

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по научной работе  
и инновациям, профессор  
\_\_\_\_\_ М. Г. Барышев  
27» «апреля» 2018 г.



### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.ОД.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ  
(кандидатский экзамен)**

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Профиль: 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Форма обучения: очная

Квалификация (степень): Исследователь. Преподаватель-Исследователь

Краснодар 2018

Рабочая программа дисциплины «Вещественный, комплексный и функциональный анализ (кандидатский экзамен)» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, профиль: Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Руководитель ООП,  
составитель программы,



Е.А. Щербаков

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры теории функций  
от 10.04.2018 г., протокол № 7.

Декан факультета математики и компьютерных наук



Грушевский С.П.

Зав. кафедрой теории функций



В.А. Лазарев

Зав. отделом аспирантуры



Е.В. Строганова

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины.**

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

Подготовка аспирантов к сдаче кандидатского экзамена по специальности 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Рабочая программа дисциплины разработана на основании примерных программ кандидатских экзаменов, утвержденных Министерством образования и науки Российской Федерации – программы – минимума кандидатского экзамена по специальности 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ, разработанной экспертным советом Высшей аттестационной комиссии по математике и механике при участии Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

### **1.2 Задачи дисциплины.**

Формирование у аспиранта знаний действительного анализа, комплексного анализа, функционального анализа.

### **1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «Вещественный, комплексный и функциональный анализ (кандидатский экзамен по специальности)» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана.

Программа рассчитана на аспирантов, прослушавших курсы «Современные вопросы теории функций», «Уравнения гидродинамического типа».

Знания, полученные в этом курсе, необходимы для изучения дисциплины «Геометрическая теория меры и её приложения», проведения научно-исследовательской работы и успешной сдачи государственной итоговой аттестации.

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных и общепрофессиональных компетенций: ПК- 1, ОПК-1. Для того чтобы формирование общепрофессиональной компетенции ОПК-1 было возможно, обучающийся, приступивший к освоению программы аспирантуры, должен знать содержание основных разделов высшей математики и современные физические концепции, уметь выбрать подход к исследованию задачи, обосновать выбор методов, грамотно использовать математические методы и прикладные пакеты, владеть навыками выбора методов и средств решения задач исследования, математическим аппаратом и информационными технологиями для выполнения вычислительных экспериментов, статистической обработки и графической интерпретации результатов. Для того чтобы формирование компетенции ПК-1 было возможно, обучающийся, приступивший к освоению программы аспирантуры, должен знать основные понятия и методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, математического анализа, функционального анализа; уравнений в частных производных, теоретической механики, уметь работать с численными методами и основными пакетами прикладных программ, владеть математическим аппаратом и информационными технологиями для выполнения вычислительных экспериментов, статистической обработки и графической интерпретации результатов, навыками выбора методов и средств решения задач исследования.

№ п.п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ПК-1	способность к системному мышлению и грамотному использованию основных принципов, концепций и методов вещественного, комплексного и функционального анализа	основные понятия и гипотезы для предметной области и исследуемых моделей <b>Шифр: З (ПК-1)-1</b>	ориентироваться в современных методах и подходах, применяемых для изучения рассматриваемых процессов и явлений, грамотно использовать и развивать математическую теорию и физико-математические модели, лежащие в их основе <b>Шифр: У (ПК-1)-1</b>	навыками применения классических и современных методов анализа математических моделей формализованных материальных объектов и процессов <b>Шифр: В (ПК-1)-1</b>
2.	ОПК-1	способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	состояние вопроса в исследуемой области, нерешенные актуальные задачи и перспективные способы их решения. <b>Шифр: З (ОПК-1) - 3</b>	производить поиск нового актуализированного материала по теме научного исследования, применять экспериментальные и расчетно-теоретические методы исследования <b>Шифр: У (ОПК-1) – 2</b>	самостоятельно навыками поиска (в том числе с использованием информационных систем и баз данных) и критического анализа информации по теме исследования <b>Шифр: В (ОПК-1) -2</b>

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице  
(для студентов ОФО).

Вид учебной работы		Всего часов	Курс (часы)
			3
<b>Контактная работа, в том числе:</b>			
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>		<b>44</b>	<b>44</b>
Занятия лекционного типа		18	18
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		8	8
Лабораторные занятия		18	18
<b>Самостоятельная работа, в том числе</b>		<b>32</b>	<b>32</b>
Отработка навыков решения практических задач		8	8
Изучение теоретического материала		12	12
Подготовка к текущему контролю		12	12
<b>Контроль</b>		<b>32</b>	<b>32</b>
Подготовка к экзамену		32	32
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>час.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>44</b>	<b>44</b>
	<b>зач. ед.</b>	<b>3</b>	<b>3</b>

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые на 3 курсе(очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Действительный анализ	24	6	2	6	10
2.	Комплексный анализ	26	6	4	6	10
3.	Функциональный анализ	26	6	2	6	12
	<i>Итого по дисциплине:</i>		18	8	18	32

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Действительный анализ	Меры и измеримые функции. Теоремы Лузина и Егорова. Интегралы и предельные теоремы. Дифференцирование мер Радона, теорема Лебега о разложении мер. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов. Мера Хаусдорфа и её свойства. Размерность Хаусдорфа. Фракталы, их локальная структура, операции над ними. Теорема о дифференцируемости Липшицевых функций. Теорема Степанова. Формулы площади и коплощади. Спряжляемые потоки. Теорема о разрешимости задачи Плато	Устный опрос
2.	Комплексный анализ	Теорема Римана об отображениях плоских областей. Функция Вейерштрасса и её свойства, поле эллиптических функций. Теорема сложения для $P$ – функции Вейерштрасса, геометрическая и аналитические формы. Эллиптические интегралы. Описание модулярной группы $SL(2, Z)$ . Модулярные формы. Теорема об изоморфизме кольца полиномов от двух переменных и алгебры модулярных форм. Универсальные накрытия многообразий. Глобальное многообразие ростков аналитических функций. Теорема об аналитическом продолжении ростка аналитической функции. Теорема об алгебраических функциях, определяемых полиномом над полем мероморфных функций, заданных на римановой поверхности. Теорема о классификации римановых поверхностей. Группы накрывающих преобразований. Структура компактной римановой поверхности. Компактные римановы поверхности и алгебраические кривые. Билинейные соотношения Римана для периодов голоморфных функционалов. Теорема Римана-Роха. $\Theta$ – функции, решение задачи обращения Якоби. Функции Бейкера – Ахиезера и уравнения КдФ и КП. Собственно разрывные группы, их предельные точки. Классификация граничных точек фундаментальной области группы, порождающие преобразования группы. Фуксовы и клейновы группы. Квазиконформные деформации группы. Вариационные формулы для квазиконформных отображений. Вариации отмеченной римановой поверхности. Теорема Тейхмюллера. Пространство Тейхмюллера. Теорема о вложении пространств Тейхмюллера. Интегральные операторы И.И. Векуа, их свойства. Теоремы существования $K$ – квазиконформных отображений.	Устный опрос

		<p>Теоремы П.Н. Белинского об искажениях. Вариационные формулы Голузина для <math>K</math> – квазиконформных отображений и их приложения. Квадратичные дифференциалы Грётча – Тейхмюллера и их траектории. Теоремы о структуре решений вариационных задач для функционалов Грётча – Тейхмюллера.</p> <p>Понятие конденсатора. Потенциальная функция. Ёмкость конденсатора. Функции Грина, Робэна, Неймана. Внутренний радиус области, логарифмическая емкость замкнутого ограниченного множества. Радиус Робэна и Неймана.</p> <p>Симметризации Шварца, Поля, Штейнера, эллиптическая симметризация множеств. Симметризация Маркуса, радиально-усредняющая симметризация. Поляризация, кусочно-разделяющая симметризация. Диссимметризация Дубинина. Симметризация функций. Симметризация конденсаторов. Принципы симметризации.</p> <p>Теорема покрытия в классе регулярных функций. Теоремы искажения в классе регулярных функций. Задачи об экстремальном разбиении</p>	
3.	Функциональный анализ	<p>Теорема о пополнении метрического пространства. Обобщённые производные функций и их свойства. Пространства С.Л. Соболева, О.В. Бесова, С.Н. Никольского, теоремы вложения в них.</p> <p>Операторы потенциального типа Рисса, их свойства. Оценки Мозера – Ниренберга, теоремы о компактности семейств функций.</p> <p>Нелинейные функциональные пространства. Теоремы вложения для предельного показателя. Нелинейные компактные операторы. Теорема Шаудера о неподвижной точке.</p> <p>Расширение ограниченных операторов по Фридрихсу. Слабая сходимость в банаховых пространствах, необходимые и достаточные условия слабой сходимости. Теорема Банаха – Алаоглу о слабой компактности шара в рефлексивном банаховом пространстве</p>	Устный опрос

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Действительный анализ	<p>Меры и измеримые функции. Теоремы Лузина и Егорова. Интегралы и предельные теоремы. Дифференцирование мер Радона, теорема Лебега о разложении мер. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов.</p>	Устный опрос
2.	Комплексный анализ	<p>Теорема Римана об отображениях плоских областей. Функция Вейерштрасса и её свойства, поле эллиптических функций. Теорема сложения для <math>P</math> –</p>	Устный опрос

		<p>функции Вейрштрасса, геометрическая и аналитические формы. Эллиптические интегралы.</p> <p>Описание модулярной группы <math>SL(2, \mathbb{Z})</math>. Модулярные формы. Теорема об изоморфизме кольца полиномов от двух переменных и алгебры модулярных форм.</p> <p>Универсальные накрытия многообразий. Глобальное многообразие ростков аналитических функций. Теорема об аналитическом продолжении ростка аналитической функции. Теорема об алгебраических функциях, определяемых полиномом над полем мероморфных функций, заданных на римановой поверхности. Теорема о классификации римановых поверхностей. Группы накрывающих преобразований. Структура компактной римановой поверхности.</p> <p>Компактные римановы поверхности и алгебраические кривые. Билинейные соотношения Римана для периодов голоморфных функционалов. Теорема Римана-Роха. <math>\Theta</math> – функции, решение задачи обращения Якоби. Функции Бейкера – Ахиезера и уравнения КдФ и КП.</p> <p>Собственно разрывные группы, их предельные точки. Классификация граничных точек фундаментальной области группы, порождающие преобразования группы.</p>	
3.	Функциональный анализ	<p>Теорема о пополнении метрического пространства. Обобщённые производные функций и их свойства. Пространства С.Л. Соболева, О.В. Бесова, С.Н. Никольского, теоремы вложения в них.</p> <p>Операторы потенциального типа Рисса, их свойства. Оценки Мозера – Ниренберга, теоремы о компактности семейств функций.</p>	Устный опрос

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Действительный анализ	<p>Мера Хаусдорфа и её свойства. Размерность Хаусдорфа. Фракталы, их локальная структура, операции над ними. Теорема о дифференцируемости Липшицевых функций. Теорема Степанова. Формулы площади и коплощади. Спряжляемые потоки. Теорема о разрешимости задачи Плато</p>	Устный опрос
2.	Комплексный анализ	<p>Фуксовы и клейновы группы. Квазиконформные деформации группы. Вариационные формулы для квазиконформных отображений. Вариации отмеченной римановой поверхности. Теорема Тейхмюллера. Пространство Тейхмюллера. Теорема о вложении пространств Тейхмюллера.</p> <p>Интегральные операторы И.И. Векуа, их свойства. Теоремы существования <math>K</math> – квазиконформных отображений.</p> <p>Теоремы П.Н. Белинского об искажениях.</p>	Устный опрос

		<p>Вариационные формулы Голузина для <math>K</math> – квазиконформных отображений и их приложения.</p> <p>Квадратичные дифференциалы Грётча – Тейхмюллера и их траектории. Теоремы о структуре решений вариационных задач для функционалов Грётча – Тейхмюллера.</p> <p>Понятие конденсатора. Потенциальная функция. Ёмкость конденсатора. Функции Грина, Робэна, Неймана. Внутренний радиус области, логарифмическая емкость замкнутого ограниченного множества. Радиус Робэна и Неймана.</p> <p>Симметризации Шварца, Поля, Штейнера, эллиптическая симметризация множеств. Симметризация Маркуса, радиально-усредняющая симметризация. Поляризация, кусочно-разделяющая симметризация. Диссимметризация Дубинина. Симметризация функций. Симметризация конденсаторов. Принципы симметризации.</p> <p>Теорема покрытия в классе регулярных функций. Теоремы искажения в классе регулярных функций. Задачи об экстремальном разбиении</p>	
3.	Функциональный анализ	<p>Нелинейные функциональные пространства. Теоремы вложения для предельного показателя. Нелинейные компактные операторы. Теорема Шаудера о неподвижной точке.</p> <p>Расширение ограниченных операторов по Фридрихсу. Слабая сходимость в банаховых пространствах, необходимые и достаточные условия слабой сходимости. Теорема Банаха – Алаоглу о слабой компактности шара в рефлексивном банаховом пространстве</p>	Устный опрос

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Отработка навыков решения практических задач	1) Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Лань, Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва :Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-9221-0266-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=82563">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=82563</a>
2	Изучение теоретического материала	
3	Подготовка к текущему контролю	2) Свешников, А.Г. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа [Электронный ресурс] / А.Г. Свешников,

		<p>А.Б. Альшин, М.О. Корпусов, Ю.Д. Плетнер. — Электрон. дан. — Москва :Физматлит, 2007. — 736 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/59457">https://e.lanbook.com/book/59457</a>. — Загл. с экрана.</p> <p>3) Власова, Е.А. Элементы функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.А. Власова, И.К. Марчевский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 400 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/67481">https://e.lanbook.com/book/67481</a>. — Загл. с экрана.</p> <p>4) Арутюнов, А.В. Лекции по выпуклому и многозначному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Арутюнов. — Электрон. дан. — Москва :Физматлит, 2014. — 184 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/59691">https://e.lanbook.com/book/59691</a>. — Загл. с экрана.</p> <p>5) Кудрявцев, Л.Д. Предел функции. Формулы Ньютона-Лейбница и Тейлора [Электронный ресурс] : учебник / Л.Д. Кудрявцев. — Электрон. дан. — Москва :Физматлит, 2004. — 32 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/59365">https://e.lanbook.com/book/59365</a>. — Загл. с экрана.</p>
--	--	--

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии.**

Активные и интерактивные формы: лекции: проблемная лекция, лекция – пресс-конференция (могут применяться презентации); практические занятия: мозговой штурм, занятие – конференция (с применением презентаций), разбор практических задач, контрольные работы, активизация творческой деятельности, регламентированная дискуссия; для воплощения образовательных форм могут быть использованы компьютерные технологии.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.**

##### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.**

###### **Вопросы для устного опроса на лекционных, практических и лабораторных занятиях**

Ортогональные системы функций. Неравенство Бесселя, условие полноты. Ряды Фурье. Достаточные условия сходимости рядов Фурье. Полнота тригонометрической системы в пространстве непрерывных функций, периодических на отрезке  $[0, 2\pi]$ .

Функциональные последовательности (ряды). Поточечная и равномерная сходимости, примеры. Свойства предельной функции (суммы ряда), ее интегрируемость и дифференцируемость.

Понятие многообразия. Векторные поля и формы на многообразиях. Внешнее умножение и внешнее дифференцирование дифференциальных форм. Интегрирование дифференциальных форм. Общая теорема Стокса и следствия из нее.

Аналитическое продолжение и многозначные аналитические функции. Римановы поверхности аналитических функций.

Абстрактные римановы поверхности. Дифференциалы и мероморфные функции на римановых поверхностях. Проблема униформизации.

Классификация римановых поверхностей. Модель Пуанкаре неевклидовой плоскости. Конформная модель поверхностей гиперболического типа.

Конформные отображения. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Принцип сохранения области. Критерии однолиственности. Теорема Римана. Простые концы и строение границы плоской области. Теоремы о соответствии границ при конформных отображениях.

Метрические и топологические пространства. Полнота и пополнение метрических пространств. Принцип сжимающих отображений. Компактность множеств в метрических и топологических пространствах. Теорема Арцела-Асколи. Сепарабельность.

Банаховы пространства. Три принципа линейного анализа (теоремы Хана-Банаха, Банаха-Штейнгауза, Банаха об обратном операторе).

Нормированные и топологические линейные пространства. Дифференцирование в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы.

Слабая сходимость. Теорема о слабой компактности шара в гильбертовом пространстве.

Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах. Компактные операторы.

Спектр оператора. Простейшие свойства спектра. Теорема Гильберта-Шмидта о компактных самосопряженных операторах.

##### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.**

Промежуточная аттестация проводится в форме кандидатского экзамена

###### **Программа кандидатского экзамена по специальности 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ**

1. Меры и измеримые функции. Теоремы Лузина и Егорова.
2. Интегралы и предельные теоремы. Дифференцирование мер Радона, теорема Лебега о разложении мер. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов.

3. Мера Хаусдорфа и её свойства. Размерность Хаусдорфа. Фракталы, их локальная структура, операции над ними. Теорема о дифференцируемости липшицевых функций. Теорема Степанова. Формулы площади и коплощади. Спряжляемые потоки. Теорема о разрешимости задачи Плато.

4. Теорема Римана об отображениях плоских областей.

5. Функция Вейерштрасса и её свойства, поле эллиптических функций. Теорема сложения для  $P$  – функции Вейерштрасса, геометрическая и аналитические формы. Эллиптические интегралы.

6. Описание модулярной группы  $SL(2, Z)$ . Модулярные формы. Теорема об изоморфизме кольца полиномов от двух переменных и алгебры модулярных форм.

7. Универсальные накрытия многообразий. Глобальное многообразие ростков аналитических функций. Теорема об аналитическом продолжении ростка аналитической функции. Теорема об алгебраических функциях, определяемых полиномом над полем мероморфных функций, заданных на римановой поверхности. Теорема о классификации римановых поверхностей. Группы накрывающих преобразований. Структура компактной римановой поверхности.

8. Компактные римановы поверхности и алгебраические кривые. Билинейные соотношения Римана для периодов голо-морфных функционалов. Теорема Римана-Роха.  $\Theta$  – функции, решение задачи обращения Якоби. Функции Бейкера–Ахиезера и уравнения КдФ и КП.

9. Собственно разрывные груп-пы, их предельные точки. Классификация граничных точек фундаментальной области группы, порождающие преобразования группы.

10. Фуковы и клейновы группы. Квазиконформные деформации группы. Вариационные формулы для квазиконформных отображений. Вариации отмеченной римановой поверхности.

11. Теорема Тейхмюллера. Пространство Тейхмюллера. Теорема о вложении пространств Тейхмюллера.

12. Интегральные операторы И.И. Векуа, их свойства. Теоремы существования  $K$  – квазиконформных отображений.

13. Теоремы П.Н. Белинского об искажениях.

14. Вариационные формулы Голузина для  $K$  – квазиконформных отображений и их приложения.

15. Квадратичные дифференциалы Грётча – Тейхмюллера и их траектории. Теоремы о структуре решений вариационных задач для функционалов Грётча – Тейхмюллера.

16. Понятие конденсатора. Потенциальная функция. Ёмкость конденсатора. Функции Грина, Робэна, Неймана. Внутренний радиус области, логарифмическая емкость замкнутого ограниченного множества. Радиус Робэна и Неймана.

17. Симметризации Шварца, По-лиа, Штейнера, эллиптическая симметризация множеств. Симметризация Маркуса, радиально-усредняющая симметризация. Поляризация, кусочно-разделяющая симметризация. Диссимметризация Дубинина. Симметризация функций. Симметризация конденсаторов. Принципы симметризации.

18. Теорема покрытия в классе регулярных функций. Теоремы искажения в классе регулярных функций. Задачи об экстремальном разбиении.

19. Теорема о пополнении метрического пространства.

20. Обобщённые производные функций и их свойства.

21. Пространства С.Л. Соболева, О.В. Бесова, С.Н. Никольского, теоремы вложения в них.

22. Операторы потенциального типа Рисса, их свойства. Оценки Мозера – Ниренберга, теоремы о компактности семейств функций.

23. Нелинейные функциональные пространства. Теоремы вложения для предельного показателя. Нелинейные компактные операторы. Теорема Шаудера о неподвижной точке.

24. Расширение ограниченных операторов по Фридрихсу. Слабая сходимость в банаховых пространствах, необходимые и достаточные условия слабой сходимости.

25. Теорема Банаха – Алаоглу о слабой компактности шара в рефлексивном банаховом пространстве.

Данная программа представляет собой базовую часть кандидатского экзамена по специальности. Дополнительная часть кандидатского экзамена по специальности разрабатывается индивидуально для каждого аспиранта или соискателя с учетом области научных исследований и темы диссертационной работы. Дополнительная программа утверждается Ученым Советом факультета.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **5.1 Основная литература:**

1) Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва :Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-9221-0266-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563>

2) Свешников, А.Г. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа [Электронный ресурс] / А.Г. Свешников, А.Б. Альшин, М.О. Корпусов, Ю.Д. Плетнер. — Электрон. дан. — Москва :Физматлит, 2007. — 736 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59457>. — Загл. с экрана.

3) Власова, Е.А. Элементы функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.А. Власова, И.К. Марчевский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 400 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67481>. — Загл. с экрана.

4) Арутюнов, А.В. Лекции по выпуклому и многозначному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Арутюнов. — Электрон. дан. — Москва :Физматлит, 2014. — 184 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59691>. — Загл. с экрана.

5) Кудрявцев, Л.Д. Предел функции. Формулы Ньютона-Лейбница и Тейлора [Электронный ресурс] : учебник / Л.Д. Кудрявцев. — Электрон. дан. — Москва :Физматлит, 2004. — 32 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59365>. — Загл. с экрана.

6) Емкости конденсаторов и симметризация в геометрической теории функций комплексного переменного [Текст] / В. Н. Дубинин ; Рос. акад. наук, Дальневосточ. отд-ние, Ин-т прикладной математики. - Владивосток :Дальнаука, 2009. - 390 с. : ил. - Библиогр. : с. 383-385. - ISBN 9785804410385

### **5.2 Дополнительная литература:**

1) Применение симметризационных методов в геометрической теории функций [Текст] : учебное пособие / И. П. Митюк ; Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [б. и.], 1985. - 94 с. - Библиогр.: с. 92-93.

2) Плоские квазиконформные отображения [Текст] : учебное пособие / И. П. Митюк, В. Г. Шеретов, Е. А. Щербаков ; Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [б. и.], 1979. - 82 с. - Библиогр.: с. 78-81.

3) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1977. - Т. 1. А - Г. - 576 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454588>

4) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1979. - Т. 2. Д - Коо. - 552 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454589>.

5) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1982. - Т. 3. Коо - Од. - 592 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454590>.

6) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1984. - Т. 4. Ок - Сло. - 608 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454591>

7) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1985. - Т. 5. Слу - Я. - 624 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454592>

8) Колмогоров А.Н. Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Физматлит, 2012 <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563&sr=1>

9) Свешников А.Г., Альшин А.Б., Корпусов М.О., Плетнер Ю.Д. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. М.: Физматлит, 2007.  
<http://e.lanbook.com/view/book/59457/page4/>

### **5.3. Периодические издания:**

1) Вестник МГУ. Серия: Математика. Механика; <http://vestnik.math.msu.su/>

2) Вестник СПбГУ. Серия: Математика. Механика. Астрономия;  
<http://vestnik.spbu.ru/>

3) Известия ВУЗов. Серия: Математика; <https://kpfu.ru/>

4) Известия РАН (до 1993 г. Известия АН СССР). Серия: Математическая;  
<http://www.mathnet.ru/>

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

1. ЭБС "Университетская библиотека ONLINE" – <http://biblioclub.ru/>
2. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>
3. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>
4. Scopus – база данных рефератов и цитирования – <http://www.scopus.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) – <http://www.elibrary.ru/>
6. Архив научных журналов – <http://archive.neicon.ru/>
7. Электронная Библиотека Диссертаций – <https://dvs.rsl.ru/>
8. Национальная электронная библиотека – <http://нэб.рф/>
9. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <http://infoneeds.kubsu.ru/>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Успешное освоение дисциплины требует от аспирантов регулярного посещения лекций, а также активной работы на практических и лабораторных занятиях, ознакомления с основной и дополнительной рекомендуемой литературой.

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию программы-минимума.

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и поднимаются проблемные вопросы; практических занятий, на которых широко используются активные и интерактивные

образовательные технологии; лабораторных, в процессе проведения которых обучающиеся отрабатывают навыки решения конкретных научных задач. При подготовке к лекционному занятию аспирантам рекомендуется:

- 1) просмотреть записи предыдущей лекции и восстановить в памяти ранее изученный материал;
- 2) бегло просмотреть материал предстоящей лекции, с целью лучшего усвоения нового материала;
- 3) самостоятельно проработать отдельные фрагменты темы прошлой лекции, если это необходимо.

Важнейшими составляющими курса являются такие виды занятий, как мозговой штурм и занятие – конференция, на которых по максимуму осуществляется активизация творческой деятельности обучающихся; а также самостоятельная работа аспирантов. В процессе самостоятельной работы обучающимися активно используются информационные справочные системы.

Для аспиранта большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала, проводимая научным руководителем.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

- Использование электронных презентаций при проведении лекционных и практических занятий.
- Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

- Microsoft Windows
- Офисный пакет приложений Microsoft Office Professional Plus

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Научная электронная библиотека (<http://www.elibrary.ru>).
2. Электронная библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com>).
3. Электронная библиотечная система «Юрайт» (<http://www.biblio-online.ru>).
4. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» (<http://cyberleninka.ru>).
5. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)).
6. Реферативная база данных (<https://www.scopus.com> )

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащённость
1.	Лекционные занятия	Комплект учебной мебели, меловая (маркерная) доска, компьютерная техника с подключением к сети Интернет, переносное мультимедийное оборудование (проектор).
2.	Семинарские занятия	Комплект учебной мебели, меловая (маркерная) доска, компьютерная техника с подключением к сети Интернет, переносное мультимедийное оборудование (проектор).
3.	Лабораторные занятия	Комплект учебной мебели, меловая (маркерная) доска, компьютерная техника с подключением к сети Интернет, переносное мультимедийное оборудование (проектор).
4.	Групповые (индивидуальные) консультации	Комплект учебной мебели, меловая (маркерная) доска, компьютерная техника с подключением к сети Интернет, переносное мультимедийное оборудование (проектор).
5.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Комплект учебной мебели, меловая (маркерная) доска.
6.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.