

Министерство образования и науки Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической работе,  
качеству образования, первый  
проректор

\_\_\_\_\_ А.  
«27» апреля 2018 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.Б.09 ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Специальность 01.05.01. Фундаментальные математика и механика

Специализация: Математическое моделирование

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2018

Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по специальности 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика».

Программу составили:

В.Ю. Барсукова, канд. физ.-мат. наук, доцент



М.В. Цалюк, канд. физ.-мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры протокол № 10 от «10» апреля 2018 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры (выпускающей) функционального анализа и алгебры протокол № 10 от «10» апреля 2018 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «17» апреля 2018 г., протокол № 2 .

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.



Эксперты:

Кирий К.А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики КубГТУ

Павлова А.В., доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического моделирования КубГУ

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

### **1.1 Цель дисциплины**

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего профессионального образования по специальности «Фундаментальные математика и механика», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Функциональный анализ» являются формирование у студентов базовых знаний по функциональному анализу, математической культуры, способностей к алгоритмическому и логическому мышлению; формирование и развитие личности студентов; овладение современным аппаратом функционального анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### **1.2 Задачи дисциплины**

Задачами изучения дисциплины являются:

1. Изучение основных принципов и методов функционального анализа.
2. Формирование умений в области применения основных методов функционального анализа при решении комплекса задач теории и практики управления.
3. Владение основными методами на уровне, позволяющем получать качественные результаты при решении теоретических и прикладных задач.
4. Получение практических навыков работы с методами функционального анализа.

### **1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к базовой части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана и является одной из основных дисциплин в освоении математических знаний. Курс «Функциональный анализ» читается на 3 курсе: 5-6 семестры.

Место курса в профессиональной подготовке специалиста по направлению 01.05.01. «Фундаментальные математика и механика» определяется ролью функционального анализа в формировании высококвалифицированного специалиста. Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики.

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть знаниями, умениями и навыками по программам дисциплин «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальная геометрия и топология», «Комплексный анализ».

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Процесс освоения данной дисциплины направлен на получение необходимого объёма теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и необходимых для дальнейшего успешного изучения всех дисциплин высшей математики.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных и профессиональных компетенций (ОПК/ПК): ОПК-1, ПК-1.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области функционального анализа в будущей профессиональной деятельности	основные теоремы теории линейных непрерывных операторов, принцип сжимающих отображений и другие теоремы о существовании решений различных классов уравнений; формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства	решать задачи функционального анализа; применять полученные навыки в других областях тематического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания; доказывать утверждения функционального анализа; ставить задачи, пользуясь языком функционального анализа	аппаратом функционального анализа, методами применения этого аппарата к решению задач
2	ПК-1	способностью к самостоятельному анализу поставленной задачи, выбору корректного метода ее решения, построению алгоритма и его реализации, обработке и анализу полученной информации	основные понятия, определения и свойства объектов функционального анализа; возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	математически корректно ставить задачи, возникающие в приложениях; применять полученные навыки в других областях тематического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	навыками применения полученных знаний в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания

## 2 Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц (288 часов, из них 152 часа контактной работы (72 часа лекционных, 72 часа лабораторных занятий, 8 часов

КСР, 0,8 ч. ИКР); 63,8 часа самостоятельной работы, 71,4 часа отводится на подготовку к экзамену). В конце 5 семестра проводятся зачет и экзамен, а в конце 6 семестра – экзамен. Их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)		
		5	6	
<b>Контактная работа, в том числе:</b>				
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>144</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	
Занятия лекционного типа	72	36	36	
Лабораторные занятия	72	36	36	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-	
<b>Иная контактная работа:</b>				
Контроль самостоятельной работы (КСР)	8	4	4	
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,8	0,5	0,3	
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>				
Проработка учебного (теоретического) материала	24	12	12	
Выполнение домашних заданий (решение задач)	24	12	12	
Подготовка к текущему контролю	15,8	7,8	8	
<b>Контроль:</b>				
Подготовка к экзамену	71,4	35,7	35,7	
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>288</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>152,8</b>	<b>76,5</b>	<b>76,3</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>

## .2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в **пятом** семестре:

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СРС
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1	Мера и интеграл Лебега	28	10		10	8
2	Банаховы пространства	20	8		6	8
3	Гильбертовы пространства	18	6		6	8
4	Линейные операторы	33,8	12		14	7,8
<b>Итого:</b>			<b>36</b>		<b>36</b>	<b>31,8</b>

Разделы дисциплины, изучаемые во **шестом** семестре:

№ раз-дела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	5	6
5	Принципы неподвижной точки	28	8		8	12
6	Вполне непрерывные операторы	56	22		22	12
7	Элементы нелинейного анализа	2	6		6	8
	<b>Итого:</b>		<b>36</b>		<b>36</b>	<b>32</b>
	<b>Итого по дисциплине:</b>		<b>72</b>		<b>72</b>	<b>63,8</b>

## 2.3 Содержание разделов дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Мера и интеграл Лебега	Кольцо, $\sigma$ -кольцо множеств. Мера. Верхняя мера. Лебегово продолжение меры. Мера Лебега на прямой и плоскости. Измеримые функции. $\sigma$ -ступенчатые функции. Интеграл Лебега. Свойства: аддитивность, положительность, $\sigma$ -аддитивность, абсолютная непрерывность. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана.	Устный опрос
2	Банаховы пространства	Линейные и нормированные пространства. Норма. Топология нормированных пространств. Основные пространства. Эквивалентные нормы. Сходимость. Полные пространства. Примеры неполных пространств. Пополнение пространств. Конечномерные пространства.	Коллоквиум
3	Гильбертовы пространства	Скалярное произведение. Гильбертовы пространства. Ортогональность. Теорема Пифагора, теорема о диагоналях параллелограмма. Ортогональное дополнение. Проекция элемента на подпространство. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Ряды Фурье. Полные системы.	Коллоквиум
4	Линейные операторы	Линейные непрерывные операторы. Норма оператора. Полнота пространства $L(X, Y)$ . Принцип равномерной ограниченности. Обратимость линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема Хана-Банаха. Линей-	Устный опрос

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		ный функционал в гильбертовом пространстве, в других пространствах.	
5	Принципы неподвижной точки	Принцип сжимающих отображений. Принцип Шаудера. Критерий Хаусдорфа. Теорема Арцеля. Применения принципов неподвижной точки. Интегральные уравнения.	Устный опрос
6	Вполне непрерывные операторы	Спектр линейного непрерывного оператора. Резольвента. Непустота спектра. Спектральный радиус. Вполне непрерывные операторы. Сопряженные операторы. Конечномерные операторы. Представление вполне непрерывного оператора в виде суммы конечномерного и малого по норме. Теория Фредгольма. Спектр вполне непрерывного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта. Теория Фредгольма для интегральных уравнений	Устный опрос
7	Элементы нелинейного анализа	Слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала. Экстремум функционала. Классические задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.	Устный опрос

**2.3.2 Занятия семинарского типа** не предусмотрены

**2.3.3 Лабораторные занятия.**

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Мера и интеграл Лебега	Кольцо, $\sigma$ -кольцо множеств. Мера. Верхняя мера. Мера Лебега на прямой и плоскости. Измеримые функции. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.	Проверка домашнего задания (задачи) Контрольная работа
2	Банаховы пространства	Линейные нормированные пространства. Норма. Сходимость в различных пространствах.	Проверка домашнего задания (задачи) Устный опрос
3	Гильбертовы пространства	Скалярное произведение. Гильбертовы пространства. Проекция элемента на подпространство. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Ряды Фурье.	Проверка домашнего задания (задачи). Контрольная работа
4	Линейные операторы	Линейные непрерывные операторы. Норма оператора (оценка и вычисление). Обратимость линейных операторов.	Проверка домашнего задания (задачи).
5	Принципы неподвижной точки	Принцип сжимающих отображений. Применения принципа сжимающих отображе-	Проверка домашнего зада-

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
		ний. Интегральные уравнения.	ния (задачи) Контрольная работа
6	Вполне непрерывные операторы	Спектр линейного непрерывного оператора. Резольвента. Спектральный радиус. Сопряженные операторы. Самосопряженные операторы. Теория Фредгольма. Спектр вполне непрерывного оператора. Теория Фредгольма для интегральных уравнений.	Проверка домашнего задания (задачи) Контрольная работа
7	Элементы нелинейного анализа	Слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала. Экстремум функционала. Уравнения Эйлера.	Проверка домашнего задания (задачи), устный опрос

**2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)** курсовые работы не предусмотрены.

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г
3	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г
4	Промежуточная аттестация (экзамен)	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,



Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3 Образовательные технологии**

При изучении данного курса используются традиционные лекции и лабораторные занятия.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### **4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, устные опросы.), а также на лабораторных занятиях – контрольные работы, проверка домашних заданий) и промежуточная аттестация (зачет, экзамен). Устный опрос по теоретическому материалу проводится на лабораторных занятиях.

#### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации**

**Вопросы для устного опроса по теме:**

##### **«Мера и интеграл Лебега»**

1. Измеримые множества.
2. Измеримые функции.
3. Определение интеграла Лебега
4. Свойства интеграла Лебега.

##### **«Линейные операторы»**

1. Непрерывные линейные операторы.
2. Пространство линейных операторов.
3. Норма линейного непрерывного оператора.
4. Принцип равномерной ограниченности.
5. Обратные операторы.
6. Свойства обратимых операторов.

##### **«Принципы неподвижной точки»**

1. Определение сжимающего оператора.
2. Принцип сжимающих отображений (формулировка).
3. Может ли сжимающий оператор иметь несколько неподвижных точек?
4. Относительно компактное множество.

##### **«Вполне непрерывные операторы»**

1. Определение вполне непрерывного оператора.
2. Приведите пример вполне непрерывного оператора.

3. Является ли тождественный оператор вполне непрерывным?
4. Сформулируйте первую теорему Фредгольма.
5. Сформулируйте вторую теорему Фредгольма.
6. Сформулируйте третью теорему Фредгольма.

**«Элементы нелинейного анализа»**

1. Определение сильного дифференциала.
2. Определение слабого дифференциала.
3. Определение экстремума.
4. Необходимое условие экстремума функционала.

**Вопросы к коллоквиуму по теме «Банаховы пространства. Гильбертовы пространства»**

1. Линейные пространства.
2. Нормированные пространства.
3. Пространства  $l_p^n$  и  $l_p$ .
4. Топология нормированных пространств.
5. Теорема о вложенных шарах.
6. Теорема Бэра.
7. Конечномерные пространства.
8. Пространства со скалярным произведением. Неравенство Коши-Буняковского.
9. Теорема о диагоналях параллелограмма.
10. Теорема Пифагора.
11. Теорема о проекции.
12. Линейная зависимость и независимость.
13. ОНС. Процесс ортогонализации.
14. Ряд Фурье.
15. Частичная сумма ряда Фурье.
16. Сходимость ряда Фурье.
17. Теорема Фишера-Рисса.

**Образцы контрольных работ  
5 семестр**

1. Найти меру Лебега следующих множеств:

$$а) M = \bigcup_{n=1}^{\infty} \left( n - \frac{1}{2^n}, n + \frac{1}{3^{n-1}} \right),$$

$$б) M = \{-1; -0,9; -0,8\}.$$

2. Вычислить, если возможно, интеграл Лебега от следующих функций по данным множествам:

$$а) f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0;1] \cap Q, \\ -3, & x \in [0;1] \setminus Q, \end{cases} \quad x \in [0;1]$$

$$б) f(x) = \frac{1}{2^n}, \quad x \in [n; n+1), \quad x \in [1; +\infty)$$

$$в) f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & x \in K, \\ 1, & x \in [0;0,5] \setminus K, \\ -3, & x \in (0,5;1] \setminus K \end{cases} \quad x \in [0;1]$$

$$\text{г) } f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \in [0; \pi/2] \setminus Q, \\ \cos x, & x \in (\pi/2; \pi] \setminus Q, \quad x \in [0; \pi] \\ x^2 - 3x, & x \in [0; \pi] \cap Q \end{cases}$$

3. Проверить, образует ли  $V$  линейное подпространство пространства  $X$ :

$$X = R^3, V = \{x \in R^3 : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$$

4. Является ли функция  $\varphi(x) = 2|x_1 + x_2|$  нормой в пространстве  $R^2$ .

5. Сходятся ли последовательности в указанных пространствах. В случае сходимости указать предел.

$$\text{а) } l_2, \quad x_k = \left(0, 0, \dots, 0, \frac{1}{k}, 0, \dots\right);$$

$$\text{б) } C[0,1], \quad x_k(t) = t^k.$$

6. Найти проекцию вектора на подпространство и расстояние от вектора до подпространства

$$\text{а) } l_2, \quad a = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots\right)$$

$$\text{на подпространство } M = \{x \in l_2 : x = (0, 0, \dots, 0, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots)\};$$

б)  $l_2^3$ ,  $a = (1, 2, 1)$  на подпространство  $M = \{x \in l_2^3 : x_1 - x_2 = 0\}$ .

7. Проверить линейность операторов:

$$\text{а) } A: R^3 \rightarrow R^3, \quad Ax = (x_1^2, x_1 + x_3, x_3^2);$$

$$\text{б) } A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], \quad (Ax)(t) = x^2(t).$$

8. Оценить норму следующих операторов:

$$\text{а) } A: l_1^3 \rightarrow l_1^3, \quad Ax = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 6 \\ -3 & 0 & 4 \\ 2 & -6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], \quad (Ax)(t) = t^2 x(t).$$

## 6 семестр

1. Доказать, что уравнение имеет решение

$$x = \frac{1}{3} \sin x + 2.$$

2. Доказать, используя принцип сжатых отображений, что система имеет единственное решение

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{3}x_2 + 2 \\ x_2 = \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{2}x_2 + 5 \end{cases}.$$

3. Найти спектр и спектральный радиус оператора  $A$ :

$$\text{а) } A: l_\infty \rightarrow l_\infty, \quad Ax = (x_1 + x_2, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots);$$

$$\text{б) } A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], \quad (Ax)(t) = \int_0^t x(s) ds.$$

4. Решить уравнение

$$x(t) = \int_{-1}^1 t^2 s x(s) ds + t$$

5. Найти характеристические значения и собственные функции

$$x(t) = \mu \int_0^1 (t^2 s + s) x(s) ds$$

#### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации Примерных перечень вопросов к экзамену.

##### 5 семестр

1. Измеримые множества.
2. Измеримые функции.
3. Интеграл Лебега (корректность).
4. Свойства интеграла Лебега.
5.  $\sigma$  – аддитивность интеграла Лебега.
6. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега.
7. Теорема Леви.
8. Лемма Фату.
9. Теорема Лебега.
10. Пространство  $L_2(A)$ .
11. Линейные пространства.
12. Нормированные пространства.
13. Пространства  $l_p^n$  и  $l_p$ .
14. Топология нормированных пространств.
15. Теорема о вложенных шарах.
16. Теорема Бэра.
17. Конечномерные пространства.
18. Пространства со скалярным произведением. Неравенство Коши-Буняковского.
19. Теорема о диагоналях параллелограмма.
20. Теорема Пифагора.
21. Теорема о проекции.
22. ОНС. Процесс ортогонализации.
23. Ряд Фурье.
24. Частичная сумма ряда Фурье.
25. Сходимость ряда Фурье.
26. Теорема Фишера-Рисса.
27. Непрерывные линейные операторы.
28. Непрерывность интегрального оператора.
29. Пространство линейных операторов.
30. Полнота  $\mathcal{L}(X, Y)$ .
31. Принцип равномерной ограниченности.
32. Теорема Банаха – Штейнгауза.
33. Теорема Хана – Банаха.
34. Следствия теоремы Хана-Банаха.
35. Общий вид функционала в  $N$ .

##### 6 семестр

1. Принцип сжатых отображений.
2. Теорема Хаусдорфа.
3. Теорема Арцеля.

4. Принцип Шаудера.
5. Применение принципов неподвижной точки к системам.
6. Интегральные уравнения.
7. Обратимые операторы. Теорема Банаха.
8. Операторы с малой нормой.
9. Обратимость близких операторов.
10. Спектр оператора и его свойства. Примеры.
11. Резольвента оператора и её свойства. Теорема о непустоте спектра.
12. Спектральный радиус оператора и формула для его вычисления. Спектральный радиус оператора Вольтерра.
13. Вполне непрерывные операторы и их свойства.
14. Вполне непрерывность предельного оператора.
15. Вполне непрерывность интегрального оператора.
16. Сопряженные операторы в  $H$ .
17. Свойства  $A^*$ .
18. Вполне непрерывность сопряженного оператора.
19. Сопряженный интегральный оператор.
20. Замкнутость  $\text{Im}(I - A)$ .
21. Конечномерные операторы.
22. Аппроксимация вполне непрерывных операторов конечномерными.
23. Первая теорема Фредгольма.
24. Вторая теорема Фредгольма.
25. Третья теорема Фредгольма.
26. Теорема о спектре вполне непрерывного оператора.
27. Самосопряженные операторы и их свойства.
28. Существование ненулевого собственного числа у вполне непрерывного самосопряженного оператора.
29. Теорема Гильберта–Шмидта.
30. Интегральные уравнения. Теоремы Фредгольма.
31. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.
32. Интегральные уравнения с симметричным ядром.
33. Слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала.
34. Экстремум функционала.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### ***Критерии оценивания по промежуточной аттестации***

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «незачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

Оценивание ответа на экзамене, осуществляется по следующим критериям.

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач;

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

## **5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1 Основная литература:**

1. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 572 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2206>.
2. Пуляев В.Ф., Цалюк З.Б. Сборник задач по функциональному анализу. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная хаотическая механика», 2010.
3. Филимоненкова, Н.В. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65041>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

## 5.2 Дополнительная литература:

- 1 Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 272 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/245>
- 2 Треногин, В.А. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2002. — 488 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2340>
- 3 Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 240 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2342>. — Загл. с экрана.
- 4 Цалюк З.Б., Цалюк М.В. Функциональный анализ. Просвещение-Юг, Краснодар, 2014.

## 6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>
2. Краткий справочник по математике - <http://matembook.chat.ru/>
3. Математический портал - <http://www.allmath.com/>
4. Образовательный математический сайт. - <http://www.exponenta.ru/>
5. Сайт с учебными материалами по математическим дисциплинам <http://www.math.ru/>

## 7 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практически навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**а) по целям:** подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

Тематическое планирование самостоятельной работы студентов

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Вид работы
-------	----------------------	--------------------	------------

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Вид работы
1	2	3	4
1	Мера и интеграл Лебега	Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Интеграл Стильеса.	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач.
2	Банаховы пространства	Линейные и нормированные пространства. $l_p^n, l_p, l_\infty, C[a, b], L_p[a, b]$ . Топология. Теорема Бэра.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.
3	Гильбертовы пространства	Конечномерные пространства. Гильбертовы пространства.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
4	Линейные операторы	Принцип равномерной ограниченности. Обратимость линейных операторов. Теорема Хана – Банаха. Линейный функционал в некоторых банаховых пространствах.	Поиск необходимой информации. Подготовка к контрольной работе
5	Принципы неподвижной точки	Принцип сжимающих отображений. Применения. Интегральные уравнения.	Изучение лекционного материала и материала учебников.
6	Вполне непрерывные операторы	Резольвента. Спектр. Спектральный радиус. Вполне непрерывные операторы. Сопряженные операторы. Теория Фредгольма. Спектр вполне непрерывного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта.	Поиск необходимой информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе
7	Элементы нелинейного анализа	Экстремум функционала. Классические задачи вариационного исчисления.	Изучение и повторение лекционного материала.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1. Перечень информационных технологий.**

Использование презентаций при проведении лекционных занятий.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения**

Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).  
Microsoft Office

### **8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем**

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)



## 9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук, ...) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
2.	Лабораторные занятия	Специальное помещение, оснащенное доской, маркерами и мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория (кабинет) оснащенная учебной мебелью, доской, маркерами и мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория (кабинет) оснащенная учебной мебелью, доской, маркерами и мелом
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

## Рецензия

на рабочую программу дисциплины «Функциональный анализ», предназна-  
ченную для студентов специальности  
01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Функциональный анализ находит применение во многих точных науках; многие важнейшие математические конструкции и методы описаны языком функционального анализа. Функциональный анализ составляет основу подготовки квалифицированного математика. На этой дисциплине базируется изучение многих дисциплин высшей математики и механики. Поэтому создание рабочей программы по данному курсу является актуальным.

Представленная на рецензию рабочая программа описывает требования к уровню усвоения дисциплины, объем учебных часов и их распределение по формам занятий, требования к обязательному минимуму содержания программы, перечень литературы и пособий, формы контроля. Содержание теоретического материала дисциплины полно отражает необходимые знания для формирования компетенций по дисциплине. Материалы для самостоятельной учебной работы студентов содержат основные теоретические положения, необходимые для усвоения указанных тем. Задания для лабораторных работ представлены по всем темам дисциплины, содержат большое количество задач для формирования необходимых знаний, умений и навыков. Вопросы к экзамену охватывают весь материал, изучаемый студентами. Список рекомендуемой литературы содержит основные современные источники отечественных и зарубежных авторов. Критерии оценок по дисциплине отражают необходимые компетенции, которые должны быть сформированы у студентов.

Разработанная рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» соответствует требованиям ФГОС ВО и способствует качественно-му овладению обучающимися необходимыми компетенциями.

Считаю, что данная программа соответствует современному уровню подготовки специалистов по специальности 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика» и может быть рекомендована для обеспечения основной образовательной программы по специальности 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика по дисциплине «Функциональный анализ».

Рецензент

кандидат физ.-мат. наук,  
доцент кафедры прикладной  
математики ФГБОУ ВО «КубГУ»

Подпись \_\_\_\_\_ Кирий К.А.  
Исполнительный директор  
И.В. Реутская  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## Рецензия

на рабочую программу дисциплины «Функциональный анализ», предназначенную для студентов специальности  
01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Функциональный анализ составляет основу подготовки квалифицированного специалиста в области математики. Изучение функционального анализа необходимо для дальнейшего изучения всех дисциплин высшей математики и механики. Поэтому создание рабочей программы по данному курсу является актуальным.

Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» включает в себя все необходимые структурные части. Учебная программа предусматривает формирование у обучающихся математического аппарата, включающего в себя математические знания, умения и навыки необходимые для дальнейшей профессиональной деятельности. Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний, умений и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Программа отвечает современным требованиям к обучению и отражает современные тенденции в обучении и воспитании личности. Содержание рабочей программы охватывает весь материал, необходимый для обучения студентов высших учебных заведений по направлению «Фундаментальная математика и механика».

Содержание разделов, их разделение по видам занятий, и трудоемкость в часах отвечают требовательности и целесообразности. Структура и содержание курса взаимно дополняют друг друга. Также в программе приведены примеры заданий для контрольных работ, билеты для экзаменов, перечень основной и дополнительной литературы, доступной для обучающихся.

В целом, рабочая программа по дисциплине «Функциональный анализ» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и отвечает современным требованиям к качественному образовательному процессу. Данная рабочая программа может быть использована для обеспечения основной образовательной программы по специальности подготовки 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика» по дисциплине «Функциональный анализ».

Рецензент

доктор физико-математических наук, доцент,  
профессор кафедры математического  
моделирования ФГБОУ ВО КубГУ



Павлова А.В.