

Министерство образования и науки Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования — первый  
проректор

Иванов А.Г.

подпись

« 01 » июля \* 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.В.06 Вариационное исчисление и методы оптимизации

Направление подготовки/  
специальность 01.03.01 Математика

Профиль/ специализация математическое моделирование, преподавание  
математики и информатики

Программа подготовки академическая

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

Краснодар 2016

Рабочая программа дисциплины Вариационное исчисление и методы оптимизации составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика

Программу составил:

К.А. Лебедев, профессор, доктор физ.-матем.наук, доцент

И.О. Фамилия, должность, ученая степень, ученое звание



подпись

Рабочая программа дисциплины Вариационное исчисление и методы оптимизации утверждена на заседании кафедры вычислительной математики и информатики

протокол № 13 « 07 » июня 2016г.

Заведующий кафедрой (разработчик) Гайденко С.В.

фамилия, инициалы



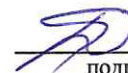
подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры

протокол № 14 « 07 » июня 2016 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.

фамилия, инициалы



подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук

протокол № 3 « 20 » июня 2016г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.

фамилия, инициалы



подпись

Рецензенты:

Профессор кафедры прикладной математики  
Кубанского государственного университета  
кандидат физико-математических наук доцент

Кармазин В.Н.

Доктор экономических наук, кандидат  
технических наук, профессор кафедры  
компьютерных технологий и систем КубГАУ

Луценко Е.В.

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).

### 1.1 Цель освоения дисциплины.

Цели обучения дисциплине состоят в ознакомлении студентов с классическими методами оптимизации функционала с учетом ограничений, наложенных на допустимые значения переменных.

### 1.2 Задачи дисциплины.

1. Ознакомить студентов с постановками основных экстремальных задач и методами их решения.
2. Научить классифицировать и решать основные классы экстремальных задач.
3. Ознакомить с общей теорией экстремальных задач методов оптимизации и задач вариационного исчисления.

Дисциплина «Вариационное исчисление и методы оптимизации» изучается в течение одного семестра. Рассматриваются методы оптимизации линейного программирования, гладких задач с равенствами и неравенствами, задач классического вариационного исчисления, оптимального управления, задачи со старшими производными, численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления. Основное внимание уделяется постановке задачи, необходимым и достаточным условиям существования решения.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Дисциплина «ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ» относится к *вариативной* части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана, изучается на 4 курсе в 7 семестре обучения бакалавров.

В качестве основы используются курсы линейной алгебры, математического анализа, функционального анализа и дифференциальных уравнений.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся *общепрофессиональных/профессиональных* компетенций (ОПК/ПК)

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			<u>Знает:</u>	<u>Умеет:</u>	<u>Владеет:</u>
1.	ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математиче-	постановки классических задач вариационного исчисления, методы их решения с применением фундаментальных знаний в области математического анализа, алгебры, дифференци-	решать задачи вариационного исчисления. применять методы их решения с использованием фундаментальных знаний в области математического анализа, алгебры, дифференци-	методами решения задач вариационного исчисления и методами оптимизации, используя фундаментальные знания в области математического анализа, алгебры, дифференциаль-

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			<u>Знает:</u>	<u>Умеет:</u>	<u>Владеет:</u>
		ской логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	альных уравнений.		ний.
2.	<i>ОПК-4</i>	способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	математические алгоритмы решения задач оптимизации, в том числе с применением современных вычислительных систем	реализовывать математические алгоритмы решения задач оптимизации, в том числе с применением современных вычислительных систем	математическими алгоритмами решения задач оптимизации, в том числе с применением современных вычислительных систем
3.	<i>ПК-5</i>	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач оптимизации	использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач оптимизации	методами математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач оптимизации

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зач.ед. (144 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		7			
<b>Контактная работа, в том числе:</b>					
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>54</b>	<b>54</b>			
Занятия лекционного типа	18	18	-	-	-
Лабораторные занятия	36	36	-	-	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>					

Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4			
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3			
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>50</b>	<b>50</b>			
<i>Курсовая работа</i>	-	-	-	-	-
<i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>	10	10	-	-	-
<i>Выполнение индивидуальных заданий (решение задач оптимизации)</i>	32	32	-	-	-
<i>Реферат</i>	-	-	-	-	-
Подготовка к текущему контролю	8	8	-	-	-
<b>Контроль:</b>					
Подготовка к экзамену	35,7	35,7			
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>144</b>	<b>144</b>	-	-
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>58,3</b>	<b>58,3</b>		
	<b>зач. ед</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Элементы дифференциального исчисления. Конечномерные гладкие экстремальные задачи.	24	4		8	12
2.	Основные элементы выпуклого анализа. Задачи линейного программирования, теорема двойственности.	24	4		8	12
3.	Задачи классического вариационного исчисления;	24	4		8	12
4.	Оптимальное управление, принцип максимума Понтрягина, оптимальное управление и задачи техники.	16	3		6	7
5.	Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления.	16	3		6	7
	<i>Итого по дисциплине:</i>	104	18		36	50

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СР – самостоятельная работа.

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Элементы дифференциального исчисления. Конечномерные гладкие экстремальные задачи.	Определения производных. Производная Фреше. Дифференцирование интегрального оператора в пространстве $C^1[a, b]$ . Основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Формализация некоторых классических задач. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Ферма. Принцип Лагранжа. Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств.	Устный опрос
2.	Основные элементы выпуклого анализа. Задачи линейного программирования и проблемы экономики, теорема двойственности.	Основные понятия выпуклого анализа. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП), ее геометрическая и экономическая интерпретации. Каноническая форма ЗЛП. Симплексный метод. Признак оптимальности ЗЛП. Метод искусственного базиса. Признаки оптимальности и отсутствия решения. Составление математических моделей двойственных ЗЛП. Первая и вторая теорема двойственности ЗЛП. Составление математических моделей транспортных ЗЛП. Необходимые и достаточные условия существования решения. Метод вычеркивания. Метод северо-западного угла. Решение транспортной задачи методом минимальной стоимости. Переход от одного опорного решения к другому. Метод потенциалов.	Устный опрос
3.	Задачи классического вариационного исчисления	Основные леммы вариационного исчисления. Задачи классического вариационного исчисления: простейшая задача классического вариационного исчисления, задача Больца, изопериметрическая задача, задача со старшими производными. Необходимые условия существования экстремума, уравнение Эйлера, Лагранжиан, уравнение Эйлера-Лагранжа. Условия второго порядка Лежандра и Якоби. Классическое вариационное исчисление и естествознание.	Устный опрос
4.	Оптимальное управление, принцип максимума Понтрягина, оптимальное управление и задачи техники.	Задача Лагранжа и оптимальное управление. Элементарная задача оптимального управления, принцип максимума Понтрягина. Оптимальное управление и задачи техники.	Устный опрос

5.	Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления.	Численные методы одномерной и многомерной оптимизации. Численные методы безусловной оптимизации: метод покоординатного спуска, метод оврагов, градиентные методы, метод Ньютона. Численные методы условной оптимизации: метод штрафных функций, метод факторов. Методы сопряженных направлений.	Устный опрос
----	--	---	--------------

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа не предусмотрены

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	3	4
1.	Производная Фреше. Дифференцирование интегрального оператора в пространстве $C^1[a, b]$ .	ЛР
2.	Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений.	ЛР
3.	Конечномерные гладкие экстремальные задачи с ограничениями в виде равенств.	ЛР
4.	Конечномерные гладкие экстремальные с ограничениями в виде неравенств.	ЛР
5.	Задачи линейного программирования (ЗЛП). Каноническая форма ЗЛП. Признак оптимальности ЗЛП. Симплексный метод. Решение задач.	ЛР
6.	Составление математических моделей двойственных ЗЛП. Применение первой и второй теорем двойственности ЗЛП. Решение задач.	ЛР
7.	Транспортная ЗЛП. Необходимые и достаточные условия существования решения. Метод вычеркивания. Метод северо-западного угла. Решение транспортной задачи методом минимальной стоимости. Переход от одного опорного решения к другому. Метод потенциалов. Решение задач.	ЛР
8.	Простейшая задача классического вариационного исчисления. Решение задач.	ЛР
9.	Задача Больца. Необходимые условия существования экстремума. Решение задач.	ЛР
10.	Изопериметрическая задача. Необходимые условия существования экстремума, Лагранжиан, уравнение Эйлера-Лагранжа. Решение задач.	ЛР
11.	Задачи со старшими производными. Необходимые условия существования экстремума, уравнение Эйлера. Решение задач.	ЛР

12.	Задача Лагранжа и оптимальное управление. Решение задач.	ЛР
13.	Элементарная задача оптимального управления, принцип максимума Понтрягина. Решение задач.	ЛР
14.	Оптимальное управление и задачи техники. Решение задач.	ЛР
15.	Численные методы одномерной и многомерной оптимизации. Численные методы безусловной оптимизации: метод покоординатного спуска, метод оврагов, градиентные методы, метод Ньютона. Решение задач.	ЛР
16.	Численные методы условной оптимизации: метод штрафных функций, метод факторов. Методы сопряженных направлений. Решение задач.	ЛР

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Работа с лекционным материалом, поиск и анализ литературы и электронных источников информации по заданной проблеме	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г.
2.	Изучение теоретического материала к лабораторным занятиям	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г.
3.	Подготовка к экзамену	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г.

Подробное изложение лекционного материала и задания лабораторных работ по дисциплине студенты получают в очном общении с преподавателем. Различные учебные материалы и примеры можно найти в предложенных литературных источниках и ресурсах информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:



Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии.**

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, домашние работы. В ходе лекционных и практических занятий предполагается использование компьютерных технологий (информационные обучающие компьютерные программы по некоторым темам курса), математические пакеты прикладных программ. В течение занятия студенты решают задачи, указанные преподавателем к каждому лабораторному заданию, используя педагогическую поддержку, программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

Интерактивность подачи учебного материала предполагает взаимодействия вида «преподаватель – студент», «студент – преподаватель», «студент – студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, как на лекционных, так и на практических занятиях в ходе дискуссий.

Использование дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и применение компьютерных решений для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными, творческие доклады. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, обсудить доклад, высказать своё мнение.

Применение на занятии компьютерную педагогическую поддержку учебных действий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса более глубоко освоить некоторые понятия и методы решений, примеры. В этой связи определенные лекционные и практические занятия преподавателю целесообразно проводить с использованием математических компьютерных пакетов.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.**

#### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.**

Текущий контроль качества подготовки осуществляется путем проверки теоретических знаний и практических навыков посредством проверки и приема текущих лабораторных работ.

### **Примерный перечень вопросов для устного опроса**

1. Дайте определения производных. Приведите примеры.
2. Перечислите и сформулируйте основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Приведите примеры.
3. Сформулируйте и формализуйте некоторые классические задачи. Назовите необходимые и достаточные условия экстремума. Сформулируйте теорему Ферма, принцип Лагранжа.
4. Приведите пример и решите конечномерной гладкой экстремальной задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств.
5. Сформулируйте основные понятия выпуклого анализа. Приведите примеры.
6. Сформулируйте постановку задачи линейного программирования (ЗЛП), ее геометрическую и экономическую интерпретацию. Какая форма ЗЛП является канонической.
7. Опишите симплексный метод. Сформулируйте признак оптимальности ЗЛП.
8. Опишите метод искусственного базиса. Сформулируйте признаки оптимальности и отсутствия решения ЗЛП. Приведите примеры.
9. Составьте математическую модель двойственной ЗЛП. Сформулируйте первую и вторую теорему двойственности ЗЛП. Приведите примеры.
12. Сформулируйте основные леммы вариационного исчисления: лемма Лагранжа с доказательством, лемма Дюбуа-Раймонда с доказательством.
13. Сформулируйте простейшую задачу классического вариационного исчисления, Теорему о необходимых условиях существования экстремума. Приведите примеры.
14. Сформулируйте задачу Больца. Сформулируйте теорему о необходимых условиях существования экстремума. Приведите примеры.
15. Сформулируйте изопериметрическую задачу. Определите Лагранжиан. Сформулируйте теорему о необходимых условиях существования экстремума. Приведите примеры.
16. Сформулируйте задачу со старшими производными. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Приведите примеры.
17. Сформулируйте условия второго порядка Лежандра и Якоби. Приведите примеры.

### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.**

#### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

1. Определения производных. Производная Фреше. Дифференцирование интегрального оператора в пространстве  $C^1[a, b]$ . Примеры.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Примеры.
3. Формализация некоторых классических задач. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Ферма. Принцип Лагранжа.
4. Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств. Примеры.
5. Основные понятия выпуклого анализа. Примеры.
6. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП), ее геометрическая и экономическая интерпретации. Каноническая форма ЗЛП.
7. Симплексный метод. Признак оптимальности ЗЛП.
8. Метод искусственного базиса. Признаки оптимальности и отсутствия решения ЗЛП. Примеры.
9. Составление математических моделей двойственных ЗЛП. Первая и вторая теорема двойственности ЗЛП. Примеры.

10. Составление математических моделей транспортных ЗЛП. Необходимые и достаточные условия существования решения. Метод вычеркивания. Метод северо-западного угла. Примеры.

11. Решение транспортной задачи методом минимальной стоимости. Переход от одного опорного решения к другому. Метод потенциалов. Примеры.

12. Основные леммы вариационного исчисления: лемма Лагранжа с доказательством, лемма Дюбуа-Раймонда с доказательством.

13. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.

14. Задача Больца. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.

15. Изопериметрическая задача, Лагранжиан. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.

16. Задача со старшими производными. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.

17. Условия второго порядка Лежандра и Якоби. Примеры.

18. Классическое вариационное исчисление и естествознание. Примеры.

19. Задача Лагранжа и оптимальное управление. Принцип Лагранжа. Примеры.

20. Элементарная задача оптимального управления, принцип максимума Понтрягина. Принцип Лагранжа. Примеры.

21. Оптимальное управление и задачи техники. Примеры.

22. Численные методы одномерной и многомерной оптимизации. Примеры.

23. Численные методы безусловной оптимизации: метод покоординатного спуска, метод оврагов, градиентные методы, метод Ньютона. Примеры.

24. Численные методы условной оптимизации: метод штрафных функций, метод факторов. Методы сопряженных направлений. Примеры.

### **Примерный перечень практических заданий на экзамен**

1. Решите ЗЛП симплексным методом.

2. Решите ЗЛП методом искусственного базиса.

3. Решить ЗЛП, используя математическую модель двойственной задачи.

4. Решите транспортную задачу методом минимальной стоимости и методом потенциалов.

5. Задачи по теме: «Принцип Лагранжа в выпуклом программировании. Теория двойственности».

6. Задачи нелинейного программирования, применяя методы штрафных функций, возможных направлений, линейных отсечений.

7. Задачи одномерной, многомерной и безусловной оптимизации методами покоординатного спуска, оврагов, Ньютона.

8. Численные методы условной оптимизации: метод штрафных функций, метод факторов.

9. Простейшая задача классического вариационного исчисления.

10. Изопериметрическая задача.

### **Критерии оценки по промежуточной аттестации экзамена**

*Оценка «отлично», «зачтено»:*

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;
- точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;
- безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач;

- выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин;
- творческая самостоятельная работа на лабораторных занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

*Оценка «хорошо», «зачтено»:*

- достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;
- использование научной терминологии, лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- владение инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- самостоятельная работа на лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

*Оценка «удовлетворительно», «зачтено»:*

- достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;
- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;
- умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи;
- работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;
- достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

*Оценка «неудовлетворительно», «не зачтено»:*

- фрагментарные знания по дисциплине;
- отказ от ответа (выполнения письменной работы);
- знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;
- неумение использовать научную терминологию;
- наличие грубых ошибок;
- низкий уровень культуры исполнения заданий;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).**

### **5.1 Основная литература:**

1. Сухарев А. Г., Тихомиров А. В., Федоров В. В. Курс методов оптимизации– 2-е изд., испр. – Л.: "Физматлит", 2011. – 384 с. <http://e.lanbook.com/view/book /2330/>
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учеб. Пособие / под ред. В. И. Ермакова. – 2-е изд., испр. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 575 с.
3. Эльсгольц Л. Э. Вариационное исчисление: Учебник. Изд. 6-е. – М.: КомКнига, 2006. – 208 с.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Харчистов Б.Ф. Методы оптимизации: Учебное пособие. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2004. - 140с.
2. Муртаф Б. Современное линейное программирование. М.: Мир, 1984.

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

1. Гюнтер Н. М. Курс вариационного исчисления Изд. стер., "Лань", 2009. – 320 с. <http://e.lanbook.com/view/book/119/>
2. Сухарев А. Г., Тихомиров А. В., Федоров В. В. Курс методов оптимизации– 2-е изд., испр. – Л.: "Физматлит", 2011. – 384 с. <http://e.lanbook.com/view/book /2330/>

3. Васильева А. Б. Медведев Г. Н. Тихонов Н. А. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах. М.: Физматлит, 2005 г. – 214 с. <http://www.biblioclub.ru>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).**

При организации изучения дисциплины студенту необходимо посещать лекционные и лабораторные занятия, выполнять учебные указания преподавателя. Ознакомиться со списком предлагаемой литературы и самостоятельно изучать свои конспекты лекционных занятий и учебный материал литературных источников, применять полученные знания на лабораторных занятиях и в самостоятельной работе.

Непосредственно на лабораторных занятиях студенты с преподавателем повторяют основной учебный материал лекционных занятий по конкретной теме. Получают от преподавателя лабораторное задание и выполняют их, используя помощь и контроль преподавателя. Часть лабораторных заданий приходится на самостоятельную работу: изучение теоретического материала по конспектам лекций и по основным источникам литературы, решение задач по заданному методу.

По разделу: «Элементы дифференциального исчисления. Конечномерные гладкие экстремальные задачи» студенту необходимо по материалам лекционных занятий и по литературным источникам сформулировать определения производных, производной Фреше. Дифференцировать интегральный оператор в пространстве  $C^1[a, b]$ . Выучить основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Формализовать классические задачи. Выучить необходимые и достаточные условия экстремума, теорему Ферма, принцип Лагранжа. Сформулировать постановку конечномерных гладких экстремальные задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств и решать их

По разделу: «Основные элементы выпуклого анализа. Задачи линейного программирования и проблемы экономики, теорема двойственности» Ознакомиться и выучить основные понятия выпуклого анализа, постановку задач линейного программирования (ЗЛП), ее геометрическую и экономическую интерпретации. Приводить ЗЛП к канонической форме и решать симплексным методом, применяя признак оптимальности, методом искусственного базиса, применяя признак оптимальности и отсутствия решения. Составлять математических моделей двойственных ЗЛП и решать их, применяя первую и вторую теорему двойственности ЗЛП. Составлять математические модели транспортных ЗЛП, и решать их, применяя необходимые и достаточные условия существования решения, метод вычеркивания, метод северо-западного угла. Решать транспортные задачи методом минимальной стоимости, используя переход от одного опорного решения к другому и метод потенциалов.

По разделу: «Задачи классического вариационного исчисления. Основные леммы вариационного исчисления» используя конспекты лекционного курса и по литературным источникам сформулировать постановку задачи классического вариационного исчисления и решать: простейшую, Больца, изопериметрическую, задачу со старшими производными, применяя необходимые условия существования экстремума, уравнение Эйлера, Лагранжиан, уравнение Эйлера-Лагранжа, условия второго порядка Лежандра и Якоби.

По разделу: «Оптимальное управление, принцип максимума Понтрягина, оптимальное управление и задачи техники» сформулировать и решать задачи Лагранжа и оптимального управления, элементарную задачу оптимального управления, используя принцип максимума Понтрягина.

По разделу: «Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления» указать вид одномерной и многомерной оптимизации и требования к функции, необходимые для применения выбранного метода. вид безусловной опти-

мизации и требования к функции для применения численных методов по координатного спуска, оврагов, градиентные методы, метод Ньютона. Численные методы условной оптимизации: метод штрафных функций, метод факторов. Методы сопряженных направлений.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).**

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лекционных и практических занятий.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

- Программы для обработки табличной информации («Microsoft Office Excel 2010»).
- Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Office PowerPoint 2010»).

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспе-

		ченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета
--	--	--



## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу

### ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Направление подготовки/специальность 01.03.01 математика

Направленность (профиль) /Математическое моделирование; Преподавание математике и информатике

Рабочая программа для бакалавров вариационное исчисление и методы оптимизации составлена доктором физико-математических наук, профессором кафедры Вычислительной математики и информатики факультета математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета Лебедевым К.А.

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика. Программа одобрена на заседании кафедры Вычислительной математики и информатики на заседании учебно-методического совета факультета математики и компьютерных наук.

Рабочая программа сочетает теоретическую и практические части, что способствует более глубокому усвоению материала.

Предложенные задания учебного плана направлены на освоение развитие практических навыков решения задач по направлению вычислительной математики, позволяют обучающимся овладеть оригинальными методами решения задач с помощью программирования и пакетов программ. Содержание рабочей программы соответствует уровню подготовленности студентов к изучению данной дисциплины. Успешность изучения дисциплины обеспечивается предшествующей подготовкой студентов по ряду компьютерных и дисциплин прикладной математики профессионального цикла бакалавриата. Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам позволяет сочетать теоретическое обучение с практической работой по освоению методов дисциплины.

Уровень отражения в рабочей программе современных достижений науки в области оптимизации, а также рекомендуемые автором рабочей программы современные подходы аналитические, численные, соответствуют квалификационным требованиям к подготовке бакалавра прикладной математики и компьютерных технологий и являются достаточными.

Учитывая вышеизложенное, считаю, что рабочая программа соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению подготовки 01.03.01 Математика (квалификация «бакалавр»), и может быть рекомендована для высших учебных заведений.

Рецензент

Доктор экономических наук, кандидат технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий и систем КубГАУ



Луценко Е.В.

## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу

### ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Направление подготовки/специальность 01.03.01 математика

Направленность (профиль) /Математическое моделирование; Преподавание математике и информатике

Рабочая программа дисциплины вариационное исчисление и методы оптимизации составлена согласно требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности

Рабочая программа содержит цели и задачи изучения дисциплины, ее место в структуре образовательной программы. В программе отражены планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы. Выделены соответствующие компетенции согласно ФГОС, формируемые при ее освоении, указаны результаты освоения дисциплины в виде определенных знаний, умений и практических навыков – владений.

В структуру рабочей программы входит содержание дисциплины – темы практических занятий, лекций, семинаров, самостоятельных внеаудиторных работ с указанием их объема. Разработанное содержание дисциплины в полной мере соответствует области научного знания и передового практического опыта. Последовательное освоение разделов, тем, аудиторных и внеаудиторных занятий способствует формированию у выпускника всего необходимого перечня универсальных и профессиональных компетенций.

Отражен перечень учебно-методического обеспечения как аудиторных занятий, так и для самостоятельной внеаудиторной работы обучающихся. Указан перечень электронных ресурсов и баз данных, соответствующих тематике дисциплины. Основная и дополнительная литература является актуальной.

Фонд оценочных средств программы дисциплины является необходимым и достаточным для оценки уровня знаний, умений и владений.

Таким образом, рабочая программа дисциплины вариационное исчисление и методы оптимизации соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности (01.03.01, математика), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации России рекомендуется к реализации.

Рецензент

Профессор кафедры прикладной математики  
Кубанского государственного университета  
кандидат физико-математических наук доцент

 Кармазин В.Н.