

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по научной работе
и инновациям, профессор

М. Г. Барышев
27» «апреля» 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**Б1.В.ДВ.1.1. Приложения теории римановых поверхностей и
нелинейных уравнений математической физики**

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Профиль: 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Форма обучения: очная

Квалификация (степень): Исследователь. Преподаватель-Исследователь

Краснодар 2018

Рабочая программа дисциплины «Приложения теории римановых поверхностей и нелинейных уравнений математической физики» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, профиль: Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Руководитель ООП,
составитель программы,



Е.А. Щербаков

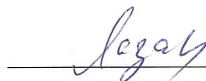
Рабочая программа одобрена на заседании кафедры теории функций
от 10.04.2018 г., протокол № 7.

Декан факультета математики и компьютерных наук



Грушевский С.П.

Зав. кафедрой теории функций



В.А. Лазарев

Зав. отделом аспирантуры



Е.В. Строганова

1 Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель освоения дисциплины.

Целью курса является введение в современную теорию нелинейных дифференциальных уравнений, основы которых были заложены при исследовании случая С. Ковалевской в исследовании движения абсолютно-твёрдого тела вокруг неподвижной точки и заключается в использовании трансцендентных функций специального вида для представления решений уравнений типа Кортевича-де Фриза, Падомцева-Петвиашвили по специальности 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

1.2 Задачи дисциплины.

- освоить методы исследования нелинейных уравнений, основанные на свойствах пространств мероморфных функций и дифференциалов на римановых поверхностях.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Приложения теории римановых поверхностей и нелинейных уравнений математической физики» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана.

Знания, полученные в этом курсе, необходимы для проведения научно-исследовательской работы и успешной сдачи государственной итоговой аттестации.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций: ПК- 1. Для того чтобы формирование компетенции ПК-1 было возможно, обучающийся, приступивший к освоению программы аспирантуры, должен знать основные понятия и методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, математического анализа, функционального анализа; уравнений в частных производных, теоретической механики, уметь работать с численными методами и основными пакетами прикладных программ, владеть математическим аппаратом и информационными технологиями для выполнения вычислительных экспериментов, статистической обработки и графической интерпретации результатов, навыками выбора методов и средств решения задач исследования.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ПК-1	способность к системному мышлению и грамотному использованию основных принципов, концепций и методов вещественного, комплексного и функ-	основные понятия и гипотезы для предметной области и исследуемых моделей Шифр: З (ПК-1)-1	ориентироваться в современных методах и подходах, применяемых для изучения рассматриваемых процессов и явлений, грамотно использовать и развивать математическую	навыками применения классических и современных методов анализа математических моделей формализованных материальных объектов и процессов Шифр: В (ПК-1)-

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		ционального анализа		теорию и физико-математические модели, лежащие в их основе Шифр: У (ПК-1)-1	1

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зач.ед. (144 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице (для аспирантов ОФО).

Вид учебной работы		Всего часов	Курс (часы)
			2
Контактная работа, в том числе:			
Аудиторные занятия (всего):		20	20
Занятия лекционного типа		8	8
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		-	-
Лабораторные занятия		12	12
Самостоятельная работа, в том числе		97	97
Отработка навыков решения практических задач		20	20
Изучение теоретического материала		47	47
Подготовка к текущему контролю		30	30
Контроль		32	32
Подготовка к экзамену		27	27
Общая трудоемкость	час.	144	144
	в том числе контактная работа	20	20
	зач. ед.	4	4

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые на 2 курсе (очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Определение абстрактной римановой поверхности.	22	-	-	2	20
2.	Мероморфная группа.	18	2	-	2	14
3.	Алгебраические кривые.	18	2	-	2	14

4.	Мероморфные функции и дифференциалы на алгебраической кривой.	18	2	-	2	14
5.	Преобразование Абеля.	19	2	-	2	15
6.	Функции Бейкера-Ахиезера.	22	-		2	20
	<i>Итого по дисциплине:</i>		8	-	12	97

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Мероморфная группа.	Мероморфная группа. Ее свойства. Группы коэнгруентности модулярной группы и их римановы поверхности.	Устный опрос
2.	Алгебраические кривые.	Компактификация алгебраических кривых в CP_2 . Особые точки алгебраических кривых.	Устный опрос
3.	Мероморфные функции и дифференциалы на алгебраической кривой.	Теорема Римана-Роха.	Устный опрос
4.	Преобразование Абеля.	Преобразование Абеля. Задача обращения Якоби.	Устный опрос

2.3.2 Занятия семинарского типа.

Не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Определение абстрактной римановой поверхности.	Определение абстрактной римановой поверхности. Открытые и компактные римановы поверхности. Род римановой поверхности.	Устный опрос
2.	Мероморфная группа.	Мероморфная группа. Ее свойства. Группы коэнгруентности модулярной группы и их римановы поверхности.	Устный опрос
3.	Алгебраические кривые.	Алгебраические кривые. Особые точки алгебраических кривых. Пересечение алгебраических кривых. Теорема Безу.	Устный опрос
4.	Мероморфные функции и	Мероморфные функции и дифференциалы на алгебраической кривой. Теорема Римана-Роха.	Устный опрос

	дифференциалы на алгебраической кривой.		
5.	Преобразование Абеля.	Многообразие свойств алгебраической кривой.	Устный опрос
6.	Функции Бейкера-Ахиезера.	Функции Бейкера-Ахиезера. Применение к теории нелинейных систем.	Устный опрос

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Отработка навыков решения практических задач	1. Милнор, Д. Теория Морса / Д. Милнор ; пер. с англ. В.И. Арнольд. - М. : б.и., 1963. - 181 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454811 2. Альфорс, Л. Пространства римановых поверхностей и квазиконформные отображения / Л. Альфорс, Л. Берс ; пер. с англ. В.А. Зорич, А.А. Кириллов ; под ред. Б.В. Шабат, Н.И. Плужниковой. - М. : Издательство иностранной литературы, 1961. - 175 с. : ил. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450358
2	Изучение теоретического материала	1. Милнор, Д. Теория Морса / Д. Милнор ; пер. с англ. В.И. Арнольд. - М. : б.и., 1963. - 181 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454811 2. Альфорс, Л. Пространства римановых поверхностей и квазиконформные отображения / Л. Альфорс, Л. Берс ; пер. с англ. В.А. Зорич, А.А. Кириллов ; под ред. Б.В. Шабат, Н.И. Плужниковой. - М. : Издательство иностранной литературы, 1961. - 175 с. : ил. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450358
3	Подготовка к текущему контролю	1. Милнор, Д. Теория Морса / Д. Милнор ; пер. с англ. В.И. Арнольд. - М. : б.и., 1963. - 181 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454811 2. Альфорс, Л. Пространства римановых поверхностей и квазиконформные отображения / Л. Альфорс, Л. Берс ; пер. с англ. В.А. Зорич, А.А. Кириллов ; под ред. Б.В. Шабат, Н.И. Плужниковой. - М. : Издательство иностранной литературы, 1961. - 175 с. : ил. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450358

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

Активные и интерактивные формы: лекции: проблемная лекция, лекция – пресс-конференция (могут применяться презентации); практические занятия: мозговой штурм, занятие – конференция (с применением презентаций), разбор практических задач, активизация творческой деятельности, регламентированная дискуссия.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Вопросы для устного опроса на лекционных и лабораторных занятиях

1. Пусть Γ алгебраическая кривая, определяемая выражением

$w^2 = P_3(z)$. Что представляет собой матрица периодов римановой поверхности Γ ?

Определить матрицу периодов поверхности

$w^2 = P_{2g+1}(z)$.

2. Как определить в-периоды абелевых дифференциалов Ω_p^n, Ω_{pQ} с помощью голоморфных дифференциалов?

3. Установить связь теоремы Абеля с арифметическими свойствами алгебраических кривых.

4. Формула Кристофеля-Шварца. Корректна ли задача обращения гиперэллиптических интегралов? Сформулировать проблему Якоби.

5. Определить классическую θ – функцию Якоби. Что представляет собой множество нулей этой функции?

6. Функция Бейкера-Ахиезера. Какова связь между функцией Бейкера-Ахиезера и θ -функцией поверхности Γ ?

7. Представление решения уравнения Надомцева-Павиашвили с помощью «компонент» функции Бейрека-Ахиезера.

8. При каких $x_j = x_j(t), j = \overline{1,3}$ функция $n = n(x, t) = 2\rho(x - x_1(t)) + 2\rho(x - x_2(t)) + 2\rho(x - x_3(t))$ будет решением уравнения Кортевача-де Фриза $n = 6nn' - n''$.

9. Пусть $\Gamma: w^2 = P_{2g+1}(z)$. Во что переходят системы уравнений

$$\frac{dz_1}{dx} = \frac{\sqrt{P_5(z_1)}}{z_1 - z_2}, \quad \frac{dz_2}{dx} = \frac{\sqrt{P_5(z_2)}}{z_2 - z_1}, \quad \frac{dz_1}{dt} = \frac{z_2 \sqrt{P_5(z_1)}}{z_1 - z_0}, \quad \frac{dz_2}{dt} = \frac{z_1 \sqrt{P_5(z_2)}}{z_2 - z_1} \quad \text{при отображении Абеля}$$

$$\eta_1 = \int_{P_0}^{P_1} \frac{dz}{\sqrt{P_5(z)}} + \int_{P_0}^{P_2} \frac{dz}{\sqrt{P_5(z)}}, \quad \eta_2 = \int_{P_0}^{P_1} \frac{z dz}{\sqrt{P_5(z)}}?$$

10. Пусть $\theta(z/B)$ - функция Римана, соответствующая матрице B . Пусть $B = \begin{pmatrix} B' & 0 \\ 0 & B'' \end{pmatrix}$ блочная матрица. Верно ли, что $\theta(z/B) = \theta(z, B')\theta(z, B'')$?

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Вопросы к экзамену

1. Определение абстрактной римановой поверхности.
2. Алгебраические кривые.
3. Гармонические и голоморфные дифференциалы. Гильбертово пространство дифференциалов на римановой поверхности Лемма Вейля и ортогональные проекции. Теоремы существования абелевых дифференциалов. Пространство мероморфных функций на римановых поверхностях.
4. Построение универсальной накрывающей римановой поверхности. Классификация римановых поверхностей.
5. Конформная модель поверхности гиперболического типа.
6. Компактные римановы поверхности. Пространство гармонических дифференциалов на римановых поверхностях. Билинейные соотношения Римана.
7. Дивизоры на римановых поверхностях. Теорема Римана - Роха. Точки Вейерштрасса.
8. Многолистные наложения сферы и компактные римановы поверхности.
9. Теорема Абеля и проблема обращения Якоби. Многообразие Якоби. Применение к задачам механики.
10. Поле алгебраических функций (эллиптический и гиперэллиптический случаи). Тэта-функции и задача обращения Якоби. Теорема Римана о нулях тэта – функций. Примеры гамильтоновых систем, интегрируемых с помощью двумерных тэта – функций.
11. Функция Бейкера-Ахиезера, её представление. Решение уравнения КдФ, Кадомцева-Петвиашвили и уравнения Шрёдингера.
12. Восстановление римановой поверхности по её многообразию Якоби.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

5.1 Основная литература:

1. Милнор, Д. Теория Морса / Д. Милнор ; пер. с англ. В.И. Арнольд. - М. : б.и., 1963. - 181 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454811>
2. Альфорс, Л. Пространства римановых поверхностей и квазиконформные отображения / Л. Альфорс, Л. Берс ; пер. с англ. В.А. Зорич, А.А. Кириллов ; под ред. Б.В. Шабат, Н.И. Плужниковой. - М. : Издательство иностранной литературы, 1961. - 175 с. : ил. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450358>

5.2 Дополнительная литература:

- 1) Теория меры и тонкие свойства функций [Текст] / Л. К. Эванс, Р. Ф. Гариепи ; пер. с англ. Т. Н. Рожковской ; под ред. Н. Н. Уральцевой. - Новосибирск : Научная книга, 2002. - 206 с. - (Университетская серия ; Т. 9). - Библиогр.: с. 197-200. - ISBN 5881190343;
- 2) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1977. - Т. 1. А - Г. - 576 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454588>
- 3) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1979. - Т. 2. Д - Коо. - 552 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454589>.
- 4) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1982. - Т. 3. Коо - Од. - 592 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454590>.
- 5) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1984. - Т. 4. Ок - Сло. - 608 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454591>
- 6) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1985. - Т. 5. Слу - Я. - 624 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454592>

5.3. Периодические издания:

- 1) Вестник МГУ. Серия: Математика. Механика; <http://vestnik.math.msu.su/>
- 2) Вестник СПбГУ. Серия: Математика. Механика. Астрономия; <http://vestnik.spbu.ru/>
- 3) Известия ВУЗов. Серия: Математика; <https://kpfu.ru/>
- 4) Известия РАН (до 1993 г. Известия АН СССР). Серия: Математическая; <http://www.mathnet.ru/>

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. ЭБС "Университетская библиотека ONLINE" – <http://biblioclub.ru/>
2. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>
3. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>
4. Scopus – база данных рефератов и цитирования – <http://www.scopus.com/>
6. Научная электронная библиотека (НЭБ) – <http://www.elibrary.ru/>
7. Архив научных журналов – <http://archive.neicon.ru/>
8. Электронная Библиотека Диссертаций – <https://dvs.rsl.ru/>
9. Национальная электронная библиотека – <http://нэб.пф/>

10. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <http://infoneeds.kubsu.ru/>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и поднимаются проблемные вопросы; практических занятий, на которых широко используются активные и интерактивные образовательные технологии; лабораторных, в процессе проведения которых обучающиеся отрабатывают навыки решения конкретных научных задач.

Важнейшими составляющими курса являются такие виды занятий, как мозговой штурм и занятие – конференция, на которых по максимуму осуществляется активизация творческой деятельности обучающихся; а также самостоятельная работа аспирантов, такая как разбор лекций, работа с литературой, отработка навыков решения практических задач, подготовка к занятиям-конференциям. В процессе самостоятельной работы обучающимися активно используются информационные справочные системы.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу аспирантов и руководство этой работой со стороны преподавателей.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим лекционные, практические и лабораторные занятия на основе устного опроса аспиранта, доклада-сообщения аспиранта.

Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена.

Для аспиранта большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала, проводимая научным руководителем.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

8.1 Перечень информационных технологий.

– Использование электронных презентаций при проведении лекционных и практических занятий.

– Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

– Microsoft Windows

– Офисный пакет приложений Microsoft Office Professional Plus

8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Научная электронная библиотека (<http://www.elibrary.ru>).

2. Электронная библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com>).

3. Электронная библиотечная система «Юрайт» (<http://www.biblio-online.ru>).
4. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» (<http://cyberleninka.ru>).
5. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» (www.biblioclub.ru).
6. Реферативная база данных (<https://www.scopus.com>)

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Комплект учебной мебели, меловая (маркерная) доска, компьютерная техника с подключением к сети Интернет, переносное мультимедийное оборудование (проектор).
2.	Семинарские занятия	Комплект учебной мебели, меловая (маркерная) доска, компьютерная техника с подключением к сети Интернет, переносное мультимедийное оборудование (проектор).
3.	Лабораторные занятия	Комплект учебной мебели, меловая (маркерная) доска, компьютерная техника с подключением к сети Интернет, переносное мультимедийное оборудование (проектор).
4.	Групповые (индивидуальные) консультации	Комплект учебной мебели, меловая (маркерная) доска, компьютерная техника с подключением к сети Интернет, переносное мультимедийное оборудование (проектор).
5.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Комплект учебной мебели, меловая (маркерная) доска.
6.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.