциального типа.

8. Сформировать знание о квазиконформных отображениях плоскости (полуплоскости, области) на себя, как о решениях уравнения Бельтрами с измеримыми коэффициентами.

9. Сформировать с помощью примеров знания об отображениях с неограниченными характеристиками и их свойствах.

10. Сформировать знания о квазиконформных отображениях римановых поверхностей.

11. Сформировать знания о неоднолистных отображениях, осуществляемых решениями нелинейных систем.

12. Сформировать знания о свойствах конформно-инвариантных метрических характеристик пространственных областей (модули семейств кривых и поверхностей, емкость конденсатора) и навыков их вычисления в специальных случаях.

13. Сформировать знания о различных подходах к определению пространственных квазиконформных отображений и характеристиках таких отображений;

14. Сформировать знания о свойствах пространственных квазиконформных отображений.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Плоские и пространственные квазиконформные отображения» относится к вариативной части (В) Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана, является обязательной дисциплиной.

Дисциплина «Плоские и пространственные квазиконформные отображения» необходима для успешного освоения дисциплин «Геометрическая теория меры», а также для выполнения выпускной квалификационной работы и дальнейшей профессиональной деятельности. Изучение курса предполагает знание студентом следующих дисциплин: «Математический анализ», «Комплексный анализ», «Дифференциальная геометрия», «Алгебра», «Аналитическая геометрия».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций: ОК-1, ПК-1.

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	– характеристику геометрической природы C^1 – квазиконформных отображений, – определения и основные свойства метрических характеристик пространственных областей (модулей семейств кривых и поверхностей, емкости конденсатора) и уметь вычислять их значения для простейших областей; – различные эквивалентные определения пространственных k-квазиконформных отображений и примеры таких отображений; – основные свойства пространственных квазиконформных отображений; – о пространстве функций с обобщенными	– вычислять различные геометрические характеристики C^1 – отображений w, определяемые их частными производными, оценивать их значения, устанавливать свойство k-квазиконформности (и его отсутствие; находить характеристики обратных отображений); – формулировать общую задачу Гретша, сводить ее к задаче Гретша для прямоугольников, находить ее решение как в классе C^1 – отображений, так и отображений с обобщенными производными; –использовать теорию экстремальных длин и модулей для исследования k-квазиконформных отображений, уметь вычислять искажение модулей, устанавливать связи между локальными и глобальными свойствами k-квазиконформности; – вычислять обобщенные производные функций; уметь устанавливать связь между наличием обобщенной производной и абсолютной непрерывностью функции на линиях. Уметь устанавливать с помощью теорем вложения свойства функций, обладающих обобщенными производными. – устанавливать связь между аналитическими и	– навыками публичного представления изученного материала, – навыками использования теории экстремальных длин и модулей семейств кривых к исследованию k-квазиконформных отображений; – уметь исследовать поведение метрических характеристик пространственной области при квазиконформном отображении; научиться самостоятельно разбираться в основах теории пространственных квазиконформных отображений, уметь излагать изученный материал для других участников семинара;

№ п. п.	Индекс компет енции	Содержа ние компетен ции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			производными, соболевских пространствах и теоремах вложения для них; – о потенциальных операторах И. Н. Векуа и об их связи с общими потенциальным и операторами; – отображения с неограниченными характеристиками, их свойства примеры; – свойства интегрируемого оператора Гильберта и общую теорию Кальдерока-Зигмунда об операторах, – квазиконформные отображения плоскости (полуплоскости, области) на себя, как решения уравнения Бельтрами с измеримыми коэффициентами	геометрическими свойствами k-квазиконформных отображений; между различными определениями k-квазиконформности; – использовать различные формы формулы Грина для получения интегральных представлений функций, обладающих обобщенными производными и исследовать получающиеся при этом потенциальные операторы для исследования их свойств в зависимости от свойств обобщенных производных. – редуцировать задачу об оценивании сингулярного интеграла к несобственному интегралу и стандартному сингулярному; уметь, используя свойства оператора П. И. Н. Векуа, исследовать дифференциальные свойства функций, представленных с помощью потенциального оператора Т. И. Н. Векуа; – редуцировать задачу о построении отображения с заданной характеристикой к отысканию диффеоморфизма, являющегося решением уравнения Бельтрами; уметь редуцировать задачу отыскания решения уравнения Бельтрами к линейному уравнению для сингулярного интегрального оператора (его решения); уметь применять принципы неподвижных точек к исследованию таких интегральных уравнений, их разрешимости; уметь, используя свойства оператора П, доказывать единственность нормированных решений уравнения Бельтрами; – строить для простых случаев	

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
				римановы поверхности гиперболического типа по фуксовой группам, вычислять их род, исследовать характер покрытия сферы гипергеометрическими кривыми; – устанавливать связь между непрерывными отображениями плоскости на себя, непрерывными отображениями римановых поверхностей, порожденных фуксовыми группами и гомоморфизмами фуксовых групп; устанавливать связь между гомотопией непрерывных отображений римановых поверхностей и эквивалентностью гомоморфизмов фундаментальных групп;	
2.	ПК-1	способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	– характеристику геометрической природы C^1 – квазиконформных отображений, – определения и основные свойства метрических характеристик пространственных областей (модулей семейств кривых и поверхностей, емкости конденсатора) и уметь вычислять их значения для простейших областей; – различные эквивалентные	– устанавливать взаимно-однозначное соответствие между дифференциалами Бельтрами и квазиконформными гомеоморфизмами римановых поверхностей; – доказать теорему о решении уравнения Бельтрами, коэффициенты которого согласованы с фуксовой группой; – уметь строить индуцированный квадратичный дифференциал по отображению Тейхмюллера, определяемого некоторым квадратичным дифференциалом; уметь доказать экстремальные свойства отображения Тейхмюллера и вычислять расстояние Тейхмюллера; – уметь строить отображения $(N+1)$ – связных областей на $(N+1-k)$ – листовую риманову	– навыками публичного представления изученного материала, – навыками использования теории экстремальных длин и модулей семейств кривых к исследованию k -квазиконформных отображений; – уметь исследовать поведение метрических характеристик пространственной области при квазиконформном отображении;

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			определения пространственных k -квазиконформных отображений и примеры таких отображений; – основные свойства пространственных квазиконформных отображений; – о пространстве функций с обобщенными производными, соболевских пространствах и теоремах вложения для них; – о потенциальных операторах И. Н. Векуа и об их связи с общими потенциальными и операторами.	поверхность, накрывающую единичный круг, с $k+1$ граничными компонентами; – уметь сводить вопрос о существовании топологического отображения, осуществляемого решением уравнения к нелинейному интегральному уравнению с сингулярным оператором; – применять принципы неподвижных точек к исследованию вопроса о разрешимости нелинейного интегрального уравнения; – уметь конструировать неоднолистные решения нелинейных дифференциальных уравнений в многосвязных областях; уметь интерпретировать такие решения как гомеоморфизмы на n -мерные многосвязные римановы поверхности.	научиться самостоятельно разбираться в основах теории пространственных квазиконформных отображений, уметь излагать изученный материал для других участников семинара;

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)
		А
Контактная работа, в том числе:	46,3	46,3
Аудиторные занятия (всего):	46	46
Занятия лекционного типа	16	16
Лабораторные занятия	-	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	30	30
Иная контактная работа:	0,3	0,3
Контроль самостоятельной работы (КСР)	-	-
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3
Самостоятельная работа, в том числе:	35	35

Проработка учебного (теоретического) материала	15	15
Выполнение индивидуальных заданий	15	15
Подготовка к текущему контролю	5	5
Контроль:	26,7	26,7
Подготовка к экзамену	26,7	26,7
Общая трудоемкость	час.	108
	в том числе контактная работа	46,3
	зач. ед	3

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в А семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1.	Определение C^1 - квазиконформных отображений		1	1	-	2
2.	Задачи Гретша для четырехсторонников об отображениях, наименее уклоняющихся от конформных		1	1	-	3
3.	Геометрические свойства k - квазиконформных отображений		1	1	-	2
4.	Пространство функций с обобщенными производными		1	1	-	3
5.	Аналитическое и геометрическое определение k - квазиконформных отображений		1	1	-	2
6.	Операторы потенциального типа и их свойства		1	1	-	3
7.	Дифференциальные свойства функций, представляемых с помощью оператора И. Н. Векуа		2	2	-	2
8.	Теорема о существовании k - квазиконформных отображений		2	2	-	3
9.	Теоремы существования и несуществования отображений с неограниченными характеристиками		2	2	-	2
10.	Квазиконформные отображения римановых поверхностей		2	2	-	3
11.	Неоднолистные отображения, осуществляемые решениями нелинейных систем		2	2	-	2
12.	Модули семейств кривых и поверхностей		-	8	-	3
13.	Квазиконформные отображения в пространстве		-	8	-	3
	Контроль	27	-	-	-	-
	<i>Итого по дисциплине:</i>		16	32	-	33

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
---	----------------------	--------------------	-------------------------

1	2	3	4
1	Определение C^1 квазиконформных отображений	Определение C^1 - квазиконформных отображений. Задачи геометрии, анализа и механики, приводящие к ним. Формула Кристофеля-Шварца	Опрос (О)
2	Задачи Гретша для четырехсторонников об отображениях, наименее уклоняющихся от конформных	Задачи Гретша для четырехсторонников об отображениях, наименее уклоняющихся от конформных. Экстремальные длины семейств кривых. Модули четырехсторонников.	Опрос (О)
3	Геометрические свойства k квазиконформных отображений	Геометрические свойства k - квазиконформных отображений. Теоремы искажения расстояний. Задача Гретша, Мори, Тейхмюллера. Функции Кюнцы	Опрос (О)
4	Пространство функций обобщенными производными	Пространство функций с обобщенными производными. Теорема И. П. Белинского об искажении граничных расстояний. Определение слабой производной функции. Абсолютная непрерывность функций, обладающих обобщенными производными на линиях. Сглаживающие операторы. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости в слабом смысле. Пространства С. Л. Соболева. Теоремы вложения для соболевских пространств.	Опрос (О)
5	Аналитическое геометрическое определение k квазиконформных отображений	и Аналитическое и геометрическое определение k - квазиконформных отображений.	Опрос (О)
6	Операторы потенциального типа и их свойства	Операторы потенциального типа и их свойства.	Опрос (О)
7	Дифференциальные свойства функций, представляемых с помощью оператора И. Н. Векуа	Дифференциальные свойства функций, представляемых с помощью оператора И. Н. Векуа. Теоремы существования решения уравнения Бельтрами с коэффициентом Бельтрами, имеющим компактный носитель в S .	Опрос (О)
8	Теорема существования k квазиконформных отображений	о Теорема о существовании k - квазиконформных отображений. Теоремы существования решения уравнения Бельтрами с коэффициентом, имеющим компактный носитель в S .	Опрос (О)
9	Теоремы существования и несуществования отображений с неограниченными характеристиками	и Теоремы существования и несуществования отображений с неограниченными характеристиками.	Опрос (О)
10	Квазиконформные	Квазиконформные отображения римановых	Опрос (О)

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
	отображения римановых поверхностей	поверхностей. Представление римановой поверхности фуксовой группой. Непрерывные отображения римановых поверхностей. k - квазиконформные отображения римановых поверхностей. Отображения Тейхмюллера. Теорема Тейхмюллера.	
11	Неоднолистные отображения, осуществляемые решениями нелинейных систем	Неоднолистные отображения, осуществляемые решениями нелинейных систем. Отображения многосвязных областей на римановы поверхности аналитическими функциями. Неооднолистные отображения, решениями нелинейных систем.	Опрос (О)

2.3.2 Занятия семинарского типа.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Определение C^1 квазиконформных отображений	- Формула Кристофеля-Шварца	Опрос (О)
2	Задачи Гретша для четырехсторонников об отображениях, наименее уклоняющихся от конформных	Экстремальные длины семейств кривых. Модули четырехсторонников.	Опрос (О)
3	Геометрические свойства k - квазиконформных отображений	Теоремы искажения расстояний. Функции Кюнцы	Опрос (О)
4	Пространство функций с обобщенными производными	Сглаживающие операторы. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости в слабом смысле. Пространства С. Л. Соболева. Теоремы вложения для соболевских пространств.	Опрос (О)
5	Аналитическое геометрическое определение k квазиконформных отображений	и Аналитическое и геометрическое определение k - квазиконформных отображений.	Опрос (О)
6	Операторы потенциального типа и их свойства	Операторы потенциального типа и их свойства.	Опрос (О)
7	Дифференциальные свойства функций, представляемых с помощью оператора И. Н.	Дифференциальные свойства функций, представляемых с помощью оператора И. Н. Векуа.	Опрос (О)

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
	Векуа		
8	Теорема о существовании k - квазиконформных отображений	Теоремы существования решения уравнения Бельтрами с коэффициентом, имеющим компактный носитель в S .	Опрос (О)
9	Теоремы существования и несуществования отображений с неограниченными характеристиками	Теоремы существования и несуществования отображений с неограниченными характеристиками.	Опрос (О)
10	Квазиконформные отображения римановых поверхностей	Непрерывные отображения римановых поверхностей. k - квазиконформные отображения римановых поверхностей. Отображения Тейхмюллера. Теорема Тейхмюллера.	Опрос (О)
11	Неоднолистные отображения, осуществляемые решениями нелинейных систем	Отображения многосвязных областей на римановы поверхности аналитическими функциями. Неоднолистные отображения, решениями нелинейных систем.	Опрос (О)
12	Модули семейств кривых и поверхностей	Модули семейств кривых и поверхностей их свойства, критерий исключительности, экстремальная длина. Примеры вычисления модулей семейств кривых и поверхностей. Модуль кольцевой области. Конформная емкость.	Опрос (О)
13	Квазиконформные отображения в пространстве	Квазиконформные отображения в пространстве. Определения и описание основных методов. Изменение модулей областей при конформных и квазиконформных отображениях в пространстве. Отклонение линейного отображения. Отклонение гомеоморфизма, примеры. Искажение во внутренних точках при квазиконформных отображениях областей. Коэффициенты квазиконформности отображений.	Опрос (О)

2.3.3 Лабораторные занятия.

Лабораторные занятия - не предусмотрены

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) – не предусмотрены

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	1. Барсукова В.Ю., Боровик О.Г. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов. Краснодар: «КубГУ», 2017. 19 с. Утверждены на заседаниях кафедр факультета математики и компьютерных наук: функционального анализа и алгебры, информационных образовательных технологий, вычислительной математики и информатики, математических и компьютерных методов, теории функций, протокол № 1 от 2017 г. 2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009, 432 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322) 3. Шабунин М.И., Половинкин Е.С., Карлов М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. 365 с. (см. https://e.lanbook.com/book/70732#book_name)
2	Выполнение индивидуальных заданий	1. Барсукова В.Ю., Боровик О.Г. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов. Краснодар: «КубГУ», 2017. 19 с. Утверждены на заседаниях кафедр факультета математики и компьютерных наук: функционального анализа и алгебры, информационных образовательных технологий, вычислительной математики и информатики, математических и компьютерных методов, теории функций, протокол № 1 от 2017 г. 2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009, 432 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322) 3. Шабунин М.И., Половинкин Е.С., Карлов М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. 365 с. (см. https://e.lanbook.com/book/70732#book_name)
3	Подготовка к текущему контролю	1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009, 432 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322) 2. Шабунин М.И., Половинкин Е.С., Карлов М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. 365 с. (см. https://e.lanbook.com/book/70732#book_name)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

При изучении данного курса используются как традиционные лекции и лабораторные занятия, так и современные интерактивные образовательные технологии.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Плоские и пространственные квазиконформные отображения» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, в ходе дискуссий. Также используются занятия-визуализации и доклады студентов.

Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, высказать своё мнение. Основным объём использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

Описание модели.

Исследование модели или поиск различных способов решений задачи.

Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.

Занятие-визуализация.

В данном типе передача преподавателем информации студентам сопровождается показом различных рисунков, структурно-логических схем, опорных конспектов, диаграмм и т. п. (например, с помощью слайдов).

Всего учебным планом предусмотрено 4 часа в интерактивной форме

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
А		Дискуссия «Элементарные и сложные знания»	2

		Занятие-визуализация: «Структура базы знаний цифрового пространства знаний»	2
Итого:			4

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия, на основе публичного выступления студентов по темам домашних заданий. В течение семестра проводятся обсуждения работы и теоретический опрос.

Контрольные вопросы для проведения текущего контроля

1. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, осуществляющего топологическое отображение плоскости на себя, для коэффициента с компактным носителем в P^1 , содержащим бесконечно удаленную точку.
2. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, осуществляющего топологическое отображение S на себя для случая произвольного измеримого коэффициента.
3. Примеры отображений с неограниченными характеристиками. Теорема о существовании решений уравнения Бельтрами, осуществляющих топологическое отображение вырожденного кольца на вырожденное и невырожденное кольцо.
4. Понятие универсальной накрывающей римановой поверхности. Классификация римановых поверхностей. Конформный модуль поверхности гиперболического типа.
5. Фундаментальная группа поверхностей. Теорема о гомотопии непрерывных отображений римановых поверхностей.
6. Дифференциалы Бельтрами на римановой поверхности и её квазиконформные гомоморфизмы.
7. Коэффициенты Бельтрами, согласованные с фуксовой группой. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, согласованного с фуксовой группой. Индуцированное отображение индуцированных римановых поверхностей.
9. Теорема Тейхмюллера об экстремальном свойстве отображений Тейхмюллера (формулировка теоремы). Расстояние Тейхмюллера. Структура пространства Тейхмюллера $T(S_0)$.
10. Теорема существования аналитической функции, отображающей многосвязную область на многосвязную риманову поверхность.

11. Теорема существования решений нелинейных систем дифференциальных уравнений, отображающих многосвязные области на многосвязные римановы поверхности.
- 12.
14. Теорема П.П. Белинского об искажении внутренних расстояний при k - квазиконформных отображениях.
15. Теорема о k - квазиконформности модуля семейства кривых при k - квазиконформных отображениях.
16. Задачи Грётша, Мори и Тейхмюллера об экстремальном модуле кольцевых областей, разделяющих замкнутые множества, их функции Кюнцы, связь между ними.
18. Теорема об абсолютной непрерывности k - квазиконформных отображений, определенных геометрически.
19. Теорема Мори о равностепенной непрерывности семейства нормированных k - квазиконформных отображений.
20. Теорема об эквивалентности геометрического и аналитического способов определения k - квазиконформных отображений.
21. Лемма Вейля (формулировка). Теорема об интегральном представлении функций, имеющих интегрируемую обобщенную производную.
22. Потенциальный T - оператор И. Н. Векуа. Теореме о компактности T - оператора И.Н. Векуа, $T: L_p(G) \rightarrow C(\cdot)$, $p > 2$, .
24. Дифференциальные свойства функций, представимых оператором T И.Н. Векуа.
25. Теорема единственности нормированного решения уравнения Бельтрами для случая коэффициента Бельтрами, имеющего компактный носитель.
26. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, осуществляющего топологическое отображение плоскости на себя, для случая коэффициента с компактным носителем в C .

Темы для занятия-конференции

1. Отображение Тейхмюллера римановых поверхностей, $f: S \rightarrow S'$. Теорема о связи между квадратичными дифференциалами S и S' .
2. Сингулярные интегралы в пространстве R^n . Оператор Гильберта H на вещественной прямой. Теорема об ограниченности оператора $H: L_p(G) \rightarrow L_p(G)$, $p > 1$ (с доказательством). Теорема об ограниченности сингулярного интегрального оператора Π И.Н. Векуа, $\Pi: L_p(G) \rightarrow L_p(G)$, $p > 1$, .
3. Эллиптические функции и теорема об оценке функций Кюнцы.
4. Модуль четырехсторонника. «Внутреннее» определение модуля с помощью понятия экстремальной длины семейства кривых. «Внешнее» определение с помощью эллиптических интегралов.
5. Задача Грётша для четырехсторонников об отображениях, наименее уклоняющихся от конформных в классе C_1 , её решение и классе функций с обобщенными производными.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена. Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично.

Вопросы к экзамену

1. Модуль четырехсторонника. «Внутреннее» определение модуля с помощью понятия экстремальной длины семейства кривых. «Внешнее» определение с помощью эллиптических интегралов.

2. Задача Грётша для четырехсторонников об отображениях, наименее уклоняющихся от конформных в классе C^1 , её решение в классе функций с обобщенными производными.

3. Теорема П.П. Белинского об искажении внутренних расстояний при k - квазиконформных отображениях.

4. Теорема о k - квазиконформности модуля семейства кривых при k - квазиконформных отображениях.

5. Задачи Грётша, Мори и Тейхмюллера об экстремальном модуле кольцевых областей, разделяющих замкнутые множества, их функции Кюнцы, связь между ними.

6. Эллиптические функции и теорема об оценке функций Кюнцы.

7. Теорема об абсолютной непрерывности k - квазиконформных отображений, определенных геометрически.

8. Теорема Мори о равностепенной непрерывности семейства нормированных k - квазиконформных отображений.

9. Теорема об эквивалентности геометрического и аналитического способов определения k - квазиконформных отображений.

10. Лемма Вейля (формулировка). Теорема об интегральном представлении функций, имеющих интегрируемую обобщенную производную.

11. Потенциальный T – оператор И. Н. Векуа. Теорема о компактности T – оператора И.Н. Векуа $T : L^p(G) \rightarrow C(\bar{G})$, $p > 2$, $G \subset\subset C$

12. Сингулярные интегралы в пространстве R^n . Оператор Гильберта H на вещественной прямой. Теорема об ограниченности оператора $H : L^p(R) \rightarrow L^p(R)$, $p > 1$ (с доказательством). Теорема об ограниченности сингулярного интегрального оператора Π И. Н. Векуа $\Pi : L^p(G) \rightarrow L^p(G)$, $p > 1$, $G \subset\subset C$.

13. Дифференциальные свойства функций, представимых оператором T И.Н. Векуа.

14. Теорема единственности нормированного решения уравнения Бельтрами для случая коэффициента Бельтрами, имеющего компактный носитель.

15. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, осуществляющего топологическое отображение плоскости на себя, для случая коэффициента с компактным носителем в C .

16. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, осуществляющего топологическое отображение плоскости на себя, для коэффициента с компактным носителем в P_1 , содержащим бесконечно удаленную точку.

17. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, осуществляющего топологическое отображение C на себя для случая произвольного измеримого коэффициента.

18. Примеры отображений с неограниченными характеристиками. Теорема о существовании решений уравнения Бельтрами, осуществляющих топологическое отображение вырожденного кольца на вырожденное и невырожденное кольцо.

19. Понятие универсальной накрывающей римановой поверхности. Классификация римановых поверхностей. Конформный модуль поверхности гиперболического типа.

20. Фундаментальная группа поверхностей. Теорема о гомотопии непрерывных отображений римановых поверхностей.

21. Дифференциалы Бельтрами на римановой поверхности и её квазиконформные гомоморфизмы.

22. Коэффициенты Бельтрами, согласованные с фуксовой группой. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, согласованного с фуксовой группой. Индуцированное отображение индуцированных римановых поверхностей.

23. Отображение Тейхмюллера римановых поверхностей $f : S \rightarrow S'$. Теорема о связи между квадратичными дифференциалами на S и S' .

24. Теорема Тейхмюллера об экстремальном свойстве отображений Тейхмюллера (формулировка теоремы). Расстояние Тейхмюллера. Структура пространства Тейхмюллера $T(S_0)$.

25. Теорема существования аналитической функции, отображающей многосвязную область на многосвязную риманову поверхность.

26. Теорема существования решений нелинейных систем дифференциальных уравнений, отображающих многосвязные области на многосвязные римановы поверхности.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

5.1 Основная литература:

1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009, 432 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322)
2. Шабунин М.И., Половинкин Е.С., Карлов М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. 365 с. (см. https://e.lanbook.com/book/70732#book_name)

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечной системе «Лань».

5.2 Дополнительная литература:

1. Альфорс Л., Берс Л. Пространства римановых поверхностей и квазиконформные отображения. – М. : Издательство иностранной литературы, 1961. - 175 с., ил. - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450358>.

2. Митюк И. П., Шеретов В. Г., Щербаков Е. А., Плоские квазиконформные отображения. – Краснодар: Кубанский государственный университет, 1979. 82 с. (46 шт.)

5.3. Периодические издания:

- 1) Вестник МГУ. Серия: Математика. Механика;
- 2) Вестник СПбГУ. Серия: Математика. Механика. Астрономия;
- 3) Известия ВУЗов. Серия: Математика;
- 4) Известия РАН (до 1993 г. Известия АН СССР). Серия: Математическая;
- 5) Математика. Реферативный журнал. ВИНТИ;
- 6) Математические заметки;
- 7) Математический сборник.

(перечисленные издания хранятся в фонде библиотеки КубГУ)

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. ЭБС "Университетская библиотека ONLINE" – <http://biblioclub.ru/>
2. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>
3. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>
4. Scopus – база данных рефератов и цитирования – <http://www.scopus.com/>
5. Web of Science (WoS) – http://apps.webofknowledge.com/WOS_GeneralSearch_input.do?product=WOS&search_mode=GeneralSearch&SID=V2yRRW6FP9RssAaul78&preferencesSaved
6. Научная электронная библиотека (НЭБ) – <http://www.elibrary.ru/>
7. Архив научных журналов – <http://archive.neicon.ru/>
8. Электронная Библиотека Диссертаций – <https://dvs.rsl.ru/>
9. Национальная электронная библиотека – <http://нэб.рф/>
10. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <http://infoneeds.kubsu.ru/>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и поднимаются проблемные вопросы; практических занятий, на которых широко используются активные и интерактивные образовательные технологии; лабораторных, в процессе проведения которых обучающиеся отрабатывают навыки решения конкретных научных задач.

Важнейшими составляющими курса являются такие виды занятий, самостоятельная работа студентов, такая как разбор лекций, работа с литературой, отработка навыков решения практических задач, подготовка к занятиям-конференциям. В процессе самостоятельной работы обучающимися активно используются информационные справочные системы.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе дискуссии со студентами, дающей представление о динамике роста знаний студентов и их научном потенциале; учета активности студента на занятиях.

Итоговый контроль осуществляется в форме зачета.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

8.1 Перечень информационных технологий

- Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;
- Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий;
- Работа с информационными справочными системами;
- Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

- Офисный пакет приложений Microsoft Office.

8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем

- Электронные ресурсы библиотеки КубГУ – <https://kubsu.ru/node/1145> (см. п. 6)
- Могут использоваться иные информационно-поисковые системы сети Интернет.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Семинарские занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Рецензия
на рабочую программу дисциплины
«Плоские и пространственные квазиконформные отображения»
по направлению подготовки 01.04.01 Математика,
очной формы обучения.

Составитель рабочей программы:
профессор каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Щербаков Е.А.

Рабочая программа полностью соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры).

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций. Рабочая программы содержит тематический план, который раскрывает последовательность изучения тем и разделов программы, с указанием практических часов. Информация о видах и объеме учебной работы содержит тематику лекционных занятий и практических занятий, призванных сформировать у студентов базовые знания и формирование основных навыков, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности.

Содержащийся перечень и количество практических занятий достаточен для формирования уровня подготовки, определенного требованиями ФГОС.

Перечень тем и разделов, которые должны изучить слушатели, а также основные требования к уровню подготовки слушателей объему знаний и умений, которым они должны обладать по каждой из перечисленных тем.

Самостоятельные задания развивают знания, умения и навыки, полученные в результате изучения предмета.

Перечень средств обучения исчерпывающий и соответствует предъявляемым требованиям.

Список литературы содержит достаточный состав источников, необходимых для качественного обучения студентов.

Рабочая программа дисциплины «Плоские и пространственные квазиконформные отображения» способствует приобретению и развитию умений и навыков для решения профессиональных задач математическими методами, формированию компетентного специалиста.

Рецензент,
Гусаков В.А., 
канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение-Юг».

