

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «КубГУ»)

Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:



Директор по учебной работе,  
по развитию образования – первый  
проректор

Иванов А.Г.

» *Иванов* 2015г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**Б1.В.03 «КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ»**

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
Профиль "Математическое моделирование и вычислительная математика"  
(Математическое моделирование)


Квалификация выпускника – бакалавр  
Форма обучения: очная

Краснодар 2015

Рабочая программа дисциплины «Комплексный анализ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика профиль Математическое моделирование и вычислительная математика (Математическое моделирование)

Программу составил(и):

К.В. Малыхин, к.ф.-м.н., доцент

  
\_\_\_\_\_ подпись

Рабочая программа дисциплины «Комплексный анализ» утверждена на заседании кафедры прикладной математики протокол № 10 «7» апреля 2015г.

Заведующий кафедрой Уртенев М.Х.

  
\_\_\_\_\_ подпись


Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математического моделирования протокол № 8 от «10» апреля 2015г.

Заведующий кафедрой Бабешко В.А.

  
\_\_\_\_\_ подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 5 от «29» апреля 2015г.

Председатель УМК факультета Малыхин К.В.

  
\_\_\_\_\_ подпись

Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна.

Доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор. Почетный работник высшего профессионального образования РФ. Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

Марков Виталий Николаевич.

Доктор технических наук. Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСИИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины .

### 1.1 Цель освоения дисциплины.

Целью преподавания и изучения дисциплины «Комплексный анализ» является формирование представлений об обобщениях понятий математического анализа на случай функциональных рядов и интегралов с параметрами, а также комплексных функций и роли этих обобщений в системе математических наук и приложениях в естественных науках.

### 1.2 Задачи дисциплины. В ходе изучения дисциплины ставятся задачи

- **знать** основные понятия, положения и методы комплексного анализа;
- **уметь** доказывать утверждения, специфичные для комплексного анализа, применять методы комплексного анализа для решения математических и прикладных задач;
- **владеть** методами комплексного анализа для исследования различных прикладных задач, изучать самостоятельно научную и учебно-методическую литературу по профилю из различных источников, включая сетевые ресурсы сети Интернет, для решения профессиональных и социальных задач.

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к вариативной части Блока 1 Дисциплины и модули.

Для изучения дисциплины студент должен владеть знаниями, умениями и навыками по дисциплине «Математический анализ».

Знания, получаемые при изучении дисциплины «Комплексный анализ» используются при изучении всех профессиональных дисциплин.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения курса «Комплексный анализ»:

№ п.п .	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			<b>знать</b>	<b>уметь</b>	<b>владеть</b>
1.	ПК-2	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	основные понятия, положения и методы комплексного анализа	использовать знания по современному математическому аппарату для решения математических задач	навыками применения знаний по современному математическому аппарату для решения математических задач

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
2.	ОПК-1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	<ul style="list-style-type: none"> <li>теоретические положения, лежащие в основе построения методов комплексного анализа</li> <li>проблемы, постановки и обоснования задач математического и информационного обеспечения при исследовании прикладных систем</li> <li>основные методы решения типовых задач комплексного анализа</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>доказывать утверждения, специфичные для комплексного анализа,</li> <li>выбрать метод для решения конкретной задачи комплексного анализа;</li> <li>применять полученные знания для использования в практической деятельности анализа и решения прикладных задач.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>методами комплексного анализа для исследования различных прикладных задач и выбора эффективных алгоритмов для решения и исследовании профессиональных и социальных задач.</li> </ul>

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зач.ед. (216 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)
		4 семестр
<b>Контактная работа (всего), в том числе:</b>		
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	144	144
В том числе:		
Занятия лекционного типа	72	72
Лабораторные занятия	72	72
<b>Иная контактная работа</b>		
Промежуточная аттестация	0,5	0,5
Контролируемая самостоятельная работа (КСР)	4	4
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>		

Самоподготовка (СР)	22,8	22,8
<b>Контроль</b>		
Подготовка и сдача экзамена и зачета	44,7	44,7
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>216</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>148,5</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>6</b>

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа	
			Л	ЛР	СРС	ЭКЗ
1	2	3	5	6	7	8
1.	Элементы теории поля	26	6	8	4	8
2.	Интегралы, зависящие от параметра	36	8	10	3	8
3.	Функции комплексной переменной	72	24	30	7	10
4	Основные теоремы теории аналитических функций	58	20	24	5	9
5	Вычисление интегралов методами теории аналитических функций	24	6	8	3,8	9,7
	Всего по разделам дисциплины	211,5	64	80	22,8	44,7
	Промежуточная аттестация(ИКР)	0,5			0,2	0,3
	Контроль самостоятельной работы(КСР)	4				
	Итого	216	64	80	23	45

Примечание: Л – лекции, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента, КСР – контролируемая работа студента, ИКР – промежуточная аттестация, ЭКЗ- подготовка к сдаче зачета и экзамену.

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Элементы теории поля	Скалярные и векторные поля, их характеристики. Поток векторного поля. Поток векторного поля через замкнутую поверхность. Формула Гаусса-Остроградского. Дивергенция векторного поля. Расчетная формула. Формула Гаусса-Остроградского в терминах теории поля. Основные свойства дивергенции. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода. Циркуляция векторного поля. Понятие, физический смысл. Расчетная формула. Ротор векторного поля. Понятие. Расчетная формула. Пример поля с	Опрос по результатам индивидуального задания

		постоянной завихренностью. Формула Стокса. Теорема в развернутом виде. Формулировка в терминах теории поля.	
2.	Интегралы, зависящие от параметра	<p>Интегралы, зависящие от параметра. Понятие. Понятие равномерной сходимости и предельной функции. Критерий Коши. Теорема о предельном переходе под знаком собственного интеграла, зависящего от параметра.</p> <p>Теорема о непрерывности собственного интеграла, зависящего от параметра. Теорема о дифференцировании собственного интеграла, зависящего от параметра. Теорема об интегрировании собственного интеграла, зависящего от параметра. Несобственный интеграл, зависящий от параметра. Равномерная сходимость. Понятие, примеры. Достаточные условия равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра. (Вейерштрасса, Абеля, Дирихле)</p> <p>Теорема о предельном переходе под знаком интеграла для несобственных интегралов, зависящих от параметра.</p> <p>Теорема о непрерывности несобственного интеграла, зависящего от параметра. Теорема об изменении порядка интегрирования для несобственного интеграла, зависящего от параметра. В-функция, её свойства. Г-функция, её свойства</p> <p>Связь между Г-функцией и В-функцией</p>	Опрос по результатам индивидуального задания
3.	Функции комплексной переменной	<p>Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Операции возведения в степень и извлечение корня n-й степени из комплексного числа. Предел последовательности комплексных чисел. Неограниченно возрастающие последовательности. Бесконечно удаленная точка Множества в C. Функции комплексной переменной. Основные понятия. Предел функции комплексной переменной. Непрерывность функции комплексной переменной. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Условие Коши-Римана. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной. Функция <math>w = \frac{1}{z}</math>. Линейная функция <math>w = az + b</math>. Функции <math>W = Z^n</math> и <math>\sqrt[n]{Z}</math></p> <p>Дробно-линейная функция, Теорема об определении дробно-линейной функции тремя парами точек. Круговое свойство дробно-линейной функции. Теорема о симметричных точках для дробно-линейной функции. Показательная и логарифмическая функции. Функция Жуковского</p> <p>Трансцендентные функции в C.</p>	Опрос по результатам индивидуального задания. Коллоквиум
4.	Основные теоремы теории аналитических функций	<p>Понятие интеграла в C. Существование. Основные свойства. Вычисление интеграла от функции комплексной переменной. Теорема Коши. Теорема Коши для многосвязной области. Неопределенный интеграл от функции комплексной переменной. Аналитичность неопределенного интеграла. Первообразная. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Производные высших порядков для аналитических функций. Теорема Лиувилля. Теорема Морера</p>	Опрос по результатам индивидуального задания

		<p>Понятие функционального ряда. Сходимость.. Равномерная сходимость. Признаки Коши и Вейерштрасса равномерной сходимости Теорема о непрерывности равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций Теорема о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда в <math>C</math> Теорема о почленном дифференцировании равномерно сходящегося ряда в <math>C</math> Степенные ряды . Теорема Абеля. Следствия из теоремы Абеля Ряд Тейлора. Теорема Тейлора Нули аналитической функции. Теорема единственности Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Теорема об однозначном представлении аналитической функции рядом Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Поведение аналитической функции в окрестности изолированной особой точки. Определение вычета аналитической функции в изолированной особой точке .Расчетные формулы для полюсов. Основная теорема теории вычетов. Вычет аналитической функции в бесконечно удаленной точке. Теорема о сумме всех вычетов. Следствие из нее</p>	
5.	Вычисление интегралов методами теории аналитических функций	<p>Вычисление интегралов вида <math>\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi</math>          Вычисление интегралов вида <math>\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx</math>          Лемма Жордана. Вычисление интегралов вида <math>\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} f(x)dx</math></p>	Опрос по результатам индивидуального задания. Зачет. Экзамен

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

Семинарские занятия не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ		Форма текущего контроля
1	2	3		4
1.	Элементы теории поля	1	Поток векторного поля	1. Выполнение практических заданий
		2	Дивергенция векторного поля. Формула Гаусса-Остроградского	
		3	Циркуляция, ротор векторного поля. Формула Стокса	2. Опрос по результатам практических заданий
		4	Контрольная работа	3. Контрольная работа
2.	Интегралы, зависящие от	5	Собственные интегралы, зависящие от параметра	1. Выполнение

	параметра	6	Несобственные интегралы, зависящие от параметра.	практических заданий 2. Опрос по результатам практических заданий 3. Контрольная работа
		7	Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра	
		8	Г-функция и В-функция	
		9	Контрольная работа	
3.	Функции комплексной переменной	10	Комплексные числа, операции над ними	1. Выполнение практических заданий 2. Опрос по результатам практических заданий 3. Контрольная работа
		11	Множества в $\mathbb{C}$	
		12	Операции возведения в степень и извлечения корня n-й степени из комплексного числа	
		13	Сходимость последовательностей и рядов в $\mathbb{C}$	
		14	Дифференцируемость функций комплексной переменной	
		15	Линейная функция $w = az + b$	
		16	Функция $w = \frac{1}{z}$	
		17	Функции $W = z^n$ и $\sqrt[n]{z}$	
		18	Дробно-линейная функция	
		19	Дробно-линейная функция. Отыскание по трем точкам, отображения	
		20	Дробно-линейная функция. Отображения луночек.	
		21	Показательная и логарифмическая функции. Их отображения, свойства	
		22	Функция Жуковского	
		23	Трансцендентные функции	
24	Контрольная работа			
4.	Основные теоремы теории аналитических функций	25	Интеграл от функции комплексной переменной	1. Выполнение практических заданий 2. Опрос по результатам практических заданий 3. Контрольная работа
		26	Интегральная формула Коши	
		27	Сходимость степенных рядов. Радиус сходимости	
		28	Ряд Тейлора. Разложение функций.	
		29	Ряд Тейлора. Метод неопределенных коэффициентов, приложения рядов Тейлора	
		30	Разложение в ряд Лорана в окрестности точки $z=0$	
		31	Разложение в ряд Лорана в окрестности точки $z=a$	
		32	Нули аналитической функции. Порядок нуля. Изолированные особые точки	
		33	Вычеты	
		34	Вычеты	
		35	Вычисление интегралов по замкнутому контуру при помощи вычетов	



		36	Контрольная работа	
5.	Вычисление интегралов методами теории аналитических	37	Вычисление интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi$	1. Выполнение практических заданий 2. Опрос по результатам практических заданий 3. Контрольная работа
		38	Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$	
		39	Лемма Жордана. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} f(x)dx$	
		40	Контрольная работа	

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), тестирование (Т) – не предусмотрены.

#### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид самостоятельной работы	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г.
2	Подготовка к лабораторным занятиям	Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г.
3	Подготовка к решению задач	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г.
4	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г.

### 3. Образовательные технологии.

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные *лекции*, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

**Лекции** представляют собой систематические обзоры Комплексного анализа с подачей материала в виде презентаций.

**Лабораторное занятие** позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, при этом практикуется работа в группах. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы.

Оценка самостоятельной работы студентов происходит по средствам оценки индивидуальных ответов и дополнений на занятиях по рассмотренным тематикам

#### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

##### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Фонд оценочных средств

дисциплины состоит из средств текущего контроля выполнения заданий, лабораторных работ, средств для промежуточной (зачета) и итоговой аттестации (экзамена).

Оценка успеваемости осуществляется по результатам:

- выполнения лабораторных работ;
- оценки, выставляемой при сдаче индивидуальных заданий;
- оценок коллоквиумов;
- ответа на экзамене.

Зачет выставляется по результатам выполненных контрольных работ, индивидуальных заданий, коллоквиумов и текущей работы на лабораторных занятиях.

##### 4.1.1 Образцы заданий по лабораторным занятиям.

1. Найти поток векторного поля  $\vec{a} = 9z \cdot \vec{i} + 7xy \cdot \vec{j} - xz \cdot \vec{k}$  через замкнутую поверхность  $S$ :  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ z = 1, z = 3 \end{cases}$  (нормаль внешняя), используя формулу Остроградского-Гаусса и выбрав сторону поверхности, найти непосредственно поток через поверхность  $S$ :  $x^2 + y^2 = 9$ , являющуюся частью поверхности  $S$  и определенную заданным уравнением.

2.. Вычислить по формуле Стокса и непосредственно циркуляцию векторного

поля  $\vec{a} = (y-x) \cdot \vec{i} + (y-x) \cdot \vec{j} + (2-z) \cdot \vec{k}$  вдоль контура  $\Gamma$ :  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ z = 9 \end{cases}$ , указав на чертеже направление обхода.

3. Доказать потенциальность заданного векторного поля и найти его потенциал, используя криволинейный интеграл:

$$\vec{a} = (y^2 z \cos xz) \cdot \vec{i} + 2yz \sin xz \cdot \vec{j} + (xy^2 \cos xz + 2) \cdot \vec{k}$$

4. Исследовать на сходимость интеграл на множествах  $E_1$  и  $E_2$

1)  $\int_0^\infty e^{-(x-a)^2} dx$ ,  $E_1 = [0; 1]$ ,  $E_2 = (0; \infty)$ .

2)  $\int_1^\infty \frac{\ln^a x}{x} \sin x dx$ ,  $E_1 = [0; 1]$ ,  $E_2 = [1; \infty)$

5. Доказать непрерывность функции  $F(a)$  на множестве  $E$

1)  $F(a) = \int_0^\infty \frac{e^{-x}}{|\sin x|^a} dx$ ,  $E = (0; 1)$ ;

2)  $F(a) = \int_0^\pi \frac{\sin x}{x^a (\pi-x)^a} dx$ ,  $E = (0; 2)$ .

6. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов интегралы:

1)  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2(2-x)}}$ ; 2)  $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} \frac{dx}{(x+2)^2}$ ; 3)  $\int_0^\infty \frac{\ln x}{x^2+1} dx$ ; 4)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos^6 x dx$ .

7. Найти производную от несобственного интеграла по параметру  $a$ :

1)  $\int_1^\infty \frac{\sin ax}{x^2} dx$ ; 2)  $\int_0^\infty \frac{\cos ax}{1+x^2} dx$ ; 3)  $\int_0^\infty \frac{1-\cos ax}{x} e^{-ax} dx$ ; 4)  $\int_0^\infty e^{-ax^2} \cos x dx$ .

8. Доказать равномерную сходимость интегралов при  $a \in E$ :

1)  $\int_2^\infty \frac{dx}{x \ln^a x}$ ,  $E = [2; \infty)$ ; 2)  $\int_0^\infty e^{-ax^2} dx$ ,  $E = [1; \infty)$ ;

3)  $\int_2^\infty \frac{\ln^2 x}{x^2+a^2 dx}$ ,  $E = (-\infty; \infty)$ ; 4)  $\int_0^\infty \frac{x dx}{1+(x-a)^6}$ ,  $E = (-\infty; 1)$ .

9. Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = \sqrt{2} - i\sqrt{6}$ . Записать это число в тригонометрической форме и в показательной форме.

10. Решить уравнение  $\sqrt{2} \cdot z^3 = -1 + i$  и изобразить на комплексной плоскости его корни.

11. Пусть  $z_0 = 1 - i$ . Найти пересечение множеств заданных неравенствами:  $|z - z_0| \leq |z_0|$ ,  $\operatorname{Re} z \geq \operatorname{Re} z_0$ .

12. Найти линейную функцию  $w = az + b$ , отображающую круг  $|z - z_1| \leq r_1$  на круг  $|w - w_2| \leq r_2$ .

13. Пусть  $z_0$  и  $w_0$  такие, что  $\operatorname{Re} z_0 > 0$  и  $\operatorname{Im} w_0 < 0$ . Найти линейную функцию  $w = az + b$ , отображающую полуплоскость  $\operatorname{Re} z \geq 0$  на полуплоскость  $\operatorname{Im} w \leq 0$ , такую что  $w(z_0) = w_0$ .

14. Найти образы областей:  $D_1 = \{z : |z| < 1\}$ ,  $D_2 = \{z : \operatorname{Re} z < -2\}$  при отображении  $w = \frac{1}{z+1}$ .

15. Найти образ области  $D = \{z : \operatorname{Im} z > 0, |z - 4i| > 1\}$  при отображении  $w = \frac{1}{z+3i}$ .

16. Найти образ области  $D = \{z : \operatorname{Re} z > -2, \operatorname{Im} z < 2\}$  при отображении  $w = \frac{1}{z-2i}$ .

17. Найти образ области  $D = \{z : \operatorname{Re} z > 4, \operatorname{Im} z > -2\}$  при отображении  $w = \sqrt{z-4+2i} + 4-2i$  (считая, что  $\sqrt{1} = 1$ ).

18. Найти образ области  $D = \{z : \operatorname{Re} z > 0, \operatorname{Im} z > 0\}$  при отображении  $w = \sqrt{\frac{i-z}{i+z}}$  (считая, что  $\sqrt{1} = 1$ ).

19. Найти образ области  $D = \{z : \operatorname{Re} z < -1, -1 < \operatorname{Im} z < 0\}$  при отображении  $w = e^{-\pi(z+1)}$ .

20. Используя интегральную формулу Коши, вычислить интеграл

$$\int_{|\tau-1|=2} \frac{d\tau}{\tau^2-3}$$

21. Разложить функцию  $f(z) = \frac{1}{1-z}$  в ряд:

- а). по неотрицательным степеням  $z$ ;
- в). по отрицательным степеням  $z$ .

Определить область сходимости полученного ряда.

22. Разложить функцию  $f(z) = \frac{1}{z-1} + \frac{1}{z+3i}$  в ряд по степеням  $z$  в области:

- а). содержащей точку  $z = 0$ ;

в). содержащей точку  $z = \infty$ ;

с). содержащей точку  $z = -2$ .

Определить область сходимости полученного ряда.

23. Найти особые точки функции  $f(z) = (z-1)^2 \exp\left(\frac{1}{z-1}\right)$ , определить их тип и вычислить вычеты в этих точках.

24. Вычислить вычеты функции  $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2(z+3i)}$  во всех особых точках (включая и точку  $z = \infty$ ).

25. Используя вычеты, вычислить интеграл

$$\int_{|\tau-2i|=2} \frac{d\tau}{(\tau-i)(\tau+4)}.$$

26. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-1}{(x^2+4)^2} dx.$$

27. Вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{(x^2+4)^2} dx.$$

#### 4.1.2. Образцы вопросов к коллоквиуму

#### 4.1.2. Образцы вопросов к коллоквиуму

1. Скалярные и векторные поля, их характеристики..
2. Поток векторного поля.
3. Поток векторного поля через замкнутую поверхность.
4. Формула Гаусса-Остроградского.
5. Дивергенция векторного поля. Расчетная формула. Формула Гаусса-Остроградского в терминах теории поля. Основные свойства дивергенции.
6. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода.
7. Циркуляция векторного поля. Понятие, физический смысл. Расчетная формула.
8. Ротор векторного поля. Понятие. Расчетная формула. Пример поля с постоянной завихренностью.

9. Формула Стокса. Теорема в развернутом виде. Формулировка в терминах теории поля.
10. Интегралы, зависящие от параметра. Понятие.
11. Понятие равномерной сходимости и предельной функции. Критерий Коши.
12. Теорема о предельном переходе под знаком собственного интеграла, зависящего от параметра.
13. Теорема о непрерывности собственного интеграла, зависящего от параметра.
14. Теорема о дифференцировании собственного интеграла, зависящего от параметра.
15. Теорема об интегрировании собственного интеграла, зависящего от параметра.
16. Несобственный интеграл, зависящий от параметра. Равномерная сходимость. Понятие, примеры
17. Достаточные условия равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра. (Вейерштрасса, Абеля, Дирихле)
18. Теорема о предельном переходе под знаком интеграла для несобственных интегралов, зависящих от параметра.
19. Теорема о непрерывности несобственного интеграла, зависящего от параметра.
20. Теорема об изменении порядка интегрирования для несобственного интеграла, зависящего от параметра.
21. В-функция, её свойства.
22. Г-функция, её свойства
23. Связь между Г-функцией и В-функцией.
24. Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами.
25. Операции возведения в степень и извлечения корня  $n$ -й степени из комплексного числа
26. Предел последовательности комплексных чисел.
27. Неограниченно возрастающие последовательности. Бесконечно удаленная точка.
28. Множества в  $\mathbb{C}$ .
29. Функции комплексной переменной. Основные понятия.
30. Предел функции комплексной переменной.
31. Непрерывность функции комплексной переменной.
32. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Условие Коши-Римана.
33. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной.
34. Функция  $w = \frac{1}{z}$ .
35. Функция  $w = az + b$ .
36. Функции  $w = z^n$ ,  $w = \sqrt[n]{z}$ .

#### 4.1.3 Перечень вопросов, которые выносятся на экзамен

1. Скалярные и векторные поля, их характеристики..
2. Поток векторного поля.
3. Поток векторного поля через замкнутую поверхность.
4. Формула Гаусса-Остроградского.
5. Дивергенция векторного поля. Расчетная формула. Формула Гаусса-Остроградского в терминах теории поля. Основные свойства дивергенции.
6. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода.
7. Циркуляция векторного поля. Понятие, физический смысл. Расчетная формула.
8. Ротор векторного поля. Понятие. Расчетная формула. Пример поля с постоянной завихренностью.
10. Формула Стокса. Теорема в развернутом виде. Формулировка в терминах теории поля.
10. Интегралы, зависящие от параметра. Понятие.
11. Понятие равномерной сходимости и предельной функции. Критерий Коши.

12. Теорема о предельном переходе под знаком собственного интеграла, зависящего от параметра.
13. Теорема о непрерывности собственного интеграла, зависящего от параметра.
14. Теорема о дифференцировании собственного интеграла, зависящего от параметра.
15. Теорема об интегрировании собственного интеграла, зависящего от параметра.
16. Несобственный интеграл, зависящий от параметра. Равномерная сходимость. Понятие, примеры
17. Достаточные условия равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра. (Вейерштрасса, Абеля, Дирихле)
18. Теорема о предельном переходе под знаком интеграла для несобственных интегралов, зависящих от параметра.
19. Теорема о непрерывности несобственного интеграла, зависящего от параметра.
20. Теорема об изменении порядка интегрирования для несобственного интеграла, зависящего от параметра.
21. В-функция, её свойства.
22. Г-функция, её свойства
23. Связь между Г-функцией и В-функцией.
24. Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами.
25. Операции возведения в степень и извлечения корня  $n$ -й степени из комплексного числа
26. Предел последовательности комплексных чисел.
27. Неограниченно возрастающие последовательности. Бесконечно удаленная точка.
28. Множества в  $\mathbb{C}$ .
29. Функции комплексной переменной. Основные понятия.
30. Предел функции комплексной переменной.
31. Непрерывность функции комплексной переменной.
32. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Условие Коши-Римана.
33. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной.
34. Функция  $w = \frac{1}{z}$ .
35. Функция  $w = az + b$ .
36. Функции  $w = z^n$ ,  $w = \sqrt[n]{z}$ .
37. Дробно-линейная функция.
38. Теорема об определении дробно-линейной функции тремя парами точек.
39. Круговое свойство дробно-линейной функции.
40. Теорема о симметричных точках для дробно-линейной функции.
41. Показательная и логарифмическая функции.
42. Функция Жуковского.
43. Трансцендентные функции.
44. Понятие интеграла в  $\mathbb{C}$ . Существование. Основные свойства.
45. Вычисление интеграла от функции комплексной переменной.
46. Теорема Коши для односвязной области.
47. Теорема Коши для многосвязной области.
48. Неопределенный интеграл от функции комплексной переменной. Аналитичность неопределенного интеграла. Первообразная.
49. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.
50. Производные высших порядков для аналитических функций.
51. Теорема Морера.
52. Понятие функционального ряда. Сходимость. Равномерная сходимость. Признаки Коши и Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
53. Теорема о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда.
54. Теорема о почленном интегрировании почленно сходящегося ряда.
55. Теорема о почленном дифференцировании равномерно сходящегося ряда.

56. Степенные ряды. Теорема Абеля.
57. Следствия из теоремы Абеля.
58. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора.
59. Нули аналитической функции. Теорема единственности.
60. Принцип максимума модуля.
61. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана.
62. Теорема об однозначном представлении аналитической функции рядом Лорана.
63. Изолированные особые точки аналитической функции. Их классификация.
64. Поведение аналитической функции в окрестности изолированных особых точек.
65. Определение вычета аналитической функции в изолированной особой точке. Расчетные формулы для полюсов.
66. Основная теорема теории вычетов.
67. Вычет аналитической функции в бесконечно удаленной точке. Теорема о сумме всех вычетов. Следствие из нее.
68. Вычисление интегралов вида  $\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi$ .
69. Вычисление интегралов вида  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ .
70. Лемма Жордана. Вычисление интегралов вида  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} f(x) dx$ .

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **5.1 Основная литература:**

1. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс]: Учеб. для вузов. – 6-е изд., стереот. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 336с. – (Курс высшей математики и математической физики) – ISBN 978-5-9221-0133-2 <https://e.lanbook.com/book/48167>



2. Пантелеев, А. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова. - СПб. : Лань, 2015. – 448 с. - <https://e.lanbook.com/book/67463>

3. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Электронный ресурс] : учебник / Привалов И. И. - СПб. : Лань, 2009. - 432 с. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322)

4. Кудрявцев, Лев Дмитриевич. Курс математического анализа: учебник для бакалавров: учебник для студентов вузов, обучающихся по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям. Т. 3 / Л. Д. Кудрявцев ; Моск. физико-техн. ин-т (Гос. ун-т). - 6-е изд. - Москва : Юрайт, 2012. - 351 с. - (Бакалавр. Базовый курс). - ISBN 9785991618922 : 306.79.

5. Евграфов М.А. Сидоров Ю.В., Шабунин М.И., Бежанов К.А. Сборник задач по теории аналитических функций. М.: 2009 ; [Электронный ресурс]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/134>

## 5.2 Дополнительная литература:

1. Демидович, Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Текст] : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. - Москва : АСТ : Астрель, 2010. - 558 с.

2. Малыхин, К. В. Избранные главы комплексного анализ: учебное пособие / К. В. Малыхин, Н. М. Черных; М-во образования и науки Рос. Федерации, Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [Кубанский государственный университет], 2014. - 122 с. : - ISBN 9785820910685 : 34.21.

3. Львовский, С.М. Лекции по комплексному анализу: курс лекций / С.М. Львовский ; Независимый Московский Университет. - Изд. 2-е, стереотип. - Москва : МЦНМО, 2009. - 136 с. - ISBN 978-5-94057-577-1 ; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63178>

4. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. том 2-й [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 464 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/411>.

5. Зверович Э.И. Вещественный и комплексный анализ. В 6 ч. Ч. 6. Теория аналитических функций комплексного переменного. – "Высшая школа", 2008.

6. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. М.: 2006

## 6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <https://e.lanbook.com/> (Электронно-библиотечная система)

## 7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и выполнении практических заданий по разобранным во время аудиторных занятий примерам.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список задач и вопросов коллоквиума) и итоговой аттестации (зачета, экзамена).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы

## **8. Перечень необходимого программного обеспечения**

не предусмотрены.

### **8.3. Перечень информационных справочных систем:**

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)
2. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» (<http://www.biblioclub.ru>)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук): А305, 133.
2.	Лабораторные занятия	Аудитория, оснащенная учебной мебелью (столы, стулья), соответствующей количеству студентов: 133, 149, 150.
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитории А305, 133, 150, 148, . оснащенные учебной мебелью (столы, стулья), презентационной техникой для проведения групповых и индивидуальных консультаций
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитории А305, 133. оснащенные учебной мебелью (столы, стулья)
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета: 102-А, а также студенческий читальный зал библиотеки КубГУ (к.109С) и зал доступа к электронным ресурсам и каталогам (к. А213).

