

АННОТАЦИЯ

дисциплины «Плоские и пространственные квазиконформные отображения»
для направления: 01.04.01 Математика
профиль: Комплексный анализ

Объем трудоемкости: 3 зачетные единицы (108 часов, из них – 46,3 ч. контактной работы: лекционных 16 ч., практических 30 ч., ИКР 0,3 ч.; 35 ч. СР; 26,7 ч. контроля).

Цель дисциплины:

Цель курса состоит в освоении студентами геометрических и аналитических методов исследования плоских квазиконформных отображений, а также в освоении студентами геометрических методов исследования пространственных отображений и приобретении навыков самостоятельного изучения и изложения трудных вопросов теории пространственных квазиконформных отображений.

Задачи дисциплины:

1. Формирование знания о характеристиках геометрической природы S^1 -квазиконформных отображений, как естественного обобщения квазиконформных отображений; понимания природы 1- квазиконформных отображений.
2. Формирование знания о квазиконформных отображениях, как об отображениях, наименее уклоняющихся от конформных отображений при отображениях четырёхсторонников.
3. Привить навыки использования теории экстремальных длин и модулей семейств кривых к исследованию k - квазиконформных отображений.
4. Сформировать знания о пространстве функций с обобщенными производными, соболевских пространствах и теоремах вложения для них.
5. Сформировать знания об эквивалентности аналитического и геометрического подходов при исследовании k - квазиконформных отображений.
6. Сформировать знания о потенциальных операторах И. Н. Векуа и об их связи с общими потенциальными операторами, их свойствах, как операторов, действующих в пространствах интегрируемых функций.
7. Сформировать знания о свойствах интегрируемого операторе Гильберта и общей теории Кальдерона-Зигмунда об операторах, действующих в пространствах интегрируемых функций, о свойствах оператора П И. Н. Векуа потенциального типа.
8. Сформировать знание о квазиконформных отображениях плоскости (полуплоскости, области) на себя, как о решениях уравнения Бельтрами с измеримыми коэффициентами.
9. Сформировать с помощью примеров знания об отображениях с неограниченными характеристиками и их свойствах.
10. Сформировать знания о квазиконформных отображениях римановых поверхностей.
11. Сформировать знания о неоднолистных отображениях, осуществляемых решениями нелинейных систем.
12. Сформировать знания о свойствах конформно-инвариантных метрических характеристик пространственных областей (модули семейств кривых и поверхностей, емкость конденсатора) и навыков их вычисления в специальных случаях.
13. Сформировать знания о различных подходах к определению пространственных квазиконформных отображений и характеристиках таких отображений;
14. Сформировать знания о свойствах пространственных квазиконформных отображений.

Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Плоские и пространственные квазиконформные отображения» относится к вариативной части (В) Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана, является обязательной дисциплиной.

Дисциплина «Плоские и пространственные квазиконформные отображения» необходима для успешного освоения дисциплин «Геометрическая теория меры», а также для выполнения выпускной квалификационной работы и дальнейшей профессиональной деятельности. Изучение курса предполагает знание студентом следующих дисциплин: «Математический анализ», «Комплексный анализ», «Дифференциальная геометрия», «Алгебра», «Аналитическая геометрия».

Требования к уровню освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОК-1, ПК-1.

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	– характеристику геометрической природы C^1 – квазиконформных отображений, – определения и основные свойства метрических характеристик пространственных областей (модулей семейств кривых и поверхностей, емкости конденсатора) и уметь вычислять их значения для простейших областей; – различные эквивалентные определения пространственных k -квазиконформных отображений и примеры таких отображений;	– вычислять различные геометрические характеристики C^1 – отображений w , определяемые их частными производными, оценивать их значения, устанавливать свойство k -квазиконформности (и его отсутствие; находить характеристики обратных отображений); – формулировать общую задачу Гретша, сводить ее к задаче Гретша для прямоугольников, находить ее решение как в классе C^1 – отображений, так и отображений с обобщенными производными; –использовать теорию экстремальных длин и модулей для исследования k -квазиконформных отображений, уметь вычислять искажение модулей, устанавливать связи между локальными и глобальными свойствами k -квазиконформности; – вычислять обобщенные производные функций; уметь устанавливать связь между наличием обобщенной	– навыками публичного представления изученного материала, – навыками использования теории экстремальных длин и модулей семейств кривых к исследованию k -квазиконформных отображений; – уметь исследовать поведение метрических характеристик пространственной области при квазиконформном отображении; научиться самостоятельно разбираться в основах теории пространственных квазиконформных

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			<p>– основные свойства пространственных квазиконформных отображений;</p> <p>– о пространстве функций с обобщенными производными, соболевских пространствах и теоремах вложения для них;</p> <p>– о потенциальных операторах И. Н. Векуа и об их связи с общими потенциальными и операторами;</p> <p>– отображения с неограниченными характеристиками, их свойства примеры;</p> <p>– свойства интегрируемого оператора Гильберта и общую теорию Кальдерока-Зигмунда об операторах,</p> <p>– квазиконформные отображения плоскости (полуплоскости, области) на себя, как решения уравнения Бельтрами с измеримыми коэффициентами</p>	<p>производной и абсолютной непрерывностью функции на линиях. Уметь устанавливать с помощью теорем вложения свойства функций, обладающих обобщенными производными.</p> <p>– устанавливать связь между аналитическими и геометрическими свойствами k-квазиконформных отображений; между различными определениями k-квазиконформности;</p> <p>– использовать различные формы формулы Грина для получения интегральных представлений функций, обладающих обобщенными производными и исследовать получающиеся при этом потенциальные операторы для исследования их свойств в зависимости от свойств обобщенных производных.</p> <p>– редуцировать задачу об оценивании сингулярного интеграла к несобственному интегралу и стандартному сингулярному; уметь, используя свойства оператора П. И. Н. Векуа, исследовать дифференциальные свойства функций, представленных с помощью потенциального оператора Т. И. Н. Векуа;</p> <p>– редуцировать задачу о построении отображения с заданной характеристикой к отысканию диффеоморфизма, являющегося решением уравнения Бельтрами; уметь редуцировать задачу отыскания решения уравнения Бельтрами к линейному уравнению для сингулярного интегрального оператора (его решения); уметь применять</p>	<p>х отображений, уметь излагать изученный материал для других участников семинара;</p>

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			ми	<p>принципы неподвижных точек к исследованию таких интегральных уравнений, их разрешимости; уметь, используя свойства оператора П, доказывать единственность нормированных решений уравнения Бельтрами;</p> <p>– строить для простых случаев римановы поверхности гиперболического типа по фуксовой группам, вычислять их род, исследовать характер покрытия сферы гипергеометрическими кривыми;</p> <p>– устанавливать связь между непрерывными отображениями плоскости на себя, непрерывными отображениями римановых поверхностей, порожденных фуксовыми группами и гомоморфизмами фуксовых групп; устанавливать связь между гомотопией непрерывных отображений римановых поверхностей и эквивалентностью гомоморфизмов фундаментальных групп;</p>	
2.	ПК-1	способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	<p>– характеристика геометрической природы C^1 – квазиконформных отображений,</p> <p>– определения и основные свойства метрических характеристик пространственных областей (модулей семейств кривых и поверхностей,</p>	<p>– устанавливать взаимно-однозначное соответствие между дифференциалами Бельтрами и квазиконформными гомеоморфизмами римановых поверхностей;</p> <p>– доказать теорему о решении уравнения Бельтрами, коэффициенты которого согласованы с фуксовой группой;</p> <p>– уметь строить индуцированный квадратичный дифференциал по отображению Тейхмюллера, определяемого</p>	<p>– навыками публичного представления изученного материала,</p> <p>– навыками использования теории экстремальных длин и модулей семейств кривых к исследованию k-квазиконформных отображений;</p> <p>– уметь</p>

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			<p>емкости конденсатора) и уметь вычислять их значения для простейших областей;</p> <p>– различные эквивалентные определения пространственных k-квазиконформных отображений и примеры таких отображений;</p> <p>– основные свойства пространственных квазиконформных отображений;</p> <p>– о пространстве функций с обобщенными производными, соболевских пространствах и теоремах вложения для них;</p> <p>– о потенциальных операторах И. Н. Векуа и об их связи с общими потенциальными операторами.</p>	<p>некоторым квадратичным дифференциалом; уметь доказать экстремальные свойства отображения Тейхмюллера и вычислять расстояние Тейхмюллера;</p> <p>– уметь строить отображения $(N+1)$ – связных областей на $(N+1-k)$ – листовую риманову поверхность, накрывающую единичный круг, с $k+1$ граничными компонентами;</p> <p>– уметь сводить вопрос о существовании топологического отображения, осуществляемого решением уравнения к нелинейному интегральному уравнению с сингулярным оператором;</p> <p>– применять принципы неподвижных точек к исследованию вопроса о разрешимости нелинейного интегрального уравнения;</p> <p>– уметь конструировать неоднолистные решения нелинейных дифференциальных уравнений в многосвязных областях; уметь интерпретировать такие решения как гомеоморфизмы на n-мерные многосвязные римановы поверхности.</p>	<p>исследовать поведение метрических характеристик пространственной области при квазиконформном отображении;</p> <p>научиться самостоятельно разбираться в основах теории пространственных квазиконформных отображений, уметь излагать изученный материал для других участников семинара;</p>

Основные разделы дисциплины:

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Определение C^1 - квазиконформных отображений		1	1	-	2
2.	Задачи Гретша для четырехсторонников об отображениях, наименее уклоняющихся от конформных		1	1	-	3
3.	Геометрические свойства k - квазиконформных отображений		1	1	-	2
4.	Пространство функций с обобщенными производными		1	1	-	3
5.	Аналитическое и геометрическое определение k - квазиконформных отображений		1	1	-	2
6.	Операторы потенциального типа и их свойства		1	1	-	3
7.	Дифференциальные свойства функций, представляемых с помощью оператора И. Н. Векуа		2	2	-	2
8.	Теорема о существовании k - квазиконформных отображений		2	2	-	3
9.	Теоремы существования и несуществования отображений с неограниченными характеристиками		2	2	-	3
10.	Квазиконформные отображения римановых поверхностей		2	2	-	3
11.	Неоднолистные отображения, осуществляемые решениями нелинейных систем		2	2	-	3
12.	Модули семейств кривых и поверхностей		-	6	-	3
13.	Квазиконформные отображения в пространстве		-	8	-	3
	Контроль	27	-	-	-	-
	<i>Итого по дисциплине:</i>		16	30	-	35

Курсовые работы (проекты): не предусмотрены.

Форма проведения аттестации по дисциплине: экзамен.

Основная литература:

1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009, 432 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322)
2. Шабунин М.И., Половинкин Е.С., Карлов М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. 365 с. (см. https://e.lanbook.com/book/70732#book_name)

Автор РПД: д.ф.-м.н., доцент Щербаков Е.А.