

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Иванов А.Г.

« 30 » 06 2017г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Б1.Б.09 Дискретные математические системы**

Направление подготовки/специальность 09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль) / специализация прикладная информатика в  
экономике

Программа подготовки академическая

Форма обучения выпускника очная  
Квалификация (степень) выпускника бакалавриат

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины ДИСКРЕТНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

Программу составил(и):

Костенко Константин Иванович, зав. каф., кфмн, доцент  
Лебедева Анастасия Павловна, преп.



Рабочая программа дисциплины Дискретные математические системы утверждена на заседании кафедры интеллектуальных информационных систем

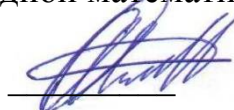
протокол № 8 «29» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Костенко К.И.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры прикладной математики протокол № 22 «29» июня 2017г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Уртенев М.А.-Х.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета Компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 4 «29» июня 2017г.

Председатель УМК факультета Малыхин К.В.



Рецензенты:

Синица Сергей Геннадьевич, заместитель директора, ООО «ИнитЛаб»

Малыхин Константин Владимирович, доц каф. прикладной математики КубГУ

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

### 1.1 Цель освоения дисциплины.

Целью изучения дисциплины «Дискретные математические системы» является знание основных дискретных моделей, применяемых в профессиональной деятельности соответствии с Федеральным Государственным образовательным стандартом высшего образования РФ и является одной из базовых дисциплин, изучаемых студентами специальности 09.03.03 «Прикладная информатика».

### 1.2 Задачи дисциплины.

Задачи изучения дисциплины состоят в приобретении навыков работы с языком математической логики, фундаментальными дискретными моделями, а также свойствами объектов дискретной природы. Существенное значение имеет изучение методов работы дискретными и комбинаторными объектами, получение навыков проектирования и использования дискретных объектов для задач обработки информации, логического анализа и принятия решений. Программа включает изучение семантических и статистических свойств дискретных объектов и систем.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Учебная дисциплина «Дискретные математические системы» относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана. Её содержание соответствует курсам математического и естественно научного циклов. Она включает формальные описания и необходимое теоретическое обоснования фундаментальных моделей и методов, используемых при изучении дисциплин программистского цикла, обеспечивая формирование общих представлений об основных логических моделях и методах, используемых в различных разделах современной математики и информатики. Программа составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки Прикладная информатика. Дисциплина использует результаты изложения учебного курса Дисциплина использует результаты изложения учебного курса Приложения теории графов. Результаты изучения применяются в изучении дисциплин Интеллектуальные информационные системы, Базы данных, Case – средства проектирования БД.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Процесс изучения дисциплины обеспечивает формирование компетенции ОПК-3 (способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности).

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-3	способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-	Определения основных дискретных моделей и их элементов; Базовые свойства	Составлять и анализировать теоретико-множественные выражения произвольной природы;	Методологии математического моделирования в прикладных

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	основных логических моделей и их элементов Простейшие схемы комбинаторного анализа и комбинаторного счета; Базовые свойства основных логических моделей и их элементов; Простейшие схемы логического вывода и доказательств; Основы логического анализа и алгебры логических выражений; Свойства отношений между элементами множеств и систем; Основы теории графов и теории решения оптимизационных задач на графах; Свойства и алгоритмы минимальных потоков для транспортных сетей; Способы представления важнейших	Определять свойства отношений между объектами и системами конкретных областей деятельности; Владеть навыками комбинаторного мышления и проектирования комбинаторных объектов; Конструировать комбинаторные объекты разной природы и подсчитывать их количество; Владеть основами методики построения переборных алгоритмов; Составлять и анализировать теоретико-множественные выражения произвольной природы; Определять свойства отношений между объектами и системами конкретных областей деятельности; Конструировать комбинаторные объекты разной природы и подсчитывать их	областях с использованием дискретных математических моделей; Элементами структурно-функционального мышления при решении задач формализации и алгоритмизации в конкретных областях деятельности; Навыками профессиональной работы с дискретными моделями разных типов, включающим и построения, анализ и применение моделей.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			классов дискретных объектов и систем в памяти ЭВМ	количество; Вычислять значения истинности логических выражений и функций. Выполнять поиск минимальных форм представления логических зависимостей; Формировать представление структур сложных комбинаторных объектов и систем с помощью графов и сетей; Решать простейшие задачи построения путей и циклов в графах;	

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зач.ед. (180 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		3			
<b>Контактная работа, в том числе:</b>					
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>64</b>	<b>64</b>			
Занятия лекционного типа	32	32	-	-	-
Лабораторные занятия	32	32	-	-	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)			-	-	-
	-	-	-	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	6			
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,3/0,2			

<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>					
<i>Курсовая работа</i>					
<i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>	20	20	-	-	-
<i>Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)</i>	20	20	-	-	-
<i>Реферат</i>			-	-	-
Подготовка к текущему контролю	24,8	24,8	-	-	-
<b>Контроль:</b>					
Подготовка к экзамену	44,7	44,7			
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>180</b>	<b>180</b>	-	-
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>70,5</b>	<b>70,5</b>		
	<b>зач. ед</b>	<b>5</b>	<b>5</b>		

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре (*очная форма*)

№ п/ п	Наименование раздела, темы	Итого акад.ч асов	Аудиторная работа			СР	Конт роль
			Все го	Лек ции	Лабора торные		
1.	Тема 1 Множества и отображения	10	2	1	1	4	4
2.	Тема 2 Элементарная логика	10	2	1	1	4	4
3.	Тема 3 Отношения	26	8	4	4	10	8
4.	Тема 4 Алгебра логики	44	20	10	10	16	8
5.	Тема 5 Системы Поста	6	2	1	1	2	2
6.	Тема 6 Комбинаторика	36,5	16	6	10	12	8,5
7.	Тема 7 Графы	35	12	8	4	15	8
8.	Тема 8 Сложность алгоритмов	6	2	1	1	1,8	2
	Всего по разделам дисциплины:	173,5	<b>64</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	64, 8	44,7
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5					
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6					
	<b>Итого по дисциплине:</b>	<b>180</b>	<b>72</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>64, 8</b>	<b>44,7</b>

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Множества и отображения	Множества. Представление множеств (именование, перечисление элементов, задание характеристического свойства, диаграммы Венна). Операции над множествами. Теоретико-множественные формулы и уравнения. Мощность множества. Конечные и счетные множества. Отображения. Обратные отображения. Высказывания и предикаты. Логические связки и кванторы. Формулы. Вложенность формул. Подформулы. Эквивалентность формул. Истинность и доказуемость. Правила вывода. Парадоксы.	<i>P, T</i> Контрольная работа. Промежуточная аттестация по предмету
2.	Элементарная логика	Высказывания и предикаты. Логические связки и кванторы. Формулы. Вложенность формул. Подформулы. Эквивалентность формул. Истинность и доказуемость. Правила вывода. Парадоксы	<i>P, T</i> Контрольная работа. Промежуточная аттестация по предмету
3.	Отношения	Представления отношений. Операции над отношениями. Свойства бинарных отношений. Отношения эквивалентности и порядка.	<i>P</i> , Контрольная работа. Промежуточная аттестация по предмету <i>T</i>
4.	Алгебра логики	Функции алгебры логики (ф.а.л.). Табличное задание. Существенность переменных. Распознавание существенных и удаление несущественных переменных. Элементарные функции. Формулы. Функции, представляемые формулами. Эквивалентность формул. Теорема о замене равных. Элементарные конъюнкции. Разложение функций по переменным. Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ). Геометрическая интерпретация ДНФ. Минимальная и сокращенная ДНФ. Построение сокращенных ДНФ.	<i>P, T</i> Контрольная работа. Промежуточная аттестация по предмету
5.	Комбинаторика	Комбинаторные объекты. Комбинаторные правила. Сочетания и размещения. Разбиения множеств на части. Формула включений – исключений.	<i>P, T</i> Контрольная работа. Промежуточная аттестация по предмету
6.	Системы Поста	Образцы. Применимость образцов. Теорема о	<i>P, T</i>

		применениях образцов. Продукции. Вывод в продукционной системе. Деревья вывода.	
7.	Графы	<p>Определение графа. Элементы графов и способы их задания. Геометрическое задание и изоморфизм графов. Критерий планарности. Пути и циклы в графах. Существование простых и элементарных путей. Критические пути в нагруженных графах. Построение кратчайших путей. Связность графов. Транзитивное замыкание графа и его вычисление. Деревья и их свойства. Обходы деревьев и их применение. Классификация циклов в графах. Циклы Эйлера и Гамильтона. Переборные алгоритмы построения циклов. Теорема Эйлера. Достаточное условие существования циклов Гамильтона. Суммы циклов и графов. Фундаментальное множество циклов. Построение фундаментальных множеств циклов. Хроматическое число графа. Теорема Кёнига. Критические графы. Свойства критических графов. Внутренне и внешне устойчивые множества вершин графа. Числа внутренней и внешней устойчивости. Ядра графа. Существование ядер неориентированных графов. Ядра ориентированных графов. Базы графов. Сети и их элементы. Транспортные сети. Потоки в сетях. Теорема о величине потока в сети. Полные потоки. Сечения сетей и их связь со значением максимального потока. Минимальные сечения. Переборные алгоритмы нахождения минимальных сечений. Величина потока в сети. Теорема о величине потока в сети. Построение максимальных и полных потоков. Существование максимальных потоков.</p>	<p><i>P, T</i> Контрольная работа. Промежуточная аттестация по предмету</p>
8.	Сложность алгоритмов	<p>Вычислительная сложность алгоритмов и задач. Классификация функций вычислительной сложности</p>	<p><i>P, T</i> Контрольная работа. Промежуточная аттестация по предмету</p>

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

*Занятия семинарского типа при изучении данной дисциплины не предусмотрены*

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	3	4
1.	Определение истинностных значений логических формул с	<i>Отчет по</i>



	кванторами. Выражение множеств с помощью диаграмм Венна и теоретико-множественных комбинаций; Определение истинностных значений логических формул с кванторами. Составление предикатных формул.	<i>лабораторной работе</i>
2.	Решение простейших комбинаторных задач с использованием сочетаний и размещений Изучение свойств отношений эквивалентности и порядка;	<i>Отчет по лабораторной работе</i>
3.	Решение задач на применение правила умножения. Правило подсчёта, учитывающего избыточность.	<i>Отчет по лабораторной работе</i>
4.	Решение комбинаторных задач разбиением на на конечное число случаев.	<i>Отчет по лабораторной работе</i>
5.	Решение задач на разбиение множества объектов на случаи с помощью дерева вариантов.	<i>Контрольная работа</i>
6.	Построение и анализ свойств отношений в различных областях деятельности; Нахождение свойств отношений на различных множествах.	<i>Отчет по лабораторной работе</i>
7.	Составление предикатных формул. Изучение свойств отношений на множестве;	<i>Отчет по лабораторной работе</i>
8.	Анализ отношений эквивалентности и порядка; сочетаний и размещений.	<i>Контрольная работа</i>
9.	Построение таблиц истинности для логических функций. Представление функций формулами	<i>Отчет по лабораторной работе</i>
10.	Доказательство эквивалентности формул; Построение разложений функций по переменным и СДНФ функций	<i>Отчет по лабораторной работе</i>
11.	Представление логических функций формулами над заданными системами функций алгебры логики; Построение минимальных ДНФ с помощью эквивалентных преобразований	<i>Отчет по лабораторной работе</i>
12.	Выражение множеств логических функций с помощью диаграмм Венна и теоретико-множественных комбинаций;	<i>Контрольная работа</i>
13.	Построение разложений функций по переменным и СДНФ функций; Представление логических функций формулами над заданными системами функций алгебры логики.	<i>Отчет по лабораторной работе</i>
14.	Построение разложений функций по переменным и СДНФ функций; Представление логических функций формулами над заданными	<i>Контрольная работа</i>

	системами функций алгебры логики;	
15.	Построение минимальных ДНФ с помощью эквивалентных преобразований; Представление логических функций формулами над заданными системами функций алгебры логики;	Отчет по лабораторной работе
16.	Построение и определение монотонных функций с заданными свойствами.	Отчет по лабораторной работе
17.	Графы. Представление. Изоморфизм. Планарность. Подсчёт числа изоморфных графов заданной структуры.	Отчет по лабораторной работе

В данном подразделе, приводится описание содержания дисциплины, структурированное по разделам, с указанием по каждому разделу формы текущего контроля: защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

#### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Написание курсовых работ при изучении данной дисциплины не предусмотрено

#### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Изучение теоретического материала	1. Костенко К.И. Элементы дискретной математики. Краснодар: КубГУ (базовый учебник. Версия 2015 г. Представлена в электронном виде в системе Moodle: <a href="http://moodle.kubsu.ru/">http://moodle.kubsu.ru/</a> ). 2. Шевелев Ю.П. Дискретная математика, Лань, 2008, 592 с. (представлена в электронной библиотеке КубГУ . <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&amp;p11_id=437">http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&amp;p11_id=437</a> ). 3. Копылов В.И. Курс дискретной математики. Лань, 2011, 208 с. (представлена в электронной библиотеке КубГУ. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&amp;p11_id=1798">http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&amp;p11_id=1798</a> ).
2	Решение задач лабораторных занятий	Сборник типовых задач лабораторных занятий по дискретной математике и математической логике, (Версия 2017 г. Представлена в электронном виде в системе Moodle: <a href="http://moodle.kubsu.ru/">http://moodle.kubsu.ru/</a> )

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,

– в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа,

– в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии.

Основная цель использования активных и интерактивных форм проведения учебных занятий в учебном процессе – формирование и развитие компетенций и профессиональных навыков обучающихся. Активные и интерактивные формы проведения занятий реализуются при подготовке по программам среднего профессионального образования и предполагают обучение в сотрудничестве. Все участники образовательного процесса (преподаватель и студенты) взаимодействуют друг с другом, обмениваются информацией, совместно решают проблемы, моделируют ситуации в атмосфере делового сотрудничества, оптимальной для выработки навыков и качеств будущего профессионала.

Преподавание дисциплины проводится с применением следующих видов образовательных технологий: работа в команде, проблемное обучение, контекстное обучение, обучение на основе опыта, конвергентно-когнитивное обучение, личностно-ориентированное индивидуальное обучение, синергетическое междисциплинарное обучение, опережающая самостоятельная работа.

Обучающиеся – инвалиды I, II групп и лица с ограниченными возможностями здоровья участвуют в учебных занятиях, выполнении учебных заданий, основанных на использовании активных и интерактивных форм проведения учебных занятий с учетом особенностей их психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья.

Семестр	Вид занятий	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
3	Л4	конвергентно-когнитивный анализ	2
3	Л6	конвергентно-когнитивный анализ	2
3	Л.12	синергетическое междисциплинарное обучение	2
3	Л11	синергетическое междисциплинарное обучение	2
3	Лаб. 1	опережающая самостоятельная работа	2
3	Лаб. 5	с запланированными ошибками	2
3	Лаб.7	конвергентно-когнитивный анализ	2
3	Лаб.12	мозговой штурм	2
<i>Итого</i>			16

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Критерии оценки приобретенных знаний для промежуточной аттестации и получения зачёта по изучаемому теоретическому материалу

**Отлично** – уверенное знание всех понятий, конструкций и утверждений, представленных в экзаменационных вопросах, способность к анализу и синтезу понятий и утверждений,

доказательство аналитических утверждений, умение решать теоретические задачи, связанные с изученным материалом;

**Хорошо** – знание всех понятий, конструкций и утверждений, представленных в экзаменационных вопросах, грамотное оформление определений и доказательств, навыки анализа и синтеза при решении теоретических задач.

**Удовлетворительно** – знание основных понятий, структур доказательств утверждений и теорем, полное доказательство отдельных утверждений, правильное использование математического языка для представления определений и формулировок результатов.

***Критерии получения итогового зачёта по предмету***

Итоговая оценка по предмету выставляется в случае получения верных ответов на основные и дополнительные вопросы. Также должны быть в целом решены предлагаемые качественные задачи. Ответ на вопрос в составе билета считается правильным если, если он включает верное определение всех необходимых понятий, точные формулировки основных результатов (аналитические утверждения), знаний структуры доказательств (обоснований), а также умение самостоятельного изложения доказательств. Критерии оценки ответа оценка на + (верный полный ответ) или +/- (в целом верный ответ, содержащий недостатки, которые были устранены в присутствии преподавателя). В остальных случаях (результат проверки – или -/+, а также +/-, если студент испытывает трудности с полным ответом с помощью преподавателя).

***Критерии промежуточной аттестации*** – оценивается решение контрольных задач, однотипных и близких по сложности с зачетными, с помощью четырёхбалльной системы + (верное и полное решение) или +/- (в целом верное решение, содержащее незначительные недостатки), -/+ (неполное решение или решение содержащее грубые ошибки, отдельные части которого можно использовать для решения задачи), - (неверное решение, не содержащее значимых фрагментов, ведущих к решению задачи).

**4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.**

Примеры типовых и специальных задач, упражнений и заданий также приведены в ФОС учебной дисциплины.

**При выполнении лабораторных работ предусмотрено изучения следующих вопросов**

- Выражение множеств с помощью диаграмм Венна и теоретико - множественных комбинаций;
- Определение истинностных значений логических формул с кванторами. Составление предикатных формул.
- Изучение свойств отношений на множестве;
- Построение и анализ отношений в различных областях деятельности;
- Изучение свойств отношений эквивалентности и порядка;
- Построение таблиц истинности для логических функций.
- Представление функций формулами;
- Доказательство эквивалентности формул;
- Построение разложений функций по переменным и СДНФ функций;
- Представление логических функций формулами над заданными системами функций алгебры логики;
- Построение минимальных ДНФ с помощью эквивалентных преобразований;
- Построение представлений монотонных функций;
- До определения монотонных функций;
- Определение истинностных значений логических формул с кванторами. Составление предикатных формул.
- Изучение свойств отношений на множестве;
- Построение и анализ отношений в различных областях деятельности;

- Анализ отношений эквивалентности и порядка;
- Построение таблиц истинности для логических функций.
- Представление функций формулами;
- Доказательство эквивалентности формул;
- Построение разложений функций по переменным и СДНФ функций;
- Представление логических функций формулами над заданными системами функций алгебры логики;
- Построение минимальных ДНФ с помощью эквивалентных преобразований;
  
- Выражение множеств с помощью диаграмм Венна и теоретико - множественных комбинаций;
- Решение задач на применение правила умножения;
- Решение задач с помощью правила сложения;
- Решение комбинаторных задач с использованием сочетаний и размещений;
- Представление графов в виде списков и таблиц;
- Построение транзитивных замыканий графов;
- Подсчет числа изоморфных и связных графов;
- Определение изоморфизма и планарности графов;

**В ходе выполнения индивидуальных заданий студентами предусмотрено дополнительное практическое освоение следующих тем учебного курса**

- Построение диаграмм перехода автоматов, вычисляющих заданные функции;
- Определение отличимых состояний и построение минимальных автоматов;
- Разработка диаграмм перехода автоматов, распознающих заданные множества слов;
- Построение описания множества слов, распознаваемых заданным автоматом;
- Рекурсивное определение заданных числовых функций;
- Построение систем Поста, в которых выводятся заданные множества слов;
- Построение деревьев вывода и выводов отдельных слов;
- Построение систем Поста, в которых вычисляются заданные числовые функции;
- Построение полных потоков в сетях;
- Нахождение максимальных потоков в сетях.

**Перечень примерных контрольных вопросов к промежуточным аттестациям и экзаменам по учебной дисциплине**

1. Комбинаторные правила.
2. Размещения.
3. Сочетания.
4. Разбиения множеств на части.
5. Формула включений – исключений.
6. Методы перебора. Переход с возвратом.
7. Способы задания графов. Изоморфизм графов.
8. Непланарность графов  $K_{33}$  и  $A_5$ .
9. Критерий планарности графов.
10. Пути и циклы в графах.
11. Транзитивное замыкание графов.
12. Деревья и их свойства.
13. Циклы Эйлера. Теорема Эйлера (необходимость).
14. Циклы Эйлера (достаточность).
15. Циклы Гамильтона. Переборный алгоритм.
16. Достаточное условие существования циклов Гамильтона.

17. Суммы графов.
18. Фундаментальное семейство циклов (построение).
19. Фундаментальное семейство циклов (доказательство фундаментальности)
20. Ядра графов.
21. Хроматическое число графов. Критерий 2-хроматичности.
22. Сложность алгоритмов.

#### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.**

Представлен в ФОС учебной дисциплины.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

в печатной форме увеличенным шрифтом,

в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

в печатной форме,

в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

в печатной форме,

в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

##### ***Критерии получения итогового экзамена по предмету***

Итоговая оценка по предмету выставляется в случае получения верных ответов на поставленные вопросы, а также в целом верного решения предложенных качественных задач. Ответ на вопрос в составе билета считается правильным если, если он включает верное определение всех необходимых понятий, точные формулировки основных результатов (аналитические утверждения), знаний структуры доказательств (обоснований), а также умение самостоятельного изложения доказательств. Критерии оценки ответа оценка на + (верный полный ответ) или +/- (в целом верный ответ, содержащий недостатки, которые были устранены в присутствии преподавателя). В остальных случаях

(результат проверки – или -/+, а также +/-, если студент испытывает трудности с полным ответом с помощью преподавателя).

##### **Перечень примерных контрольных заданий к промежуточным аттестациям по учебной дисциплине**

Список типовых заданий итоговой и промежуточной аттестации практических умений и навыков в I семестре. Итоговая оценка «зачтено» выставляется при условии успешного решения всех 10 типовых задач. Решение каждой задачи оценивается в баллах: 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1. Задача считается решенной, если она оценивается в не менее чем 0.75 баллов. Задачи, решение которых оценено в 0.5 балла можно до решать. Задачи с меньшей оценкой решаются заново в новой постановке.

### **Примерные задачи для промежуточного коллоквиума по предмету (I семестр) 1 вариант**

1. Сколько существует способов для трёх человек взять по 18 книг из книг 60 наименований, так что:
  - a. У первого человека по 2 книги 2-х видов, по 4 книги 3-х видов, по одной книге 2-х видов;
  - b. У второго человека по 1 книге 4-х видов первого человека, по 3 книги двух видов, которых нет у первого, и по 1 книге таких видов которых нет у первого.
  - c. У третьего человека по 2 книги 2-х видов первого но не второго человека, по 1 книге четырёх видов второго, но не первого человека и еще пяти видов, которых нет у первого и второго по 2 книги.
2. Имеются подарки 4 типов в количествах по 25 разных подарков каждого типа. Два человека берут подарки, так что у одного от 12 до 15 подарков, не менее, чем по два подарка каждого вида. У другого человека 18 подарков всех видов, не более чем по 9 подарков каждого вида.
3. Имеется 4 типа шаров по 9 шаров с номерами 1-9 в каждом типе. Три человека выбирают по 7 шаров, так что
  - a. ровно у двух человек 2 общих типа шаров;
  - b. ровно у двух человек 3 общих номера шаров
  - c. ровно у двух человек 1 общий номер шаров.

### **2 вариант**

1. Сколько существует способов для трёх человек взять по 18 книг из книг 80 наименований, так что:
  - a. У первого человека по 1 книге 3-х видов, по 3 книги 3-х видов, по две книги 3-х видов;
  - b. У второго человека по 1 книге 2-х видов первого человека, по 3 книги двух видов, которых нет у первого, и по 2 книги других видов которых нет у первого.
  - c. У третьего человека по 3 книги 2-х видов первого но не второго человека, по 1 книге четырёх видов книг второго, но не первого человека и еще четырёх видов, которых нет у первого и второго по 2 книги.
2. Имеются подарки 4 типов в количествах по 30 разных подарков каждого типа. Два человека берут подарки, так что у одного от 13 до 16 подарков, не менее, чем по два подарка каждого вида. У другого человека 17 подарков всех видов, не более чем по 9 подарков каждого вида.
3. Имеется 4 типа шаров по 9 шаров с номерами 1-9 в каждом типе. Три человека выбирают по 7 шаров, так что
  - d. ровно у двух человек 2 общих типа шаров;
  - e. ровно у двух человек 3 общих типа шаров
  - f. ровно у двух человек 2 общих номера шаров.

## Примеры типовых задач, предлагаемых для самостоятельного решения

### Тема Комбинаторика

#### Простые задачи на правило умножения.

1. Сколько существует способов сдать по 6 карт четырём игрокам из колоды в 36 карт?
2. Сколько существует способов для 4-х человек сдать по 6 карт каждому, так чтобы у каждого все карты были одной масти?
3. Сколько существует различных способов сдать по десять карт двум игрокам, если у первого игрока карты 2-х мастей по пять карт каждой масти, а у второго игрока карты двух других мастей в количествах 4 карты младшей масти и 6 карт старшей масти?
4. Сколько существует различных слов длины 10 в латинском алфавите, содержащих 5 разных букв по два раза?
5. Сколько существует способов распределить 16 разных книг среди 4-х человек, так чтобы каждый взял по четыре разных книги?
6. Сколько существует способов распределить 16 разных книг среди 4-х человек так, чтобы два человека взяли по 5 книг и два человека взяли по 3 книги?
7. Сколько существует способов распределить 12 поручений среди 6 человек, так чтобы каждому человеку досталось ровно 2 поручения и все поручения были распределены?
8. Сколько существует двоичных матриц размера  $n \times n$ , в которых в каждой строке и каждом столбце имеется ровно одна единица?
9. Сколько существует квадратных матриц размера  $n \times n$ , в которых строка с номером  $i$  содержит  $i$  нулей?
10. Сколько существует различных пар слов  $(\alpha, \beta)$ , таких что  $\alpha$  содержит 16 символов, из которых два символа встречаются по 3 раза, еще два символа встречаются по 5 раз. Слово  $\beta$  содержит 2 символа из  $\alpha$  по 4 раза и еще 6 символов (не из  $\alpha$ ) по одному разу?
11. Сколько существует способов распределить игрушки 16 видов (неограниченное число игрушек каждого вида) среди 7 человек, так чтобы 2 человека взяли по 3 разных игрушки, 2 человека взяли по 5 разных игрушек, 3 человека взяли по 7 разных игрушек?
12. Сколько существует способов раздачи по 10 карт двум игрокам, так чтобы карты первого были 2-х величин по 3 карты и еще 2-х величин по 2 карты, а карты второго игрока 2-х величин карт первого игрока по 2 карты каждой величины и еще трех величин по 2 карты каждой величины?
13. Сколько существует способов составить расписание занятий из 18 пар, по 3 пары в день, так чтобы в расписании было 3 пары математики, 4 пары – экономики, 5 пар – информатики, 2 пары – истории и 4 пары статистики?
14. Среди 24 человек распределяются 8 разных поручений так, что каждое поручение выполняют 2 человека. Сколько возможно комбинаций?
15. Среди 40 человек распределяются 8 разных поручений, так что 2 поручения выполняют по 3 человека, 3 поручения выполняют по 2 человека и 3 поручения выполняют по 4 человека. Сколько существует комбинаций, в которых каждый человек выполняет не более одного поручения и когда каждый человек выполняет любое число поручений?
16. В последовательно проводимых 5 соревнованиях по одному виду спорта приняло участие 60 человек. Сколько существует способов определения последовательности троек призёров?
17. Сколько существует троек слов  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , длины 16, таких что в  $\alpha$  две буквы встречаются по 3 раза и ещё пять букв встречаются по 2 раза; в  $\beta$  две буквы из  $\alpha$  встречаются по 4 раза и ещё 4 новые буквы – по 2 раза, в  $\gamma$  встречаются 2 буквы из



$\alpha$  и не из  $\beta$  по 2 раза, 1 буква из  $\beta$  и не из  $\alpha$  встречается 7 раз, а остальные 5 букв встречаются только в  $\gamma$  по одному разу?

#### **Простые задачи на разбиение множества объектов на части**

1. Сколько существует способов составления слова длины 12, составленного с использованием 5 разных букв?
2. Сколько существует способов распределения 40 разных книг среди 4 человек, так, чтобы каждый взял от 8 до 12 книг и все книги были розданы?
3. Сколько существует способов распределения 60 сотрудников по трем отделам, так чтобы в каждом оказалось не менее 16 человек?
4. Сколько существует способов выбора 16 разных книг, если имеются книги 20 видов по 20 разных наименований каждого вида, так чтобы в выборке содержали книги ровно 5 видов?
5. Сколько существует способов выбора 8 поручений, если имеются 25 поручений типа I, 25 поручений типа II, 30 поручений типа III и 30 поручений типа IV, так чтобы в выборке были представлены поручения всех четырех типов?
6. Сколько существует способов распределения 16 документов по 5 нумерованным папкам, так чтобы в каждой папке было не более 2 или не менее 5 документов?
7. Сколько существует способов раздачи 12 карт игроку (из колоды в 36 карт), так, чтобы они были трех разных мастей?
8. Сколько существует способов раздачи 10 карт игроку из колоды в 36 карт, так чтобы они были 6 разных величин?
9. Сколько существует способов записи слова из 16 букв, так чтобы в нем содержалось 5 разных букв?
10. Сколько существует способов составления слова из 20 букв, так чтобы в нем было поровну вхождений гласных и согласных букв, и имелось 5 разных согласных и 4 разных гласных буквы ?

#### **Простые задачи на последовательное многократное разбиение множеств на части**

1. Сколько существует способов для двух человек взять по 8 игрушек всех четырех видов, если имеется 15 наименований игрушек первого вида, 18 наименований игрушек второго вида, 20 наименований игрушек третьего вида, 25 наименований игрушек четвертого вида, так чтобы они не имели общих игрушек?
2. Имеются игрушки 6 видов по 10 разных игрушек каждого вида. Сколько существует способов для 2-х человек взять по 7 игрушек, так чтобы у них были игрушки 3-х общих видов?
3. Имеется 4 класса документов по 12 документов в каждом классе. Сколько существует способов для трех человек взять по 6 документов, так чтобы у них были документы из трех общих классов?
4. Два игрока расставляют на шахматной доске по 8 пешек. Сколько существует способов расстановки, при которых ровно в четырех столбцах будут размещены пешки обоих игроков?
5. Сколько существует способов для шести человек взять по 4 документа разных видов, если существует 8 видов документов, по 2 (3, 4) разных документа каждого вида?
6. Сколько существует способов раздать по 8 карт двум игрокам так, чтобы у них было 3 общих величины карт?
7. Сколько существует способов составить тройку слов длины 9, каждые два из которых содержат ровно 4 общих буквы?
8. Сколько существует способов для трёх человек выбрать по 6 разных подарков из 40 видов подарков, так чтобы у двух из них было 2 общих вида подарков и еще у двух было 3 общих вида подарков?
9. Сколько существует способов составить программу соревнований по 6 видам спорта, проводимых в течение 6 дней, так что каждый день последовательно

проводятся соревнования по трём разным видам спорта и по двум видам соревнований проводятся в течение 2 дней, по двум видам – в течение 3 дней и ещё по двум видам – в течение 4 дней?

10.

### **Примеры типовых задач, предлагаемых для самостоятельного решения**

#### **Тема Графы**

Определить, сколько существует:

1. различных деревьев с вершинами  $a_1, \dots, a_6$ ;
2. неизоморфных деревьев с 7 вершинами, которые не содержат вершин степени больше 3;
3. неизоморфных деревьев с 8 и 9 вершинами.
4. деревьев с 9 вершинами, не содержащих элементарных путей длины больше 5.
5. Сколько существует неориентированных связных графов с 6 вершинами и 10 ребрами?
6. Сколько существует неизоморфных связных графов без петель с 12 вершинами и 18 рёбрами, содержащими 2 четырёхугольника?
7. Сколько существует неизоморфных графов с 4 вершинами и 5 ребрами?
8. Сколько существует неизоморфных графов с 5 вершинами и 7 ребрами, которые не содержат вершин степени больше 3?
9. Сколько существует неизоморфных связных графов с 9 вершинами и 14 ребрами без вершин степени 4?
10. Сколько существует непланарных неизоморфных графов с:
  - a. 6 вершинами и 10 ребрами?
  - b. 9 вершинами и 12 ребрами, не имеющих петель?
  - c. 10 вершинами и 16 рёбрами, без соседних вершин степени 5?
  - d. 9 вершинами и 18 рёбрами без полных подграфов с 4 вершинами?

#### **Перечень примерных контрольных вопросов к промежуточным аттестациям и экзаменам по учебной дисциплине**

23. Мощность множеств.
24. Отображения. Обратные отображения.
25. Отношения. Представление и операции над отношениями.
26. Свойства бинарных отношений на множестве.
27. Отношения эквивалентности.
28. Отношения порядка.
29. Ф.А.Л. Существенность переменных.
30. Формулы. Эквивалентность формул.
31. Теорема о замене равных. Соотношения эквивалентности.
32. Разложение фал по переменным.
33. Минимальные ДНФ.
34. Геометрическая интерпретация минимальных ДНФ
35. Максимальные конъюнкции и их свойства.
36. Эквивалентные преобразования ДНФ.
37. Полные системы функций. Теорема редукции.
38. Класс М.
39. Лемма о немонотонной функции.
40. Образцы и их применения.
41. Продукции и выводы.
42. Множества выводимых слов и их свойства.
43. Вычислимость в системах Поста.

#### **Содержание примерных контрольных работ и заданий к промежуточной аттестации**

##### **Тема 1. Элементы теории множеств**

1. Нарисовать диаграмму Венна для четырех множеств и изобразить на ней множества:

- $(A \setminus ((B \cup (C \setminus D)) \cap ((A \cup C) \setminus D))) \cup ((A \cap B) \setminus (C \setminus D));$
- $(A \setminus (B \cup (C \cap D))) \setminus ((A \cup C) \cap D);$
- $((A \setminus B) \cup (C \cup (D \cap A))) \cup (A \cup (C \setminus B));$
- $(D \setminus (B \cup C)) \cap (C \setminus D);$
- $((B \cup C) \cap D) \setminus ((D \cap A \cap C) \cup (B \setminus A));$
- $(A \cup B \cup C \cup D) \setminus (A \cup ((C \cap D) \setminus (B \cap C \cap D))).$

2. Доказать тождества:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C);$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$
- $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C);$
- $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C);$
- $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B);$
- $A \cap B = (A \cup B) \setminus ((A \setminus B) \cup (B \setminus A));$

3. Определить, в каких случаях верны равенства:

- $A \setminus (B \setminus C) = A \setminus (C \setminus B);$
- $(A \cup B) \setminus C = (A \cup C) \setminus B;$
- $C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B);$
- $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B);$
- $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C);$
- $A \times ((A \setminus C) \cup B) = (A \times C) \cup ((B \cap C) \times C);$
- $A \times (C \cup B) = (B \times A) \cup (C \times (B \setminus C));$

4. Доказать счетность следующих множеств, показав равномощность множеству натуральных чисел:

- множества конечных подмножеств счетного множества  $A$ ;
- множества рациональных чисел;
- точек на плоскости, имеющих рациональные координаты;
- треугольников на плоскости с вершинами, имеющими целочисленные координаты;
- конечных последовательностей символов латинского алфавита.

## Тема 2: Логические операции и кванторы.

1. Указать свободные и связанные вхождения переменных в следующих формулах, составленных из предикатов:

- $\forall y (A(x, z) \vee \exists z (A(x, z) \& B(y))) \rightarrow \exists x (B(x) \& A(x, y));$
- $\exists x (C(x) \& A(x, y)) \rightarrow \forall y P(y, z);$
- $\exists x ((A(x) \vee B(x)) \& (\forall z D(z, y) \rightarrow \exists x C(x, y)));$
- $\exists x (A(x, y) \rightarrow B(x, y)) \& \forall z (C(x) \& A(x, z)).$

2. Для каких натуральных значений переменных  $x_1$  и  $x_2$  предикат является истинным?

- |  |   |
|--|---|
| a) $\exists x_3 (x_1 < x_3 \& x_2 < x_3);$                     | g) $\forall x_3 \forall x_4 (x_1 < x_3 \& x_2 < x_4);$                |
| b) $\forall x_3 (x_1 < x_3 \rightarrow x_2 \leq x_3);$         | h) $\forall x_3 \forall x_4 (x_1 \leq x_3 \rightarrow x_2 \leq x_4);$ |
| c) $\exists x_3 (x_1 < x_3 \& x_2 \leq x_3);$                  | i) $\exists x_3 \exists x_4 (x_1 \leq x_3 \vee x_2 \leq x_4);$        |
| d) $\forall x_3 \exists x_4 (x_4 > x_2 \vee x_3 < x_1);$       | j) $\forall x_3 \forall x_4 (x_1 > x_3 \& x_2 > x_4);$                |
| e) $\forall x_3 \forall x_4 (x_1 \leq x_3 \vee x_2 \leq x_4);$ | f) $\forall x_3 (x_1 \leq x_3 \vee x_3 \leq x_2)$                     |
| g) $\forall x_3 \exists x_4 (x_1 > x_3 \& x_2 > x_4);$         | h) $\exists x_3 \forall x_4 (x_1 > x_3 \& x_2 > x_4);$                |

3. Записать следующие предложения в виде выражений, выделив для этого первичные (базовые) предикаты, используя логические связки и кванторы:

- При нагревании давление газа в замкнутом сосуде нарастает.
- Все дети любят мороженое.
- Некоторые люди не любят рисковать.

- D. Существуют приборы, позволяющие видеть в темноте.  
 E. Все присутствующие на встрече уверены в выгодности заключенного контракта.  
 3. Записать следующие определения с помощью свойств и бинарных предикатов, логических связок и кванторов, например:

“ Ротор — это вращающаяся часть машины “ можно записать в виде

$$P(x) \Leftrightarrow \text{вращается}(x) \ \& \ \exists y(\text{часть}(x, y) \ \& \ \text{машина}(y))$$

A. Инвестиции — это затраты денежных средств, направленные на поддержание и расширение капитала.

B. Рефрижератор — это транспортное средство, содержащее холодильную установку, в которой перевозится груз.

C. Вексель — это составленное по установленной законом форме безусловное письменное долговое обязательство, выданное векселедателем векселедержателю.

D. Плавление — это процесс перехода вещества из твердого состояния в жидкое.

E. Акция — это ценная бумага, выпускаемая АО, которая удостоверяет право на долю в уставном капитале акционерного общества.

F. Тепловоз — это машина, перемещающаяся по рельсам, приводимая в движение с помощью двигателя внутреннего сгорания;

G. Встречаются люди, знающие несколько языков;

H. В Лондоне живет только один человек, который может решить эту задачу.

### Тема 3: Отношения

1. Определить свойства следующих отношений на множестве  $\mathbf{N}$ :

- $\{(x, y) \mid |x - y| = 10\}$ ;
- $\{(x, y) \mid |x + y| \geq 4\}$ ;
- $\{(x, y) \mid (x - 2y) < 10\}$ ;
- $\{(x, y) \mid x > y^2\}$ ;
- $\{(x, y) \mid |x - y| < 8\}$ ;
- $\{(x, y) \mid x^2 - y^2 > 9\}$ ;
- $\{(x, y) \mid x^y \geq y^x\}$ ;
- $\{(x, y) \mid x \text{ является четной степенью числа } y\}$ ;
- $\{(x, y) \mid \text{десятичные записи } x \text{ и } y \text{ не содержат общих цифр}\}$ ;
- $\{(x, y) \mid \text{длина десятичной записи } x \text{ больше длины записи } y\}$ ;
- $\{(x, y) \mid x \text{ и } y \text{ имеют совпадающие множества простых делителей}\}$ ;
- $\{(x, y) \mid x \text{ и } y \text{ имеют не менее } k \text{ общих простых делителей}\}$ ;
- $\{(x, y) \mid x \text{ и } y \text{ имеют не более } k \text{ общих делителей}\}$ ;
- $\{(x, y) \mid \text{всякая цифра десятичной записи } x \text{ больше соответствующей цифры записи } y\}$ ;
- $\{(x, y) \mid \text{сумма цифр десятичной записи } x \text{ не превосходит удвоенную сумму цифр десятичной записи } y\}$ .

2. Определить свойства следующих отношений между функциями на множестве вещественных чисел:

- $\{(f, g) \mid f(x) > g(x)\}$ ;
- $\{(f, g) \mid |f(x) - g(x)| < 10\}$ ;
- $\{(f, g) \mid f(x)g(x) > 1\}$ ;
- $\{(f, g) \mid f(x)g(x) < 0\}$ ;
- $\{(f, g) \mid f(x) + g(x) \geq 0\}$ ;
- $\{(f, g) \mid fg(x) < 0\}$ .
- $\{(f, g) \mid (f(x) / g(x)) > 2\}$ ;
- $\{(f, g) \mid \max(f(x), g(x)) > 0\}$ .

3. Доказать, что следующие отношения являются отношениями эквивалентности на множестве натуральных чисел. Определить для них число классов эквивалентности и количество элементов в каждом таком классе:

- $x \sim y \Leftrightarrow x = y \pmod{k}, k \in \mathbf{N}$ ;
- $x \sim y \Leftrightarrow \text{количества разных цифр в десятичных записях чисел } x \text{ и } y \text{ совпадают}$ ;
- $x \sim y \Leftrightarrow \text{суммы цифр двоичных записей } x \text{ и } y \text{ равны}$ ;

- d)  $x \text{ р } y \Leftrightarrow$  для  $x$  и  $y$  совпадают максимальные простые делители;
- e)  $x \text{ р } y \Leftrightarrow$  число нулей в десятичной записи  $x$  равно числу нулей в десятичной записи  $y$ ;
- f)  $x \text{ р } y \Leftrightarrow$  совпадают максимальные показатели степеней простых чисел, на которые нацело делятся  $x$  и  $y$ ;
- g)  $x \text{ р } y \Leftrightarrow$  числа  $x$  и  $y$  имеют равное число разных простых делителей.

4.8. Показать, что следующие отношения являются отношениями эквивалентности на множестве слов в латинском алфавите. Определить число и мощности классов эквивалентности:

- a)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  множества разных букв в записях  $\alpha$  и  $\beta$  совпадают;
- b)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  совпадают слова, получающиеся из  $\alpha$  и  $\beta$  после удаления первых вхождений каждой буквы в них;
- c)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  совпадают слова, получаемые из  $\alpha$  и  $\beta$  после удаления всех четных вхождений всякой буквы в них;
- d)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  совпадают количества вхождений наиболее часто встречающихся букв в  $\alpha$  и  $\beta$ ;
- e)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  совпадают слова, получаемые из  $\alpha$  и  $\beta$  удалением всех непервых вхождений всякой буквы в них;
- f)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  слова, получающиеся из  $\alpha$  и  $\beta$  после удаления всех непервых и непоследних вхождений всякой буквы в них, совпадают;
- g)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  для слов  $\alpha$  и  $\beta$  равны максимумы расстояний между вхождениями в каждое из этих слов пар одинаковых символов;
- h)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  для  $\alpha$  и  $\beta$ ; совпадают множества букв, повторяющихся в этих словах более двух раз;
- i)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow \alpha$  и  $\beta$  совпадают с точностью до вхождений гласных букв;
- j)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  количества разных гласных и согласных букв в  $\alpha$  и  $\beta$  равны;
- k)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  слова, получаемые из  $\alpha$  и  $\beta$  удалением всех групп из более чем одной рядом стоящих одинаковых букв, совпадают;
- l)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  совпадают слова, получаемые из  $\alpha$  и  $\beta$  удалением всех символов, в которых нарушается монотонный (по нестрогую возрастанию букв) порядок следования букв.
- m)  $\alpha \text{ р } \beta \Leftrightarrow$  число букв в  $\alpha$  которым предшествует четное число отличных от них букв равно числу букв в  $\beta$ , которым предшествует четное число отличных от них букв

#### Тема 4 : Алгебра логики

1. Найти число наборов, на которых заданная функция принимает значение, равное 1.

- a)  $x_1 + x_2 + \dots + x_n$ ;
- b)  $x_1 \sim (x_2 \sim (\dots (x_n \sim x_n) \dots))$ ;
- c)  $x_1 \& x_2 \vee x_2 \& x_3 \vee \dots \vee x_{n-1} \& x_n$ ;
- d)  $(\dots (x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow \dots) \rightarrow x_n$ ;
- e)  $x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n$ ;
- f)  $x_1 \mid x_2 \dots \mid x_n$ .
- a)  $x_1 \& x_2 \vee x_2 \& x_3 \vee \dots \vee x_{n-1} \& x_n \vee x_n \& x_1$ ;
- b)  $x_1 x_2 + \dots + x_{n-1} x_n$ ;
- c)  $(x_1 \mid x_2) + \dots + (x_{n-1} \mid x_n)$ .

2. Построить разложение следующих функций по  $r$  переменным:

- a)  $\overline{(x_1 \rightarrow (x_2 \vee x_3 \& \overline{x_1 \vee x_4}))}$ ,  $r = 2$ ;
- b)  $x_1 \rightarrow \overline{(x_2 \rightarrow x_3)}$ ,  $r = 1$ ;

- c)  $x_1 + x_1 + x_1 + x_1 + 1, r = 3;$
- d)  $(\overline{x_1} \vee x_2) \rightarrow (x_3 \& \overline{x_4} \vee x_2), r = 2;$
- e)  $(00010011), r = 1;$
- f)  $(0011011100111001), r = 3.$

3. Построить минимальные д.н.ф. следующих функций, применяя правила преобразования к сокращенной д.н.ф.:

- a)  $x_1 \rightarrow (\overline{x_2} \rightarrow x_3);$
- b)  $\overline{x_1} \rightarrow (x_2 \rightarrow (x_3 \rightarrow x_4));$
- c)  $x_1 + (x_2 \rightarrow (x_3 \vee \overline{x_1}));$
- d)  $x_1 \vee (x_2 \rightarrow (x_3 + x_1));$
- e)  $x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow (x_4 \rightarrow (\overline{x_3 \rightarrow x_2})));$
- f)  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4.$
- g)  $((x_1 + x_2) \rightarrow (x_1 \vee x_3)) \rightarrow x_4$

### Тема 5 : Системы Поста

Построить продукционные системы, в которых выводятся следующие множества слов в алфавите  $\{0, 1, S\}$ :

- a) двоичных кодов деревьев;
- b) симметричных слов;
- c) слов, в которых никакие два соседних символа не являются одинаковыми;
- d) пар двоичных слов  $(\alpha, \beta)$ , таких что  $\beta$  является обращением  $\alpha$  (т. е.  $\beta = \alpha^{-1}$ );
- e) пар слов, в которых первое слово произвольное, а второе получается из первого удалением всех нулей;
- f) пар слов  $(\alpha, \beta)$ , содержащих поровну единиц;
- g) пар слов  $(\alpha, \beta)$ , содержащих поровну и нулей и единиц;
- h) пар слов  $(\alpha, \beta)$ , таких что число единиц в  $\alpha$  больше числа единиц в  $\beta$ ;
- i)  $\{(\alpha, \beta) \mid \alpha \text{ произвольное, а } \beta \text{ получается из сжатием всякой группы подряд идущих одинаковых символов в один такой символ}\};$
- j) пар слов  $(\alpha, \beta)$ , таких что  $\alpha$  — произвольное, а  $\beta$  получается из  $\alpha$  удвоением всякого нуля и сжатием всякой последовательности подряд идущих единиц в одну единицу;
- k)  $\{(\alpha, \beta) \mid \alpha \text{ получается из } \beta \text{ сжатием всякой последовательности подряд идущих нулей в один ноль, а } \beta \text{ получается из } \alpha \text{ сжатием всякой группы подряд идущих единиц в одну единицу}\};$
- l)  $\{(\alpha, \beta) \mid \alpha \text{ произвольное, а } \beta \text{ составлено из нечетных по порядку групп единиц разделенных нулями}\};$
- m)  $\{(\alpha, \beta, \gamma) \mid \alpha \text{ произвольное, а } \beta \text{ и } \gamma \text{ составлены соответственно из четных и нечетных по порядку групп нулей в } \alpha, \text{ разделенных единицами}\};$
- n) монотонных слева направо слов в алфавите  $\{0, 1\}$ ;
- o) немонотонных слева направо слов в алфавите  $\{0, 1\}$ .

**Типовые зачётные задания по учебному курсу дискретные математические системы**

#### 1. Свойства отношения эквивалентности на множестве слов в латинском алфавите

*(доказать, что отношение является эквивалентностью, определить число и мощности классов эквивалентных слов (конечные или бесконечные))*

- a.  $\alpha r \beta \Leftrightarrow$  для  $\alpha$  и  $\beta$  совпадают множества букв, повторяющихся в этих словах более двух раз.
  - b.  $\alpha r \beta \Leftrightarrow \alpha$  и  $\beta$  совпадают с точностью до вхождений гласных букв
  - c.  $\alpha r \beta \Leftrightarrow$  совпадают слова, получаемые из  $\alpha$  и  $\beta$  удалением всех символов, в которых нарушается монотонный (по нестрогому возрастанию) порядок следования букв
- 2. Свойства отношений между функциями на множестве вещественных чисел.**

- a.  $f \rho g \Leftrightarrow \exists k_1, k_2 > 0 \forall x (f(x+k_1) g(x-k_2) > 0)$   
 b.  $f \rho g \Leftrightarrow \exists k > 0 \forall x (f(x+k) > g(x-k))$ .
3. Построение минимальной ДНФ функции алгебры логики с помощью эквивалентных преобразований  
 $f(x, y, z, v) = ((v \rightarrow z) + (y \vee x)) \mid (y \& v)$
4. Подсчет числа монотонных функций алгебры логики, удовлетворяющих заданным условиям  
 a.  $f(x, y, z, v)$  таких, что  $f(0, 1, 1, 0) = 0$  и  $f(1, 1, 1, 0) = 1$   
 b.  $f(x, y, z, v)$  таких, что  $f(0, 1, 0, 0) = 0$  и  $f(1, 1, 0, 0) = 1$
5. Представление отдельных функций алгебры логики с помощью формул над заданными множествами функций.  
 a.  $f(x, y, z) = (x \rightarrow z) + (y \vee x)$  через функции  $f_1 = 10001101$  и  $f_2 = 00010000$   
 b.  $f = x_1 + x_2 + x_3$  через функции семейства  $\mathbf{B} = \{x_1 \rightarrow (x_2 + x_3)\}$   
 c.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_2 \rightarrow x_1) + (\overline{x_3} \vee x_4)$  с помощью функций  $f_1 = 10101111$  и  $f_2 = 01010000$

## 5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

### 5.1 Основная литература:

1. Дехтярь, М.И. Основы дискретной математики / М.И. Дехтярь. - 2-е изд., испр. - Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. - 184 с. : граф. - (Основы информационных технологий). [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428981>
2. Судоплатов, С.В. Дискретная математика : учебник / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. - 4-е изд. - Новосибирск : НГТУ, 2012. - 278 с. - (Учебники НГТУ). - ISBN 978-5-7782-1815-4 [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=135675>
3. Копылов, В.И. Курс дискретной математики [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 208 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/1798>.

### 5.2 Дополнительная литература:

1. Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 400 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/220> .
2. Глухов, М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.М. Глухов, О.А. Козлитин, В.А. Шапошников, А.Б. Шишков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 112 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/112>
- 3 Кожухов, С.Ф. Сборник задач по дискретной математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / С.Ф. Кожухов, П.И. Совертков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 324 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93769> .
4. Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2157>.
5. Мальцев, И.А. Дискретная математика [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/638> .

### 5.3. Периодические издания:

Использование газет и журналов не предусмотрено

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

1. Российское образование, федеральный портал [Официальный сайт] — URL: <http://www.edu.ru>
2. <http://ru.wikipedia.org/wiki/%C4%E8%F1%EA%F0%E5%F2%ED%E0%FF%EC%E0%F2%E5%EC%E0%F2%E8%EA%E0>
3. [http://www.matburo.ru/st\\_subject.php?p=dm](http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=dm)
4. <http://www.allmath.ru/higheralgebra.htm>
5. <http://www.allmath.ru/higheralgebra.htm>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).**

1. Дискретная математика и математическая логика. Лабораторный курс (представлен в электронной образовательной среде университета на платформе Moodle: <http://moodle.kubsu.ru/> ).

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, развивающих навыки логико-математического, комбинаторного, онтологического, гносеологического мышления, моделирования когнитивных целей, операций и процессов.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по изучению дисциплины (модуля) обеспечивающего формирование устойчивой привычки правильного мышления. Самостоятельная работа студентов контролируется в форме предусмотренных учебным и индивидуальным планом, графиком проведения лабораторных занятий, контрольных и самостоятельных работ. 3 контрольных работы в 1 семестре по основным разделам курса (онтология, комбинаторика, алгебра логики, 4 контрольных работы во 2 семестре по основным разделам курса (графы, автоматы, рекурсивные функции, системы Поста).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным дополнительным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

По всем изучаемым темам студентам предоставляется раздаточный материал, обеспечивающий информационную поддержку теоретического и практического курсов. По изучаемой дисциплине подготовлено обзорное изложение основных разделов, предназначенное для ознакомления перед сдачей выпускного экзамена ГЭК.

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

- Проверка индивидуальных заданий и консультирование посредством электронной почты
- использование электронных презентаций при проведении лекционных и лабораторных занятий

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**



1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет

**8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)
2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU RU ( <https://elibrary.ru/defaultx.asp> )
3. База информационных потребностей КубГУ (БИП) ( <https://infoneeds.kubsu.ru/infoneeds/> )

**8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)
2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU
3. База информационных потребностей КубГУ (БИП)

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа - аудитория 131, А305.
2.	Лабораторные занятия	Лаборатория, укомплектованная специализированной мебелью, доской, мелом, маркером. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа - аудитория 133? 147,100С.
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа - аудитория 133.
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа - аудитория 131, 305а,307а.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета аудитория 102а.