

Министерство образования и науки Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования — первый  
проректор

Иванов А.Г.

подпись

« 01 » июля 2016 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.В.ДВ.11.01 Вариационное исчисление

Направление подготовки/

специальность 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профиль / специализация вычислительные, программные, информационные  
системы и компьютерные технологии

Программа подготовки академическая

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

Краснодар 2016

Рабочая программа дисциплины Вариационное исчисление составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составил:

Д.Г. Сокол, доцент, канд.физ.-матем.наук, б/зв

И.О. Фамилия, должность, ученая степень, ученое звание

  
подпись

Рабочая программа дисциплины Вариационное исчисление утверждена на заседании кафедры вычислительной математики и информатики протокол № 13 « 07 » июня 2016г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Гайденко С.В.

фамилия, инициалы

  
подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры вычислительной математики и информатики

протокол № 13 « 07 » июня 2016г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Гайденко С.В.

фамилия, инициалы

  
подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук

протокол № 3 « 20 » июня 2016г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.

фамилия, инициалы

  
подпись

Рецензенты:

Профессор кафедры прикладной математики  
Кубанского государственного университета  
кандидат физико-математических наук доцент

Кармазин В.Н.

Доктор экономических наук, кандидат  
технических наук, профессор кафедры  
компьютерных технологий и систем КубГАУ

Луценко Е.В.

## **1. Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).**

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

Цели обучения дисциплине состоят в ознакомлении студентов с классическими методами оптимизации некоторой функции или функционала с учетом ограничений, наложенных на допустимые значения переменных.

### **1.2 Задачи дисциплины.**

Вариационное исчисление изучается в течение одного семестра. Рассматриваются методы оптимизации линейного программирования, гладких задач с равенствами и неравенствами, задач классического вариационного исчисления, оптимального управления, задачи со старшими производными, численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления. Основное внимание уделяется постановке задачи, необходимым и достаточным условиям существования решения.

Основными задачами дисциплины являются:

1. Ознакомить студентов с постановками основных экстремальных задач и методами их решения.
2. Научить классифицировать и решать основные классы экстремальных задач.
3. Ознакомить с общей теорией экстремальных задач методов оптимизации и задач вариационного исчисления.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «Вариационное исчисление» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана и является отраслью прикладной математики. При ее изучении используются и изучаются вычислительные математические элементы и методы обработки данных, позволяющие приобрести навыки в построении математических моделей различных практических задач. Эта дисциплина помогает развить математическое мышление и интуицию, культуру правильного использования математики.

В качестве основы используются курсы линейной алгебры, математического анализа, функционального анализа и дифференциальных уравнений.

Учебным планом факультета математики и компьютерных наук весь курс представлен в седьмом семестре с одной лекцией и одним практическим занятием в неделю.

#### **1.4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций: ОПК–1, ОПК–4, ПК-5.

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или ее части)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                              |
|--------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        |                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | знать                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | уметь                                                                                                                                                                                         | владеть                                                                                                                                                                      |
| 1.     | ОПК–1              | Готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности. | Постановку основных экстремальных задач: линейного программирования (ЗЛП), гладких задач с равенствами и неравенствами, задач классического вариационного исчисления; методы их решения, симплексный метод, метод искусственного базиса, методы решения транспортных задач, задач классического вариационно | Классифицировать основные классы экстремальных задач и решать их, применяя изучаемые принципы и методы экстремальных задач линейного программирования, классического вариационного исчисления | Общей теорией экстремальных задач вариационного исчисления и методов оптимизации; культурой мышления и навыками решения экстремальных задач с применением изучаемых методов. |

|    |       |                                                                                                                                                                                  |                                                                                        |                                                   |                                               |
|----|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
|    |       |                                                                                                                                                                                  | го<br>исчисления,<br>теорема<br>Ферма,<br>уравнение<br>Эйлера,<br>принцип<br>Лагранжа. |                                                   |                                               |
| 2. | ОПК–4 | Способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем. | Постановку основных экстремальных задач и методы их решения                            | Безошибочно производить математическое вычисления | Методами решения основных экстремальных задач |
| 3. | ПК–5  | Способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач.                                                  | Постановку основных экстремальных задач и методы их решения                            | Безошибочно производить математическое вычисления | Методами решения основных экстремальных задач |

## 2. Структура и содержание дисциплины (модуля).

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед., их распределение по видам работ представлено в таблице.

| Вид учебной работы                                                           |                                      | Всего часов | Семестры    |
|------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|-------------|-------------|
|                                                                              |                                      |             | 7           |
| <b>Контактная работа, в том числе:</b>                                       |                                      |             |             |
| <b>Аудиторные занятия (всего):</b>                                           |                                      | <b>72</b>   | <b>72</b>   |
| Занятия лекционного типа                                                     |                                      | 36          | 36          |
| Лабораторные занятия                                                         |                                      | 36          | 36          |
| Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)                   |                                      | -           | -           |
|                                                                              |                                      | -           | -           |
| <b>Иная контактная работа:</b>                                               |                                      |             |             |
| Контроль самостоятельной работы (КСР)                                        |                                      | 4           | 4           |
| Промежуточная аттестация (ИКР)                                               |                                      | 0,2         | 0,2         |
| <b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>                                  |                                      |             |             |
| <i>Курсовая работа</i>                                                       |                                      | -           | -           |
| <i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>                        |                                      | 15          | 15          |
| <i>Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)</i> |                                      | -           | -           |
| <i>Реферат</i>                                                               |                                      | -           | -           |
|                                                                              |                                      |             |             |
| Подготовка к текущему контролю                                               |                                      | 16,8        | 16,8        |
| <b>Контроль:</b>                                                             |                                      |             |             |
| Подготовка к экзамену                                                        |                                      | -           | -           |
| <b>Общая трудоемкость</b>                                                    | <b>час.</b>                          | <b>108</b>  | <b>108</b>  |
|                                                                              | <b>в том числе контактная работа</b> | <b>76,2</b> | <b>76,2</b> |
|                                                                              | <b>зач. ед.</b>                      | <b>3</b>    | <b>3</b>    |

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре

| № | Наименование разделов | Количество часов  |                      |       |
|---|-----------------------|-------------------|----------------------|-------|
|   |                       | Аудиторная работа | Внеаудиторная работа | Всего |

|    |                                                                                                                      | Л         | ПЗ | ЛЗ        | СРС         |      |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|----|-----------|-------------|------|
| 1. | Элементы дифференциального исчисления. Конечномерные гладкие экстремальные задачи.                                   | 8         |    | 8         | 7           | 23   |
| 2  | Основные элементы выпуклого анализа. Задачи линейного программирования и проблемы экономики, теорема двойственности. | 8         |    | 8         | 8           | 24   |
| 3  | Задачи классического вариационного исчисления.                                                                       | 6         |    | 6         | 8           | 20   |
| 4  | Оптимальное управление, принцип максимума Понтрягина, оптимальное управление и задачи техники.                       | 6         |    | 6         | 4           | 16   |
| 5  | Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления.                                   | 8         |    | 8         | 4,8         | 20,8 |
|    | <b>Итого по дисциплине:</b>                                                                                          | <b>36</b> |    | <b>36</b> | <b>31,8</b> |      |

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

| №  | Наименование раздела                                                               | Содержание раздела                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Форма текущего контроля    |
|----|------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| 1  | 2                                                                                  | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 4                          |
| 1. | Элементы дифференциального исчисления. Конечномерные гладкие экстремальные задачи. | Определения производных. Производная Фреше. Дифференцирование интегрального оператора в пространстве $C^1[a, b]$ . Основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Формализация некоторых классических задач. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Ферма. Принцип Лагранжа. Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств. | Проверка домашнего задания |
| 2. | Основные элементы выпуклого анализа. Задачи линейного                              | Основные понятия выпуклого анализа. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП), ее                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Проверка домашнего задания |

|    |                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                            |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
|    | программирования и проблемы экономики, теорема двойственности.                                 | геометрическая и экономическая интерпретации. Каноническая форма ЗЛП. Симплексный метод. Признак оптимальности ЗЛП. Метод искусственного базиса. Признаки оптимальности и отсутствия решения. Составление математических моделей двойственных ЗЛП. Первая и вторая теорема двойственности ЗЛП. Составление математических моделей транспортных ЗЛП. Необходимые и достаточные условия существования решения. Метод вычеркивания. Метод северо-западного угла. Решение транспортной задачи методом минимальной стоимости. Переход от одного опорного решения к другому. Метод потенциалов. |                            |
| 3. | Задачи классического вариационного исчисления.                                                 | Основные леммы вариационного исчисления. Задачи классического вариационного исчисления: простейшая задача классического вариационного исчисления, задача Больца, изопериметрическая задача, задача со старшими производными. Необходимые условия существования экстремума, уравнение Эйлера, Лагранжиан, уравнение Эйлера-Лагранжа. Условия второго порядка Лежандра и Якоби. Классическое вариационное исчисление и естествознание.                                                                                                                                                      | Проверка домашнего задания |
| 4. | Оптимальное управление, принцип максимума Понтрягина, оптимальное управление и задачи техники. | Задача Лагранжа и оптимальное управление. Элементарная задача оптимального управления, принцип максимума Понтрягина. Оптимальное управление и задачи техники.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Проверка домашнего задания |
| 5. | Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления.             | Численные методы одномерной и многомерной оптимизации. Численные методы безусловной оптимизации: метод покоординатного спуска, метод оврагов, градиентные методы, метод Ньютона. Численные методы условной оптимизации: метод штрафных функций, метод факторов. Методы сопряженных направлений.                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Проверка домашнего задания |

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

Семинарские занятия – не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

| №  | Наименование лабораторных работ                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Форма текущего контроля    |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| 1  | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 3                          |
| 1. | Производная Фреше.<br>Дифференцирование интегрального оператора в пространстве $C^1[a, b]$ .<br>Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений.<br>Конечномерные гладкие экстремальные задачи с ограничениями в виде равенств. Конечномерные гладкие экстремальные с ограничениями в виде неравенств. | Проверка домашнего задания |
| 2. | Простейшая задача классического вариационного исчисления. Задача Больца. Необходимые условия существования экстремума.<br>Изопериметрическая задача.<br>Необходимые условия существования экстремума, Лагранжиан, уравнение Эйлера-Лагранжа.                                                                      | Проверка домашнего задания |
| 3. | Задача Лагранжа и оптимальное управление. Элементарная задача оптимального управления, принцип максимума Понтрягина. Оптимальное управление и задачи техники.                                                                                                                                                     | Проверка домашнего задания |
| 4. | Численные методы одномерной и многомерной оптимизации. Численные методы безусловной оптимизации: метод покоординатного спуска, метод оврагов, градиентные методы, метод Ньютона. Численные методы условной оптимизации: метод штрафных функций, метод факторов. Методы сопряженных направлений.                   | Проверка домашнего задания |

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов).

Курсовые работы – не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).

| № | Вид СРС                                                                                                            | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | 2                                                                                                                  | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 1 | Работа с лекционным материалом, поиск и анализ литературы и электронных источников информации по заданной проблеме | 1. Гюнтер Н. М. Курс вариационного исчисления Изд. Стер., «Лань», 2009. — 320 с. <a href="http://e.lanbook.com/view/book/119">http://e.lanbook.com/view/book/119</a><br>2. Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. <a href="https://e.lanbook.com/book/45675">https://e.lanbook.com/book/45675</a> .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 2 | Изучение теоретического материала лабораторным занятиям                                                            | 3. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Б. Васильева [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 432 с. <a href="https://e.lanbook.com/book/59405">https://e.lanbook.com/book/59405</a>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 3 | Выполнение домашних заданий                                                                                        | 4. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 347 с. <a href="https://e.lanbook.com/book/70785">https://e.lanbook.com/book/70785</a><br>5. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2011. — 256 с. <a href="https://e.lanbook.com/book/2097">https://e.lanbook.com/book/2097</a><br>6. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 222 с. <a href="https://e.lanbook.com/book/70710">https://e.lanbook.com/book/70710</a> |
| 4 | Подготовка к зачету                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии.

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, домашние работы, экзамен. В ходе лекционных и практических занятий предполагается

использование компьютерных технологий (информационные обучающие компьютерные программы по некоторым темам курса). В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем к каждому практическому занятию, используя педагогическую поддержку, программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

Интерактивность подачи учебного материала предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель – студент», «студент – преподаватель», «студент – студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, как на лекционных, так и на практических занятиях в ходе дискуссий.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### **3.1. Дискуссия.**

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными, творческие доклады. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, обсудить доклад, высказать своё мнение.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию в ходе практического занятия:

1. Составления плана решения задачи.
2. Поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Самостоятельное составление студентами опорных заданий по теме, характеризующих глубину понимания студентами соответствующего материала

### **3.2. Доклад (презентация).**

Применение на занятии компьютерных технологий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса более глубоко освоить некоторые понятия и доказательства утверждений. В этой связи определенные практические занятия преподавателю целесообразно проводить в виде презентации. Также в таком виде на практических занятиях по некоторым темам студенты могут представлять и свои доклады.

## **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.**

### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.**

#### **Примеры задач для текущего контроля**

1. Задачи по теме: «Принцип Лагранжа в выпуклом программировании. Теория двойственности».
2. Задачи нелинейного программирования, применяя методы штрафных функций, возможных направлений, линейных отсечений.
3. Задачи одномерной, многомерной и безусловной оптимизации методами покоординатного спуска, оврагов, Ньютона.
4. Численные методы условной оптимизации: метод штрафных функций, метод факторов.
5. Простейшая задача классического вариационного исчисления.
6. Изопериметрическая задача.

### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.**

#### **Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Определения производных. Производная Фреше. Дифференцирование интегрального оператора в пространстве  $C^1[a, b]$ . Примеры.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Примеры.
3. Формализация некоторых классических задач. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Ферма. Принцип Лагранжа.
4. Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств. Примеры.
5. Основные понятия выпуклого анализа. Примеры.
6. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП), ее геометрическая и экономическая интерпретации. Каноническая форма ЗЛП.
7. Симплексный метод. Признак оптимальности ЗЛП.
8. Метод искусственного базиса. Признаки оптимальности и отсутствия решения ЗЛП. Примеры.
9. Составление математических моделей двойственных ЗЛП. Первая и вторая теорема двойственности ЗЛП. Примеры.
10. Составление математических моделей транспортных ЗЛП. Необходимые и достаточные условия существования решения. Метод вычеркивания. Метод северо-западного угла. Примеры.
11. Решение транспортной задачи методом минимальной стоимости. Переход от одного опорного решения к другому. Метод потенциалов. Примеры.
12. Основные леммы вариационного исчисления: лемма Лагранжа с доказательством, лемма Дюбуа-Раймонда с доказательством.
13. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.
14. Задача Больца. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.
15. Изопериметрическая задача, Лагранжиан. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.
16. Задача со старшими производными. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.
17. Условия второго порядка Лежандра и Якоби. Примеры.
18. Классическое вариационное исчисление и естествознание. Примеры.
19. Задача Лагранжа и оптимальное управление. Принцип Лагранжа. Примеры.
20. Элементарная задача оптимального управления, принцип максимума Понтрягина. Принцип Лагранжа. Примеры.
21. Оптимальное управление и задачи техники. Примеры.
22. Численные методы одномерной и многомерной оптимизации. Примеры.
23. Численные методы безусловной оптимизации: метод покоординатного спуска, метод оврагов, градиентные методы, метод Ньютона. Примеры.
24. Численные методы условной оптимизации: метод штрафных функций, метод факторов. Методы сопряженных направлений. Примеры.

### **Критерии оценки по промежуточной аттестации (экзамена или зачёта)**

*Оценка «отлично», «зачтено»:*

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;
- точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;
- безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач;

- выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин;
- творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

*Оценка «хорошо», «зачтено»:*

- достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;
- использование научной терминологии, лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- владение инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

*Оценка «удовлетворительно», «зачтено»:*

- достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;
- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;
- умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи;
- работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;
- достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

*Оценка «неудовлетворительно», «не зачтено»:*

- фрагментарные знания по дисциплине;
- отказ от ответа (выполнения письменной работы);
- знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;
- неумение использовать научную терминологию;
- наличие грубых ошибок;
- низкий уровень культуры исполнения заданий;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).**

### **5.1 Основная литература.**

1. Гюнтер, Н.М. Курс вариационного исчисления : учебное пособие / Н.М. Гюнтер. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/119>.

2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учеб. пособие / А.Б. Васильева [и др.]. — Москва : Физматлит, 2005. — 432 с. <https://e.lanbook.com/book/59405>

3. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления: учеб. Пособие — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 347 с. <https://e.lanbook.com/book/70785>

4. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: учеб. пособие / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2011. — 256 с. <https://e.lanbook.com/book/2097>

5. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению: учеб. пособие — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 222 с. <https://e.lanbook.com/book/70710>

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Вариационное исчисление : учебник для физ. и физ.-матем. фак. ун-тов / Л. Э. Эльсгольц. - Изд. 6-е. - М. : URSS, 2006. - 205 с. - ISBN 548400425X.

2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов, Т. А. Уразгильдина. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 432 с. - <https://e.lanbook.com/book/59405>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Университетская библиотека ONLINE».

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

1. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ  
<http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/Web>
2. Электронная библиотечная система "Университетская библиотека ONLINE"  
<http://biblioclub.ru/>
3. Электронная библиотечная система издательства "Лань" <https://e.lanbook.com/>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).**

Самостоятельная работа студента включает в себя подготовку к лабораторным занятиям и зачету. Эти виды самостоятельной работы студентов контролируются в ходе проверки домашних заданий.

Важнейшим этапом изучения курса является самостоятельная работа. Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовку к лабораторным занятиям, к контрольным работам, к зачету, к экзамену.

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы студентам достаточно использовать материал лекций. Весь теоретический материал, необходимый для сдачи экзамена содержится в учебных пособиях из списка основной литературы. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

### **Виды самостоятельной работы**

Обязательными при изучении дисциплины являются следующие виды самостоятельной работы:

- самостоятельное решение задач по темам практических занятий;
- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- подготовка к зачету.

Эти виды самостоятельной работы студентов контролируются в ходе проверки домашних заданий, контрольных работ, зачетов и экзамена.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта

между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Для выполнения домашнего практического задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме практического занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретический материал, в краткой форме имеющийся в учебных пособиях из списка основной литературы. Если студент не смог понять приведенный в указанных источниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы самостоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может получить консультацию преподавателя.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости).**

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лекционных и практических занятий.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

Список лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Office Word Professional Plus.
2. Microsoft Office Excel Professional Plus.

### **8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем.**

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).**

| №  | Вид работ                                  | Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность                                        |
|----|--------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Лекционные занятия                         | Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью |
| 2. | Лабораторные занятия                       | Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом           |
| 3. | Групповые (индивидуальные) консультации    | Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом  |
| 4. | Текущий контроль, промежуточная аттестация | Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.                      |
| 5. | Самостоятельная работа                     | Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к             |

|  |  |                                                                                                                                         |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины (модуля) «Вариационное исчисление» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Вычислительные, программные, информационные системы и компьютерные технологии» (квалификация «бакалавр»), подготовленную доцентом кафедры вычислительной математики и информатики КубГУ, кандидатом физико-математических наук Соколом Д. Г.

Рабочая программа дисциплины «Вариационное исчисление» предназначена для студентов ФГБОУ ВО «КубГУ» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (квалификация «бакалавр») и содержит следующие разделы: цели и задачи освоения дисциплины, место дисциплины в структуре ООП ВО, компетенции обучающихся, формируемые в результате освоения дисциплины, структуру и содержание дисциплины, образовательные технологии, оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, учебно-методическое и информационное обеспечение, программное обеспечение и материально-техническое обеспечение.

Дисциплина входит в профессиональный цикл дисциплин (вариативная часть дисциплин по выбору). Название и содержание рабочей программы дисциплины «Вариационное исчисление» соответствует учебному плану по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (квалификация «бакалавр»), а также ФГОС ВО по этому направлению. Программа составлена в соответствии с установленным образовательным стандартом по дисциплине, отвечает потребностям подготовки современных бакалавров и позволит реализовать формирование соответствующих компетенций (согласно ФГОС и ООП).

Считаю, что рабочая программа соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (квалификация «бакалавр») и может быть рекомендована для высших учебных заведений.

Профессор кафедры компьютерных технологий  
и систем КубГАУ,  
доктор экономических наук, кандидат технических наук Луценко Е.В.



## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины (модуля) «Вариационное исчисление» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Вычислительные, программные, информационные системы и компьютерные технологии» (квалификация «бакалавр»), подготовленную доцентом кафедры вычислительной математики и информатики КубГУ, кандидатом физико-математических наук Соколом Д. Г.

Рабочая программа по дисциплине «Вариационное исчисление» разработана в соответствии с установленным образовательным стандартом и охватывает все базовые вопросы этого курса.

Рабочая программа содержит следующие разделы: цели и задачи освоения дисциплины, место дисциплины в структуре ООП ВО, требования к результатам освоения дисциплины, структура и содержание дисциплины, распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины, содержание разделов дисциплины, содержание самостоятельной работы студентов, образовательные технологии, оценочные средства для контроля успеваемости, учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

Содержание рабочей программы соответствует уровню подготовленности студентов к изучению данной дисциплины. Успешность изучения обеспечивается предшествующей подготовкой студентов по ряду математических дисциплин профессионального цикла.

Дисциплина входит в профессиональный цикл дисциплин (вариативная часть дисциплин по выбору). Программа отвечает потребностям подготовки современных бакалавров и позволит реализовать формирование соответствующих компетенций (согласно ФГОС и ООП).

Преподавателем разработан список рекомендуемой основной и дополнительной литературы, который способствует более глубокому изучению дисциплины.

Считаю, что рабочая программа соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (квалификация «бакалавр») и может быть рекомендована для высших учебных заведений.

Профессор кафедры прикладной математики КубГУ,  
кандидат физ.-мат. наук

 Кармазин В.Н.