Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
_______________ Иванов А.Г.
«30» июня 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.05 Математический анализ на многообразиях

Направление подготовки: 01.04.01 Математика

Направленность (профиль): Комплексный анализ;

Программа подготовки: академическая

Форма обучения: очная

Квалификация (степень) выпускника: магистр

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины Б1.В.05 «Математический анализ на многообразиях» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.04.01 Математика

Программу составил:

Бирюк А.Э., доцент кафедры теории функций

Рабочая программа дисциплины Б1.В.05 «Математический анализ на многообразиях» утверждена на заседании кафедры теории функций протокол № 11 «09» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Лазарев В.А.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры теории функций протокол № 11 «09» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Лазарев В.А.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 3 «20» июня 2017 г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко О.В., доцент пед. наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий ФГБОУ ВО КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель освоения дисциплины.

Дисциплина «Математический анализ на многообразиях» мотивирован прежде всего потребностями физики.

Невозможно представить себе современную физику, например, теорию относительности, а также космологию без знания «анализа на многообразиях».

Главная цель курса: дать представление о современном состоянии наиболее развитых и важных разделов теории математического анализа на многообразиях и некоторых её приложений и по возможности отразить её связи со смежными дисциплинами (физикой, теорией относительности, топологией).

1.2 Задачи дисциплины.

1. Формирование знаний об общих свойствах многообразий и возможностях их применений;
2. Формирование знаний о характеристиках векторных полей и форм, тензорах;
3. Глубокое понимание общей формулы Стокса;
4. Указание возможностей применения математического анализа на многообразиях к задачам математики и физики.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Математический анализ на многообразиях» относится к вариативной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Для изучения данной дисциплины необходимо прослушать курс математического анализа, комплексного анализа на уровне бакалавриата.

Изучение данной дисциплины необходимо для успешного прохождения ГИА.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общекультурных и профессиональных компетенций: ПК-1, ПК-12.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
1.	ПК - 12	способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики	-математические понятия дисциплины и формулировки всех утверждений и теорем (см. программу);	-приводить примеры многообразий; -производить разбиение единицы на многообразиях; -разлагать диффеоморфизм в композицию элементарных; -делать замену переменных в интеграле от дифференциальной формы; -альтернировать любой тензор; -дифференциро-	-доказательствами основных теорем курса;

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
				вать дифференциальную форму; -находить базис в пространстве форм;	
2.	ПК-1	способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	-определение многообразий; -понятия карт и атласов на многообразии; -определение векторных полей форм и тензоров; -свойства внешнего дифференциала; -общую теорему Стокса; -бескоординатный язык в теории многообразий.	-выводить теоремы Грина, Гаусса и Стокса из общей формулы Стокса.	-культурой математических рассуждений и формализма в рамках курса анализа на многообразиях; -навыками практического использования математического анализа на многообразиях при решении различных теоретических и прикладных задач.

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице *(для студентов ОФО)*.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)
		9
Контактная работа, в том числе:	**32,2**	**32,2**
Аудиторные занятия (всего):	**32**	**32**
Занятия лекционного типа	16	16
Лабораторные занятия	-	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	16	16
	-	-
Иная контактная работа:	**0,2**	**0,2**
Контроль самостоятельной работы (КСР)	-	-
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
Самостоятельная работа, в том числе:	**75,8**	**75,8**

Проработка учебного (теоретического) материала		30	30
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)		26	26
Реферат		4	4
Подготовка к текущему контролю		15,8	15,8
Контроль:			
Подготовка к экзамену		-	-
Общая трудоемкость	**час.**	**108**	**108**
	в том числе контактная работа	**32,2**	**32,2**
	зач. ед.	**3**	**3**

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 9 семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1.	Дифференцируемость в нормированных пространствах.	6	1	1	-	2
2.	Понятие многообразия.	4	1	1	-	2
3.	Векторы и ковекторы	3	1	1	-	1
4.	Поле реперов. Ориентация. Ориентируемость.	3	1	1	-	1
5.	Критерии ориентируемости	1,5	0,5	-	-	1
6.	Тензоры.	3,5	0,5	1	-	2
7.	Кососимметрические тензоры типа (0,k).	1,5	0,5	-	-	1
8.	Базисные векторы и тензоры	2,5	0,5	1	-	1
9.	Дифференциал дифференциальной формы.	2,5	0,5	1	-	1
10.	Интегрирование в $\mathbf{R}^n$.	2,5	0,5	1	-	1
11.	Свойства интеграла	1,5	0,5	-	-	1
12.	Разбиение единицы	2,5	0,5	1	-	1
13.	Теорема о разложении диффеоморфизма в суперпозицию элементарных	3,5	0,5	1	-	2
14.	Замена переменных в интеграле	2,5	0,5	1	-	1
15.	Интегрирование форм на многообразии.	1,5	0,5	-	-	1
16.	Теорема Стокса для куба в $\mathbf{R}^n$	2,5	0,5	1	-	1
17.	Многообразия с краем. Край многообразия с краем	1,5	0,5	-	-	1
18.	Общая теорема Стокса	3,5	0,5	1	-	2
19.	Риманово многообразие.	3,5	0,5	1	-	1
20.	Классические следствия из общей формулы Стокса	2	0,5	0,5	-	1
21.	Пространство гладких функций на многообразии.	2,5	0,5	-	-	2
22.	Бескоординатный язык в теории многообразий	2	0,5	0,5	-	1
23.	Множества меры 0 на многообразиях	2	1	-	-	1
24.	Теорема Сарда	3,5	1	0,5	-	2

25.	Вложения и погружения гладких многообразий	1,5	1	0,5	-	1
26.	Подготовка к зачёту	44			-	43,8
	Итого по дисциплине:		16	16	-	75,8

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Дифференцируемость в нормированных пространствах.	Понятие дифференцируемости. $\mathbf{R}^n$ как нормированное пространство. Дифференцируемость отображений нормированных пространств	Контрольный опрос
2.	Понятие многообразия.	Определение гладкого многообразия. Примеры гладких многообразий. Подмногообразия $\mathbf{R}^n$, выделяемые системой уравнений.	Контрольный опрос
3.	Векторы и ковекторы	Векторы и ковекторы в точке. Вектор скорости кривой на многообразии. Градиентное ковекторное поле.	Контрольный опрос
4.	Поле реперов. Ориентация. Ориентируемость.	Поле реперов на многообразии. Ориентация многообразия. Ориентируемость многообразия, заданного системой уравнений в $\mathbf{R}^n$	Контрольный опрос
5.	Критерии ориентируемости	Критерий ориентируемости многообразия через атлас локальных карт. Критерий ориентируемости многообразия через замкнутую цепочку локальных карт. Примеры неориентируемых многообразий.	Контрольный опрос
6.	Тензоры.	Тензоры типа (p,q). Произведение тензоров. Тензоры типа (0,k) как полилинейные формы на касательном пространстве	Контрольный опрос
7.	Кососимметрические тензоры типа (0,k).	Кососимметрические тензоры типа (0,k). Альтернация тензоров типа (0,k). Алгебра кососимметрических тензоров	Контрольный опрос
8.	Базисные векторы и тензоры	Базисные векторы $\partial / \partial x_\alpha^i$. Базисные тензоры $dx_\alpha^{i_1} \wedge \ldots \wedge dx_\alpha^{i_k}$. Преобразование базисных тензоров при заменах координат. Дифференциальные формы ранга k (k-формы)	Контрольный опрос
9.	Дифференциал дифференциальной формы.	Дифференциал дифференциальной формы. Дифференциал произведения форм. Второй дифференциал формы	Контрольный опрос
10.	Интегрирование в $\mathbf{R}^n$.	Интегрирование в $\mathbf{R}^n$. Верхние и нижние суммы Дарбу. Интеграл как линейный функционал	Контрольный опрос
11.	Свойства интеграла	Интегрируемость непрерывной функции. Интеграл от непрерывного семейства непрерывных функций. Теорема Фубини	Контрольный опрос
12.	Разбиение единицы	Существование разбиение единицы.	Контрольный опрос
13.	Теорема о разложении диффеоморфизма в суперпозицию элементарных	Описание элементарных диффеоморфизмов. Теорема о разложении диффеоморфизма в суперпозицию элементарных	Контрольный опрос

14.	Замена переменных в интеграле	Замена переменных в интеграле при гладких преобразованиях координат.	Контрольный опрос
15.	Интегрирование форм на многообразии.	Интеграл от дифференциальной формы на многообразии	Контрольный опрос
16.	Теорема Стокса для куба в $\mathbf{R}^n$	Теорема Стокса для куба в $\mathbf{R}^n$	Контрольный опрос
17.	Многообразия с краем. Край многообразия с краем	Многообразия с краем. Индуцированная ориентация на крае. Ограничение дифференциальных форм на подмногообразия	Контрольный опрос
18.	Общая теорема Стокса	Общая теорема Стокса	Контрольный опрос
19.	Риманово многообразие.	Риманово многообразие. Форма объема на римановом многообразии. Формы объема на подмногообразиях в $\mathbf{R}^n$. Интегралы первого и второго рода.	Контрольный опрос
20.	Классические следствия из общей формулы Стокса	Теоремы Грина, Гаусса и Стокса (для поверхностей в $\mathbf{R}^3$)	Контрольный опрос
21.	Пространство гладких функций на многообразии.	Пространство гладких функций на многообразии. Вектор как дифференцирование в пространстве функций	Контрольный опрос
22.	Бескоординатный язык в теории многообразий	Бескоординатный язык в теории многообразий. Гладкие отображения. Отображения векторов и дифференциальных форм при гладких отображениях. Критические точки отображений	Контрольный опрос
23.	Множества меры 0 на многообразиях	Множества меры 0 на многообразиях	Контрольный опрос
24.	Теорема Сарда	Теорема Сарда о критических точках гладких отображений	Контрольный опрос
25.	Вложения и погружения гладких многообразий	Теорема Уитни о вложениях и погружениях гладкого многообразия	Контрольный опрос

2.3.2 Занятия семинарского типа.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Дифференцируемость в нормированных простанствах.	Понятие дифференцируемости. $\mathbf{R}^n$ как нормированное пространство. Дифференцируемость отображений нормированных пространств	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
2.	Понятие многообразия.	Определение гладкого многообразия. Примеры гладких многообразий. Подмногообразия $\mathbf{R}^n$, выделяемые системой уравнений.	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
3.	Векторы и ковекторы	Векторы и ковекторы в точке. Вектор скорости кривой на многообразии. Градиентное ковекторное поле.	Решение задач на практических занятиях. Проверка

			домашних заданий.
4.	Поле реперов. Ориентация. Ориентируемость.	Поле реперов на многообразии. Ориентация многообразия. Ориентируемость многообразия, заданного системой уравнений в $\mathbf{R}^n$	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
5.	Критерии ориентируемости	Критерий ориентируемости многообразия через атлас локальных карт. Критерий ориентируемости многообразия через замкнутую цепочку локальных карт. Примеры неориентируемых многообразий.	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
6.	Тензоры.	Тензоры типа (p,q). Произведение тензоров. Тензоры типа (0,k) как полилинейные формы на касательном пространстве	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
7.	Кососимметрические тензоры типа (0,k).	Кососимметрические тензоры типа (0,k). Альтернация тензоров типа (0,k). Алгебра кососимметрических тензоров	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
8.	Базисные векторы и тензоры	Базисные векторы $\partial/\partial x_\alpha^i$. Базисные тензоры $dx_\alpha^{i_1}\wedge\ldots\wedge dx_\alpha^{i_k}$. Преобразование базисных тензоров при заменах координат. Дифференциальные формы ранга k (k-формы)	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
9.	Дифференциал дифференциальной формы.	Дифференциал дифференциальной формы. Дифференциал произведения форм. Второй дифференциал формы	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
10.	Интегрирование в $\mathbf{R}^n$.	Интегрирование в $\mathbf{R}^n$. Верхние и нижние суммы Дарбу. Интеграл как линейный функционал	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
11.	Свойства интеграла	Интегрируемость непрерывной функции. Интеграл от непрерывного семейства непрерывных функций. Теорема Фубини	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
12.	Разбиение единицы	Существование разбиение единицы.	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
13.	Теорема о разложении	Описание элементарных диффеоморфизмов.	Решение задач

	диффеоморфизма в суперпозицию элементарных	Теорема о разложении диффеоморфизма в суперпозицию элементарных	на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
14.	Замена переменных в интеграле	Замена переменных в интеграле при гладких преобразованиях координат.	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
15.	Интегрирование форм на многообразии.	Интеграл от дифференциальной формы на многообразии	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
16.	Теорема Стокса для куба в $\mathbf{R}^n$	Теорема Стокса для куба в $\mathbf{R}^n$	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
17.	Многообразия с краем. Край многообразия с краем	Многообразия с краем. Индуцированная ориентация на крае. Ограничение дифференциальных форм на подмногообразия	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
18.	Общая теорема Стокса	Общая теорема Стокса	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
19.	Риманово многообразие.	Риманово многообразие. Форма объема на римановом многообразии. Формы объема на подмногообразиях в $\mathbf{R}^n$. Интегралы первого и второго рода.	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
20.	Классические следствия из общей формулы Стокса	Теоремы Грина, Гаусса и Стокса (для поверхностей в $\mathbf{R}^3$)	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
21.	Пространство гладких функций на многообразии.	Пространство гладких функций на многообразии. Вектор как дифференцирование в пространстве функций	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
22.	Бескоординатный язык в теории многообразий	Бескоординатный язык в теории многообразий. Гладкие отображения. Отображения векторов и дифференциальных форм при гладких отображениях. Критические точки отображений	Решение задач на практических занятиях. Проверка

			домашних заданий.
23.	Множества меры 0 на многообразиях	Множества меры 0 на многообразиях	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
24.	Теорема Сарда	Теорема Сарда о критических точках гладких отображений	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.
25.	Вложения и погружения гладких многообразий	Теорема Уитни о вложениях и погружениях гладкого многообразия	Решение задач на практических занятиях. Проверка домашних заданий.

2.3.3 Лабораторные занятия.

Не предусмотрены

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Проработка учебного (теоретического) материала	1. Барсукова В.Ю., Боровик О.Г. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов. Краснодар: «КубГУ», 2017. 19 с. Утверждены на заседаниях кафедр факультета математики и компьютерных наук: функционального анализа и алгебры, информационных образовательных технологий, вычислительной математики и информатики, математических и компьютерных методов, теории функций, протокол № 1 от 2017 г. 2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Лань, 2015 http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055 3. Натансон. И.П. Теория функций вещественной переменной. Лань, 2008. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284 4. Люстерник Л.А. Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Лань, 2009. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245
2.	Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений,	1. Барсукова В.Ю., Боровик О.Г. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов. Краснодар: «КубГУ», 2017. 19 с. Утверждены на заседаниях кафедр факультета математики и компьютерных

	презентаций)	наук: функционального анализа и алгебры, информационных образовательных технологий, вычислительной математики и информатики, математических и компьютерных методов, теории функций, протокол № 1 от 2017 г. 2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Лань, 2015 http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055 3. Натансон. И.П. Теория функций вещественной переменной. Лань, 2008. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284 4. Люстерник Л.А. Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Лань, 2009. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245
3.	Реферат	1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Лань, 2015 http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055 2. Натансон. И.П. Теория функций вещественной переменной. Лань, 2008. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284 3. Люстерник Л.А. Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Лань, 2009. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245.
4.	Подготовка к текущему контролю	. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Лань, 2015 http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055 2. Натансон. И.П. Теория функций вещественной переменной. Лань, 2008. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284 3. Люстерник Л.А. Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Лань, 2009. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

При изучении данного курса используются как традиционные лекции и лаборатор- ные занятия, так и современные интерактивные образовательные технологии.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Математический анализ на многообразиях» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «сту- дент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо до- стигаются при изложении материала, в ходе дискуссий. Также используются занятия- визуализации и доклады студентов.

Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, пред- ложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно изла- гать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск дру- гого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмот- рение задач с лишними и недостающими данными. Студентам предлагается проанализи- ровать варианты решения, высказать своё мнение. Основной объем использования интер- активных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

Описание модели.

Исследование модели или поиск различных способов решений задачи.

Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.

Занятие-визуализация.

В данном типе передача преподавателем информации студентам сопровождается показом различных рисунков, структурно-логических схем, опорных конспектов, диа- грамм и т. п. (например, с помощью слайдов) .

Всего учебным планом предусмотрено 6 часа в интерактивной форме

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количе- ство ча- сов
9	Лаборатор- ные занятия	Занятие-визуализация: «Теорема Стокса»	3
		Дискуссия «Теорема Сарда о критических точках гладких отображений»	3
Итого:			6

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подго- товки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, ко- торая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессио- нальных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Примерные задачи для работы на семинаре

1. Перечислить все топологии на одно, двух и трех точечных множествах.
2. Ввести структуру многообразия на окружности, сфере, плоскости, торе.
3. Привести пример множеств являющихся многообразиями и таковыми не являющимися.
4. Показать, что стандартная топология в R^n является топологией в абстрактном смысле.
5. Индуцировать ориентацию с многообразия на подмногообразие (описать метод когда это возможно)
6. Доказать, что край ориентируемого многообразия ориентируем.
7. Привести пример многообразия, край которого неориентируем.
8. Доказать, что декартово произведение ориентируемых многообразий ориентируемо.
9. Доказать, что многообразие размерности n, содержащее неориентируемое подмногообразие размерности n, неориентируемо.
10. Доказать, что регулярная поверхность в R^n, заданная системой неявных функций, - ориентируемое многообразие.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Вопросы для подготовки к зачёту

1.Дифференцируемость отображений нормированных пространств.
2. Определение гладкого многообразия. Примеры гладких многообразий. Подмногообразия $\mathbf{R}^n$, выделяемые системой уравнений.
3. Векторы и ковекторы в точке. Вектор скорости кривой на многообразии. Градиентное ковекторное поле.
4. Поле реперов на многообразии. Ориентация многообразия. Ориентируемость многообразия, заданного системой уравнений в $\mathbf{R}^n$.
5. Критерий ориентируемости многообразия через атлас локальных карт. Критерий ориентируемости многообразия через замкнутую цепочку локальных карт. Примеры неориентируемых многообразий.
6. Тензоры типа (p,q). Произведение тензоров. Тензоры типа (0,k) как полилинейные формы на касательном пространстве.
7. Кососимметрические тензоры типа (0,k). Альтернация тензоров типа (0,k). Алгебра кососимметрических тензоров.
8. Базисные векторы $\partial/\partial x_\alpha^i$. Базисные тензоры $dx_\alpha^{i_1}\wedge...\wedge dx_\alpha^{i_k}$. Преобразование базисных тензоров при заменах координат. Дифференциальные формы ранга k (k-формы).
9. Дифференциал дифференциальной формы. Дифференциал произведения форм. Второй дифференциал формы.
10. Интегрирование в $\mathbf{R}^n$. Верхние и нижние суммы Дарбу. Интеграл как линейный функционал.
11. Интегрируемость непрерывной функции. Интеграл от непрерывного семейства непрерывных функций. Теорема Фубини.
12. Разбиение единицы.
13. Теорема о разложении диффеоморфизма в суперпозицию элементарных.

14. Замена переменных в интеграле.
15. Интеграл от дифференциальной формы на многообразии.
16. Теорема Стокса для куба в $\mathbf{R}^n$.
17. Многообразия с краем. Индуцированная ориентация на крае. Ограничение дифференциальных форм на подмногообразия.
18. Общая теорема Стокса.
19. Риманово многообразие. Форма объема на римановом многообразии. Формы объема на подмногообразиях в $\mathbf{R}^n$. Интегралы первого и второго рода.
20. Теоремы Грина, Гаусса и Стокса (для поверхностей в $\mathbf{R}^3$).
21. Пространство гладких функций на многообразии. Вектор как дифференцирование в пространстве функций.
22. Бескоординатный язык в теории многообразий. Гладкие отображения. Отображения векторов и дифференциальных форм при гладких отображениях. Критические точки отображений.
23. Множества меры 0 на многообразиях.
24. Теорема Сарда о критических точках гладких отображений.
25. Теорема Уитни о вложениях и погружениях гладкого многообразия.

Примерные задания к зачёту

1. Доказать, что ограничения карт на край гладкого многообразия превращает край в гладкое многообразие.
2. Показать, что полноторий, ограниченный тором, полученным при вращении вокруг оси z окружности радиуса r в плоскости xz с центром в точке (R, 0, 0), $0 < r < R$, является многообразием с краем.
3. Построить конечный атлас на единичной окружности

$$S^1 = \{(x; y) \in R^2 | x^2 + y^2 = 1\},$$

превращающий S^1 в гладкое многообразие. Выписать функции перехода и проверить их гладкость.
4. Привести пример топологического, но не гладкого многообразия.
5. Какому многообразию гомеоморфно множество всех прямых на плоскости? Всех ориентированных прямых на плоскости?
6. Показать, что на объединении двух координатных осей нельзя ввести атлас, превращающий это топологическое пространство (с индуцированной топологией) в топологическое многообразие.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

5.1 Основная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Лань, 2015 http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055
2. Натансон. И.П. Теория функций вещественной переменной. Лань, 2008. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284
3. Люстерник Л.А. Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Лань, 2009. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечной системе «Лань»

5.2 Дополнительная литература:

1. Зорич В.А. Математический анализ. М.: МЦНМО 2007, 789 стр. (70 шт.)
2. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. «Лань», 2005, 160 стр. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377)
3. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. «Лань», 2010, 512 стр. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=617)

5.3. Периодические издания:

1) Вестник МГУ.Серия: Математика. Механика;
2) Вестник СПбГУ.Серия: Математика. Механика. Астрономия;
3) Известия ВУЗов.Серия: Математика;
4) Известия РАН (до 1993 г. Известия АН СССР).Серия: Математическая;
5) Математика.Реферативный журнал.ВИНИТИ;
6) Математические заметки;
7) Математический сборник.

(перечисленные издания хранятся в фонде библиотеки КубГУ)

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. ЭБС "Университетская библиотека ONLINE" – http://biblioclub.ru/
2. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – http://e.lanbook.com/
3. Электронная библиотечная система "Юрайт" – http://www.biblio-online.ru/
4. Scopus – база данных рефератов и цитирования – http://www.scopus.com/
5. Web of Science (WoS) – http://apps.webofknowledge.com/WOS_GeneralSearch_input.do?product=WOS&search_mode=GeneralSearch&SID=V2yRRW6FP9RssAaul78&preferencesSaved
6. Научная электронная библиотека (НЭБ) – http://www.elibrary.ru/
7. Архив научных журналов – http://archive.neicon.ru/
8. Электронная Библиотека Диссертаций – https://dvs.rsl.ru/
9. Национальная электронная библиотека – http://нэб.рф/
10. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – http://infoneeds.kubsu.ru/

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и поднимаются проблемные вопросы; практических занятий, на которых широко используются активные и интерактивные образовательные технологии; лабораторных, в процессе проведения которых обучающиеся отрабатывают навыки решения конкретных научных задач.

Важнейшими составляющими курса являются такие виды занятий, самостоятельная работа студентов, такая как разбор лекций, работа с литературой, отработка навыков решения практических задач, подготовка к занятиям-конференциям. В процессе самостоятельной работы обучающимися активно используются информационные справочные системы.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе дискуссии со студентами, дающей представление о динамике роста знаний студентов и их научном потенциале; учета активности студента на занятиях.

Итоговый контроль осуществляется в форме зачета.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

8.1 Перечень информационных технологий

– Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
– Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;
– Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;
– Использование электронных презентаций при проведении практических занятий;
– Работа с информационными справочными системами;
– Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

– Офисный пакет приложений Microsoft Office.

8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем

– Электронные ресурсы библиотеки КубГУ – https://kubsu.ru/node/1145
(см. п. 6)

– Могут использоваться иные информационно-поисковые системы сети Интернет.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Семинарские занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Рецензия
на рабочую программу дисциплины
«Математический анализ на многообразиях»
по направлению подготовки 01.04.01 Математика,
очной формы обучения.
Составитель рабочей программы:
доцент каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Бирюк А.Э.

Рабочая программа полностью соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры).

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций. Рабочая программы содержит тематический план, который раскрывает последовательность изучения тем и разделов программы, с указанием практических часов. Информация о видах и объеме учебной работы содержит тематику лекционных занятий и практических занятий, призванных сформировать у студентов базовые знания и формирование основных навыков, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности.

Содержащийся перечень и количество практических занятий достаточен для формирования уровня подготовки, определенного требованиями ФГОС.

Перечень тем и разделов, которые должны изучить слушатели, а также основные требования к уровню подготовки слушателей объему знаний и умений, которым они должны обладать по каждой из перечисленных тем.

Самостоятельные задания развивают знания, умения и навыки, полученные в результате изучения предмета.

Перечень средств обучения исчерпывающий и соответствует предъявляемым требованиям.

Список литературы содержит достаточный состав источников, необходимых для качественного обучения студентов.

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ на многообразиях» способствует приобретению и развитию умений и навыков для решения профессиональных задач математическими методами, формированию компетентного специалиста.

Рецензент,
Гусаков В.А.,
канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение–Юг».

Общество с ограниченной ответственностью
ПРОСВЕЩЕНИЕ-ЮГ
Для документов
Краснодарский край г.Краснодар
ИНН 2312054196
Российская Федерация