

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования –  
первый проректор

Иванов А.Г.

« 29 »

2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.Б.23 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ С ЭЛЕМЕНТАМИ**  
**МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ**

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем  
Профиль «Технология программирования»

Программа подготовки Академическая

Форма обучения Очная

Квалификация выпускника Бакалавр

Краснодар 2015

Рабочая программа дисциплины Теория вероятностей с элементами математической статистики составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Программу составил:

Халафян А.А. профессор кафедры  
прикладной математики, доктор тех. наук, доцент



подпись

Рабочая программа дисциплины Теория вероятностей с элементами математической статистики утверждена на заседании кафедры прикладной математики,

протокол № 10 07 апреля 2015 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Уртенов М. Х.



подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информационных интеллектуальных систем, протокол № 5 15 апреля 2015 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Костенко К.И.



подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета Компьютерных технологий и прикладной математики,  
протокол № 5 29 апреля 2015 г.

Председатель УМК факультета Малыхин К. В.



подпись

Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна

Доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор. Почетный работник высшего профессионального образования РФ. Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО «КубГТУ»

Марков Виталий Николаевич

Доктор технических наук. Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСиИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ»

## Оглавление

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....	4
1.1    Цели изучения дисциплины .....	4
Цели определены государственным образовательным стандартом высшего образования и соотнесены с общими целями ООП ВО по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика», в рамках которой преподается дисциплина.....	4
1.2 Задачи дисциплины:.....	4
1.3. Место учебной дисциплины в структуре ООП ВО .....	4
1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	4
2. Структура и содержание дисциплины.....	4
2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ .....	5
2.2 Структура учебной дисциплины.....	5
2.3 Содержание разделов дисциплины:.....	6
2.3.1 Занятия лекционного типа.....	7
2.3.2 Семинарские занятия – не предусмотрены.....	8
2.3.3 Лабораторные занятия.....	8
2.3.4 Курсовые работы – не предусмотрены .....	9
2.4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающегося по дисциплине .....	9
3. Образовательные технологии .....	9
4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.....	10
4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации .....	17
5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	20
5.1 Основная литература:.....	20
5.2    Дополнительная литература:.....	20
6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	20
7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины .....	20
8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости) .....	21
8.1 Образовательные технологии .....	21
8.2 Перечень необходимого программного обеспечения .....	21
8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем .....	21
9. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины .....	21

# **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

## **1.1 Цели изучения дисциплины**

Цели определены государственным образовательным стандартом высшего образования и соотнесены с общими целями ООП ВО по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика», в рамках которой преподается дисциплина.

**Целью** освоения учебной дисциплины ««Теория вероятностей с элементами математической статистики»» является развитие профессиональных компетентностей решения вероятностных и статистических задач; овладение методами теории вероятностей и математической статистики как инструментом статистического анализа и прогнозирования явлений окружающего нас мира.

## **1.2 Задачи дисциплины:**

- выработать у студентов навыки понимания закономерностей, которые возникают в процессах, содержащих случайные величины;
- научить сопоставлять реальным физическим ситуациям их вероятностные математические модели;
- привить навыки использования вероятностно-статистических моделей для изучения реальных ситуаций и предсказания исходов явлений на основе подходящей меры неопределенности.

## **1.3. Место учебной дисциплины в структуре ООП ВО**

Дисциплина «Теория вероятностей с элементами математической статистики» относится к дисциплинам базовой части Блока 1 Дисциплины (модули).

Данная дисциплина (Теория вероятностей с элементами математической статистики) тесно связана с дисциплинами: «Теория функции вещественной переменной», «Алгебра и теория чисел».

Материал курса предназначен для использования в дисциплинах, связанных с количественным анализом реальных явлений, имеющих вероятностную природу, например, таких как, «Системы имитационного моделирования», «Теория игр и исследование операций» и др.

В совокупности изучение этой дисциплины готовит обучаемых как к различным видам практической деятельности, так и к научно-теоретической, исследовательской деятельности в области математического обеспечения информационных систем.

## **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения курса «Теория вероятностей с элементами математической статистики»:

ОПК-1	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
Знать	– как решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
Уметь	– решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением

	информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
Владеть	– решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зач.ед. (144 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (*для студентов ОФО*).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		4	—	—	—
<b>Контактная работа, в том числе:</b>					
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>68</b>	<b>68</b>			
Занятия лекционного типа	34	34	-	-	-
Лабораторные занятия	34	34	-	-	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)			-	-	-
	-	-	-	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4			
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,5			
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>					
<i>Курсовая работа</i>	-	-	-	-	-
<i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>	26,8	27	-	-	-
<i>Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)</i>			-	-	-
<i>Реферат</i>			-	-	-
Подготовка к текущему контролю			-	-	-
<b>Контроль:</b>					
Подготовка к экзамену	44,7	44,7			
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>144</b>	<b>144</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>72,5</b>	<b>72,5</b>		
	<b>зач. ед</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		

### 2.2 Структура учебной дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре

№ n/n	Наименование раздела, темы	Количество часов					
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа	
			Л	ПЗ	ЛР		
1	2	3	4	5	6	7	
1.	Классическое определение вероятности	6	2		2	2	

2.	Аксиоматическое построение теории вероятностей	6	2		2	2
3.	Случайные величины	6	2		2	2
4.	Распределение дискретных случайных величин	6	2		2	2
5.	Распределение непрерывных случайных величин	6	2		2	2
6.	Основные непрерывные распределения	6	2		2	2
7.	Функция от случайной величины	6	2		2	2
8.	Математическое ожидание. Дисперсия случайной величины	6	2		2	2
9.	Характеристики взаимосвязи случайных величин	6	2		2	2
10.	Закон больших чисел. Предельные теоремы теории вероятностей	6	2		2	2
11	Основные понятия математической статистики	6	2		2	2
12.	Выборочные средние и дисперсии	6	2		2	2
13.	Оценка параметров генеральной совокупности	6	2		2	2
14.	Точечные оценки параметров	4,8	2		2	0,8
15.	Гипотезы о равенстве средних, дисперсий	4	2		2	
16.	Гипотеза о соответствии законов распределения	4	2		2	
17.	Элементы регрессионного анализа. Множественный корреляционный анализ	4	2		2	
<b>Итого:</b>		<b>94,8</b>	<b>34</b>		<b>34</b>	

**Контроль самостоятельной работы (КСР) – 4, самостоятельная работа – 26,8, подготовка к экзамену – 44,7, ИКР – 0,5: 94,8+4+44,7+0,5=144**

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия

### 2.3 Содержание разделов дисциплины:

№	Наименование раздела	Форма текущего контроля <i>(по неделям семестра)</i>
1	2	4
1	Дискретные и непрерывные распределения	1. Устный опрос в конце лекции 2. Контрольная работа
2	Числовые характеристики случайных величин	1. Устный опрос в конце лекции 2. Контрольная работа

3	Математическая статистика	1. Устный опрос в конце лекции 2. Контрольная работа
---	---------------------------	---

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля <i>(по неделям семестра)</i>
			1
1	Дискретные и непрерывные распределения	Тема 1. Классическое определение вероятности. Тема 2. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Тема 3. Случайные величины. Тема 4. Распределение дискретных случайных величин. Тема 5. Распределение непрерывных случайных величин Тема 6. Основные непрерывные распределения. Тема 7. Функция от случайной величины.	Контрольная работа
2	Числовые характеристики случайных величин	Тема 1. Математическое ожидание. Дисперсия случайной величины Тема 8. Характеристики взаимосвязи случайных величин. Тема 9. Закон больших чисел. Пределевые теоремы теории вероятностей.	Контрольная работа
3	Математическая статистика	Тема 10 Основные понятия математической статистики. Тема 11. Выборочные средние и дисперсии. Тема 12. Оценка параметров генеральной совокупности. Тема 13. Точечные оценки параметров. Тема 14. Гипотезы о равенстве средних,	Проверка выполнения домашнего задания

		дисперсий Тема 15. Гипотеза о соответствии законов распределения Тема 16. Элементы регрессионного анализа Тема 17. Множественный корреляционный анализ	
--	--	---	--

### 2.3.2 Семинарские занятия – не предусмотрены

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля <i>(по неделям семестра)</i>
			1
1	Дискретные и непрерывные распределения	Тема 1. Классическое определение вероятности. Тема 2. Случайные величины. Тема 3. Распределение дискретных случайных величин. Тема 4. Распределение непрерывных случайных величин Тема 5. Основные непрерывные распределения. Тема 6. Функция от случайной величины. Тема 7. Сумма двух случайных величин	Проверка домашнего задания Контрольная работа
2	Числовые характеристики случайных величин	Тема 8. Математическое ожидание Тема 9. Дисперсия случайной величины Тема 10. Многомерные случайные величины Тема 11. Характеристики взаимосвязи случайных величин. Тема 12. Предельные теоремы теории вероятностей.	Проверка домашнего задания Контрольная работа
3	Математическая статистика	Тема 13. Выборочные средние и дисперсии. Тема 14. Оценка параметров генеральной совокупности.	Проверка домашнего задания Контрольная работа

		Тема 15. Точечные оценки параметров. Тема 16. Гипотезы о равенстве средних, дисперсий. Гипотеза о соответствии законов распределения Тема 17. Обзор пройденного материала и прием зачета.	
--	--	---	--

### 2.3.4 Курсовые работы – не предусмотрены

### 2.4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающегося по дисциплине

Целью самостоятельной работы студента является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

№	Вид самостоятельной работы	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы, подготовка к семинарским занятиям	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г.
2	Подготовка к лабораторным занятиям	Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г.
3	Подготовка к решению задач и тестов	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г.
4	Подготовка докладов	Методические указания для подготовки эссе, рефератов, курсовых работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г.
5	Подготовка к решению расчетно-графических заданий (РГЗ)	Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г.
6	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 7.04.2015 г.

### **3. Образовательные технологии**

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

**Лекции** представляют собой систематические обзоры теории вероятностей и математической статистики с подачей материала в виде презентаций.

**Лабораторное занятие** позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в учебных аудиториях, при этом практикуется работа в группах. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

#### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.**

Текущий контроль знаний студентов представляет собой:

- выполнение домашних заданий;
- выполнение самостоятельной работы;
- проведение контрольных работ.

**Пример вопросов для семинаров, коллоквиумов, собеседования.**

**Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством:** ОПК-1.

**По теме:** Классическое определение вероятности.

**Контрольные вопросы:**

1. Как определяется вероятность при классическом определении?
2. Что такое сочетания?
3. Что такое размещения?
4. Что такое перестановки?
5. Как определяется вероятность попадания точки на отрезок прямой?
6. Как определяется вероятность попадания точки в фигуру на

**По теме:** Аксиоматическое определение вероятности

**Контрольные вопросы:**

1. Как формулируется теорема сложения вероятностей?
2. Как формулируется теорема умножения вероятностей?
3. Как определяется условная вероятность?
4. Аксиомы теории вероятностей
5. Как записывается формула полной вероятности, в чем ее смысл?
6. Что такое условная вероятность, гипотеза?
7. Что представляет собой формула Байеса, ее связь с условной вероятностью и формулой полной вероятности?
8. Что означают понятия априорная вероятность, апостериорная вероятность.

**По теме:** Случайные величины.

**Контрольные вопросы:**

1. Что представляет собой формула Байеса, ее связь с условной вероятностью и формулой полной вероятности?

1. Что означают понятия априорная вероятность, апостериорная вероятность.

2. Что такое функция распределения

**По теме:** Дискретные распределения

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое схема испытаний Бернулли, какой вид имеет формула Бернулли?

2. Сформулировать теорему Пуассона, в каких случаях она нужна?

3. Сформулировать локальную и интегральную теоремы Муавра-Лапласа, в каких случаях целесообразно их применение?

4. Что называется дискретной случайной величиной?

5. Что такое ряд распределения дискретной случайной величины, как он связан с законом распределения дискретной случайной величины?

6. Какая дискретная случайная величина называется равномерной, имеющей распределения Бернулли, Пуассона, гипергеометрическое, геометрическое, биномиальное?

**По теме:** Распределение непрерывных случайных величин.

**Контрольные вопросы:**

1. Что называется непрерывной случайной величиной?

2. Дать определение плотности распределения, функции распределения.

**По теме:** Основные непрерывные распределения.

1. Какой вид имеет плотность равномерного, нормального, экспоненциального распределений.

**По теме:** Функция от случайной величины.

**Контрольные вопросы:**

1. Сформулировать теорему о плотности функции от случайной величины.

2. Каковы условия применимости этой теоремы?

**По теме:** Сумма двух случайных величин.

**Контрольные вопросы:**

1. Сформулировать теорему свертки для непрерывных и дискретных случайных величин..

**По теме:** Математическое ожидание.

**Контрольные вопросы:**

1. Дать определение математического ожидания.

2. Чему равно математическое ожидание основных дискретных распределений (равномерного, биномиального, пуссоновского и др.).

3. Чему равно математическое ожидание основных непрерывных распределений (равномерного, экспоненциального, нормального и др.)

**По теме:** Дисперсия случайной величины.

**Контрольные вопросы:**

1. Что называется дисперсией случайной величины?

2. Какие существуют альтернативные формулы вычисления дисперсии?

3. Чему равны дисперсии основных дискретных и непрерывных законов распределения?

**По теме:** Многомерные случайные величины.

**Контрольные вопросы:**

1. Дать определение плотности распределения многомерной случайной величины.
2. Дать определение функции распределения многомерной случайной величины.

**По теме:** Закон больших чисел.

**Контрольные вопросы:**

1. Сформулировать неравенство Маркова.
2. Сформулировать неравенство Чебышева. Какие задачи можно решать посредством этих неравенств?
3. Сформулировать закон больших чисел, какой вид приобретает этот закон для одинаково распределенных случайных величин?

**По теме:** Основные понятия математической статистики.

**Контрольные вопросы:**

1. Дать определение вариационного ряда, гистограммы, полигона, эмпирической, функции распределения.

**По теме:** Выборочные средние и дисперсии.

1. Что такое выборочная средняя, медиана, мода?
2. Что такое выборочная дисперсия?

**По теме:** Оценка параметров генеральной совокупности.

1. Метод моментов.

**По теме:** Точечные оценки параметров

1. Метод наибольшего правдоподобия вычисления параметров распределений.
- Интервальные оценки.

**По теме:** Гипотезы о равенстве средних, дисперсий

**Контрольные вопросы:**

1. Сформулировать статистические гипотезы равенства средних, дисперсий.
2. Сформулировать статистическую гипотезу соответствия закона распределения нормальному закону.

**По теме:** Гипотеза о соответствии законов распределения

**Контрольные вопросы:**

1. Сформулировать статистическую гипотезу соответствия закона распределенияциальному закону.

**По теме:** Множественный корреляционный анализ

Индивидуальные задания

**По теме:** Множественный регрессионный анализ

Индивидуальные задания

Форма проведения – письменный опрос.

Длительность опроса – 60 минут.

**Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется за: умение извлекать основную, полную и необходимую информацию из пройденного на лекционных занятиях материала, умение читать и понимать тексты по специальности

- оценка «не засчитано» выставляется за: отсутствие навыков изучающего, просмотрового и поискового чтения, неумение оперировать профессионально-ориентированной литературы, отсутствие понимания пройденного материала.

### Примерный вариант контрольных работ

*Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством: ОПК-1.*

#### Контрольная работа 1 (примерные варианты задач)

**Тема. Классическое определение вероятности**

**Задача 1.** Найти вероятность что, что дни рождения 5 человек придется на разные месяцы года.

**Задача 2.** В столе 12 дефектных и 5 годных плат. Извлекаются наудачу 2 платы и если надо ремонтируются и возвращаются в стол. После этого вновь наудачу извлекаются 2 платы. Определить вероятность того, что одна плата дефектная.

**Задача 3.** Слово составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность того, что карточки вынимаются в порядке следования букв заданного слова «СТАТИСТИКА».

**Задача 4.** Точка М случайным образом бросается в квадрат  $K = \{(x, y) : |x| + |y| \leq a\}$ . Найти вероятность того, что квадрат с центром в точке М и сторонами длины b,  $b < a$ , параллельными осям координат, целиком содержится в квадрате K.

**Задача 5.** Из числа авиалиний некоторого аэропорта, 60% - местные, 30% - по СНГ и 10% - дальнее зарубежье. Среди пассажиров местных авиалиний 50% путешествуют по делам, на линиях СНГ таких пассажиров 60%, на международных - 90%. Из прибывших пассажиров выбирается один. Чему равна вероятность, что он прибыл из СНГ по делам.

#### Контрольная работа 2 (примерные варианты задач)

**Тема. Случайная величина**

**Задача 1.** Производятся выстрелы по мишени. Вероятность попадания 0,8. Стрельба ведется до 1-го попадания, но не более 4-х выстрелов. Найти закон распределения,  $MX$ ,  $DX$  числа произведенных выстрелов.

**Задача 2.** Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X

$$p(x) = \begin{cases} Ae^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Найти A,  $MX$ ,  $DX$

**Задача 3.** В первой урне 40 белых и 8 черных шаров. Во второй 10 белых и 2 черных шара. Из первой урны во вторую переложили 35 шаров, затем из второй урны извлекли шар. Определить вероятность того, что этот шар белый.

**Задача 4.** X – случайная величина, равномерно распределенная на  $[a, b]$ . Y – площадь квадрата со стороной X. Найти плотность Y.

**Задача 5.** Вероятность того, что акции, переданные на депозит, будут востребованы, равна 0,08. Оценить при помощи неравенства Чебышева вероятность того,

что среди 1000 клиентов от 70 до 90 востребуют свои акции.

**Задача 6.** Отделение банка обслуживает в среднем 200 клиентов в день. Оценить вероятность того, что в произвольно взятый день в банке будет обслужено не более 300 клиентов, более 150 клиентов.

Максимальное количество баллов, которое студенты могут получить за правильное решение задач на контрольной работе, составляет 5 баллов.

### **Вопросы по темам лабораторных занятий**

**Лабораторное занятие 1.** Классическое определение вероятности.

**Контрольные вопросы:**

9. Как формулируется теорема сложения вероятностей?
10. Как формулируется теорема умножения вероятностей?
11. Как определяется условная вероятность?
12. Аксиомы теории вероятностей
13. Как записывается формула полной вероятности, в чем ее смысл?
14. Что такое условная вероятность, гипотеза?
15. Что представляет собой формула Байеса, ее связь с условной вероятностью и формулой полной вероятности?
16. Что означают понятия априорная вероятность, апостериорная вероятность.

В аудитории [1]: 46, 48, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 71, 81, 83, 90, 92, 94, 96.

В аудитории [2]: 1.41, 1.45, 1.48, 1.50

На дом: 1.52, 1.54, 1.55, 1.56, 1.58.

**Лабораторное занятие 2.** Случайные величины.

**Контрольные вопросы:**

2. Что представляет собой формула Байеса, ее связь с условной вероятностью и формулой полной вероятности?

3. Что означают понятия априорная вероятность, апостериорная вероятность.

4. Что такое функция распределения

В аудитории [1]: 98, 100, 102, 104, 106; [2]: 1.34, 1.35, 1.36.

На дом: 97, 99, 101, 103, 105; [2]: 1.53, 1.54, 1.72, 1.75.

**Лабораторное занятие 3.** Дискретные распределения

**Контрольные вопросы:**

7. Что такое схема испытаний Бернулли, какой вид имеет формула Бернулли?

8. Сформулировать теорему Пуассона, в каких случаях она нужна?

9. Сформулировать локальную и интегральную теоремы Муавра-Лапласа, в каких случаях целесообразно их применение?

10. Что называется дискретной случайной величиной?

11. Что такое ряд распределения дискретной случайной величины, как он связан с законом распределения дискретной случайной величины?

12. Какая дискретная случайная величина называется равномерной, имеющей распределения Бернулли, Пуассона, гипергеометрическое, геометрическое, биномиальное?

В аудитории [1]: 110, 112, 114, 116, 118, 119, 120, 122, 124, 125, 127, 129, 131, 132, 134, 135, 136, 141, 143, 144, 145, 147, 152.

[2]: 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.24.

На дом: 111, 113, 115, 117, 121, 123, 126, 128, 133, 137, 138, 140, 142, 146, 148, 151, 153, 156 ;

[2]: 2.13, 2.14, 2.15, 2.16, 2.20, 2.22.

#### **Лабораторное занятие 4. Распределение непрерывных случайных величин.**

##### **Контрольные вопросы:**

3. Что называется непрерывной случайной величиной?

4. Дать определение плотности распределения, функции распределения.

В аудитории [1]: 262, 264, 266, 268.

На дом: 263, 265, 267, 269, 271.

#### **Лабораторное занятие 5. Основные непрерывные распределения.**

2. Какой вид имеет плотность равномерного, нормального, экспоненциального распределений.

В аудитории [1]: 270, 272, 308, 310.

На дом: 273, 274, 307, 309, 311, 312.

#### **Лабораторное занятие 6. Функция от случайной величины.**

##### **Контрольные вопросы:**

3. Сформулировать теорему о плотности функции от случайной величины.

4. Каковы условия применимости этой теоремы?

В аудитории [1]: 373, 375, 377, 379, 381, 382, 383, 386, 388.

На дом: 374, 376, 378, 380, 384, 385, 387, 390, 391.

#### **Лабораторное занятие 7. Сумма двух случайных величин.**

##### **Контрольные вопросы:**

2. Сформулировать теорему свертки для непрерывных и дискретных случайных величин..

В аудитории [1]: 400, 402, 404, 405, 406

На дом: 401, 403, 407.

#### **Лабораторное занятие 8. Математическое ожидание.**

##### **Контрольные вопросы:**

4. Дать определение математического ожидания.

5. Чему равно математическое ожидание основных дискретных распределений (равномерного, биномиального, пуассоновского и др.).

6. Чему равно математическое ожидание основных непрерывных распределений (равномерного, экспоненциального, нормального и др.)

В аудитории [1]: 190, 192, 194, 196, 197, 199, 201, 202, 275, 277, 280, 282, 284, 286

На дом: 191, 193, 195, 198, 200, 203, 204, 205, 276, 278, 279, 281, 287, 288, 289.

#### **Лабораторное занятие 9. Дисперсия случайной величины.**

##### **Контрольные вопросы:**

4. Что называется дисперсией случайной величины?

5. Какие существуют альтернативные формулы вычисления дисперсии?

6. Чему равны дисперсии основных дискретных и непрерывных законов распределения?

В аудитории [1]: 208, 210, 212, 215, 218, 292, 294, 295, 297, 299, 300, 315, 317, 326, 329, 335, 342.

На дом: 209, 211, 213, 214, 216, 217, 293, 296, 298, 316, 319, 320, 324, 325, 327, 330, 333, 336, 341.

**Лабораторное занятие 10.** Многомерные случайные величины.

**Контрольные вопросы:**

1. Дать определение плотности распределения многомерной случайной величины.

2. Дать определение функции распределения многомерной случайной величины.

В аудитории [1]: 408, 410, 412, 414, 416, 418, 421, 424, 426.

На дом: 409, 411, 413, 415, 417, 420, 425, 427.

**Лабораторное занятие 11.** Закон больших чисел.

**Контрольные вопросы:**

4. Сформулировать неравенство Маркова.

5. Сформулировать неравенство Чебышева. Какие задачи можно решать посредством этих неравенств?

6. Сформулировать закон больших чисел, какой вид приобретает этот закон для одинаково распределенных случайных величин?

В аудитории [1]: 236, 238, 240, 241, 243, 245, 247, 250; [2]: 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7, 6.8.

На дом: 237, 239, 242, 244, 246, 248, 249, 251; [2]: 6.9, 6.10, 6.11, 6.12, 6.13, 6.16, 6.17, 6.18.

**Лабораторное занятие 12.** Основные понятия математической статистики.

**Контрольные вопросы:**

2. Дать определение вариационного ряда, гистограммы, полигона, эмпирической, функции распределения.

В аудитории [1]: 439, 441, 444(а), 445(а), 446, 447(а)

На дом: 442(а), 444(б), 445(б), 447(б).

**Лабораторное занятие 13.** Выборочные средние и дисперсии.

3. Что такое выборочная средняя, медиана, moda?

4. Что такое выборочная дисперсия?

В аудитории [1]: 450, 452, 454, 458, 460, 462, 465, 471, 473, 475, 483, 484

На дом: 451, 455, 456, 459, 461, 464, 472, 474, 476, 477, 478, 479, 481, 482, 485, 486.

**Лабораторное занятие 14.** Оценка параметров генеральной совокупности.

2. Метод моментов.

В аудитории [1]: 450, 452, 454, 458, 460, 462, 465, 471, 473, 475, 483, 484

На дом: 451, 455, 456, 459, 461, 464, 472, 474, 476, 477, 478, 479, 481, 482, 485, 486.

**Лабораторное занятие 15.** Точечные оценки параметров

2. Метод наибольшего правдоподобия вычисления параметров распределений.  
Интервальные оценки.

В аудитории [1]: 489, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 501, 503, 505, 511, 512.

На дом: 490, 497, 498, 499, 500, 502, 504, 506, 507, 509.

**Лабораторное занятие 16.** Гипотезы о равенстве средних, дисперсий

**Контрольные вопросы:**

3. Сформулировать статистические гипотезы равенства средних, дисперсий.

4. Сформулировать статистическую гипотезу соответствия закона распределения нормальному закону.

5. В аудитории [1]: 554, 556, 558(а), 561, 568, 570, 574, 634, 635, 637

На дом: 555, 557, 558(б), 562, 569, 575, 636, 638.

**Лабораторное занятие 17.** Гипотеза о соответствии законов распределения

**Контрольные вопросы:**

2. Сформулировать статистическую гипотезу соответствия закона распределения нормальному закону.

В аудитории [1]: 634, 635, 637

На дом: 636, 638.

**4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации**

*Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством: ОПК-1.*

Промежуточный контроль осуществляется в конце семестра в форме зачета и экзамена.

**Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену**

1. Классическое определение вероятности. Теорема сложения. Формула условной вероятности.
2. Аксиомы теории вероятностей. Формула умножения вероятностей. Аксиома непрерывности.
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
5. Случайные величины. Свойства функции распределения.
6. Дискретные распределения случайных величин. Равномерное, гипергеометрическое, геометрическое.
7. Распределение Пуассона, биномиальное. Теорема Пуассона.
8. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
9. Непрерывная случайная величина. Свойства непрерывного распределения.
10. Равномерное, экспоненциальное распределение.
11. Нормальное распределение.
12. Функция распределения многомерной случайной величины
13. Плотность вероятностей двумерной случайной величины, свойства.
14. Теорема о плотности функции случайной величины.
15. Формула свертки. Плотность суммы двух нормальных случайных величин.
16. Распределение Пирсона, Стьюдента, Фишера.
17. Математическое ожидание равномерного, экспоненциального нормального распределений.
18. Математическое ожидание Пуассоновского распределения, распределения Бернулли.
19. Характеристики вариации случайной величины. Свойства дисперсии.
20. Дисперсия биномиального распределения, нормального распределения.
21. Дисперсия равномерного, экспоненциального, Пуассоновского распределений.
22. Моменты случайных величин. Теорема о центральных моментах нечетного порядка.
23. Коэффициент асимметрии случайных величин, эксцесс случайной величины.
24. Ковариация случайной величины. Свойства ковариации.
25. Теорема о ковариационной матрице линейного преобразования
26. Следствия из теоремы о ковариационной матрице линейного преобразования
27. Коэффициент корреляции.
28. Неравенства Маркова. Чебышева.
29. Закон больших чисел.
30. Центральная предельная теорема.
31. Вариационный ряд. Полигон, гистограмма.

32. Средние величины. Показатели вариации.
33. Оценка параметров распределения. Теорема о среднем арифметическом.
34. Оценка параметров распределения. Теорема о выборочной дисперсии.
35. Метод моментов.
36. Метод наибольшего правдоподобия.
37. Проверка статистических гипотез. Уровень значимости критерия.
38. Выбор критической области.
39. Проверка гипотезы о равенстве средних, дисперсий.
40. Проверка гипотезы о соответствии закона распределения нормальному.
41. Множественный регрессионный анализ.
42. Множественный корреляционный анализ

### **Критерии выставления оценок.**

Оценка «отлично»:

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;
- точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;
- безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин;
- творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «хорошо»:

- достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;
- умение ориентироваться в основном теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;
- использование научной терминологии, лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- владение инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «удовлетворительно»:

- достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;

- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;
- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;
- умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи;
- работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;
- достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «неудовлетворительно»:

- фрагментарные знания по дисциплине;
- отказ от ответа (выполнения письменной работы);
- знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;
- неумение использовать научную терминологию;
- наличие грубых ошибок;
- низкий уровень культуры исполнения заданий;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающих студентов.

Зачеты по лабораторным занятиям проставляются на основе работы студентов на лабораторных занятиях, при успешном написании контрольных работ, а также путем их опросов. Возможно получения зачетов студентами, без опроса, если активно участвовали в занятиях.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1 Основная литература:**

1. Гмурман, Владимир Ефимович. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учебное пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд. перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2011. - 404 с. : ил. - (Основы науки) (Учебное пособие). - ISBN 9785991612661. - ISBN 9785969211803 : 296.23. : 50.00. (30 экз)
2. Гмурман, Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебное пособие для бакалавров : учебное пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва : Юрайт, 2014. - 479 с. : ил. - (Бакалавр. Базовый курс). - ISBN 9785991634618 : 160.00. (15 экз.)
3. Халафян, А. А. (КубГУ). Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : тексты лекций / А. А. Халафян ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [Изд-во КубГУ], 2008. - 107 с. - Библиогр.: с. 106. - ISBN 9785820906169 : (30 экз)
4. Туганбаев, А.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.А. Туганбаев, В.Г. Крупин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/652>. — Загл. с экрана.
5. Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. - 2-е изд. - Москва : Дашков и К°, 2016. - 472 с. - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249>.

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Свешников, А.А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Свешников ; под ред. Свешникова А.А.. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5711>. — Загл. с экрана.
2. Гнedenko B.B. Курс теории вероятностей. – М.: МГУ, 2007 (40 экз.)

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

[www.statlab.kubsu.ru](http://www.statlab.kubsu.ru)

<http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm>

[https://e.lanbook.com/book/652#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/652#book_name)

<http://ru.wikipedia.org>

<http://window.edu.ru/window/catalog>

<http://www.exponenta.ru>

## **7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятиями теории вероятностей и освоиться в решении практических задач.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине «Теория вероятностей с элементами математической статистики».

Целью самостоятельной работы бакалавра является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим

лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу, зачету и экзамену, согласно вопросам к экзамену.

Указания по оформлению работ:

- работа на лабораторных занятиях и конспекты лекций могут выполняться на отдельных листах либо непосредственно в рабочей тетради;
- оформление индивидуальных заданий желательно на отдельных листах.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1 Образовательные технологии**

1. Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
2. Использование мультимедийных презентаций при чтении лекций.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения**

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.

### **8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем**

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)
2. Электронная библиотека КубГУ <http://212.192.128.113/MarcWeb/Work.asp?ValueDB=41&DisplayDB=Электронный>
3. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» (<http://www.biblioclub.ru>)
4. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)

## **9. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины**

В качестве материально-технического обеспечения дисциплины используются - проекционное оборудование (цифровой проектор, экран, ноутбук, интерактивная доска).

Для проведения занятий используются аудитории с учебной мебелью (столы, стулья), соответствующей количеству студентов и позволяющей осуществлять упражнения по моделированию компьютерные классы.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и
---	-----------	--

		оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО): А305, А307.
2.	Лабораторные занятия	Аудитория, оснащенная учебной мебелью (столы, стулья), соответствующей количеству студентов: 133, 148, 150, 100С.
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория А305, А307.
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория А305, А307.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета: 105/1.