

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Физико – технический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Иванов А.Г.

« 30

2017 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.Б.04.04 ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность: Фундаментальная физика

Программа подготовки: академический бакалавриат

Форма обучения: очная

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины Б1.Б.04.04 «Теория функций комплексного переменного» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 03.03.02 Физика


Программу составил:

Яременко Л.А., доцент кафедры теории функций



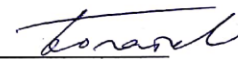
Рабочая программа дисциплины Б1.Б.04.04 «Теория функций комплексного переменного» утверждена на заседании кафедры теории функций протокол № 1 «31» августа 2017г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Лазарев В.А.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры физики и информационных систем протокол № 16 «4» мая 2017г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Богатов Н.М.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 1 «31» августа 2017г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.



Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение–Юг».

Засядко Ольга Владимировна, канд. пед. наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий

**Рецензия**  
на рабочую программу по дисциплине  
**«Теория функций комплексного переменного»**  
по направлению подготовки 03.03.02 Физика,  
очной формы обучения.

Составитель рабочей программы:  
доцент каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Яременко Л.А.


Рабочая программа полностью соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика (уровень бакалавриата).

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Приведенные в программе примеры контрольных заданий, вопросы к зачету, задания для самостоятельной работы могут оказать ощутимую помощь студентам при подготовке к текущему и итоговому контролю знаний.

Приведенные в программе примеры контрольных заданий, вопросы к зачету, задания для самостоятельной работы могут оказать ощутимую помощь студентам при подготовке к текущему и итоговому контролю знаний.

Рабочая программа дисциплины позволяет усвоить связи между различными разделами и теоремами комплексного анализа, а также способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Рецензент,  
Засядко О.В., доцент, канд. пед. наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий ФГБОУ ВО КубГУ. 

**Рецензия**  
на рабочую программу по дисциплине  
**«Теория функций комплексного переменного»**  
по направлению подготовки 03.03.02 Физика,  
очной формы обучения.

Составитель рабочей программы:  
доцент каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Яременко Л.А.

Рабочая программа полностью соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика (уровень бакалавриата).

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Приведенные в программе примеры контрольных заданий, вопросы к зачету, задания для самостоятельной работы могут оказать ощутимую помощь студентам при подготовке к текущему и итоговому контролю знаний.

Приведенные в программе примеры контрольных заданий, вопросы к зачету, задания для самостоятельной работы могут оказать ощутимую помощь студентам при подготовке к текущему и итоговому контролю знаний.

Рабочая программа дисциплины позволяет усвоить связи между различными разделами и теоремами комплексного анализа, а также способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Рецензент,  
Гусаков В.А.,  
канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение-Юг».



## 1 Цели и задачи изучения дисциплины.

**1.1 Цель дисциплины** состоит в изучении методов исследования функций комплексного переменного и формирование у студентов навыков корректного использования полученных знаний для практического использования математических методов при анализе и решении профессиональных задач.

### 1.2 Задачи дисциплины.

- освоение студентом фундаментальных понятий теории функций комплексного переменного: регулярная функция, конформные отображения, интеграл от функции, ряды функций, особые точки, вычет функции;
- формирование знаний о свойствах регулярных (аналитических) функциях, гармонических функциях, рядах регулярных функций, теории интеграла Коши;
- формирование навыков построения конформных отображений с помощью элементарных функций, разложения функций в ряды Лорана, определения характера особенностей функции;
- формирование знаний о теории вычетов; овладение умениями и навыками применения теории вычетов к вычислению некоторых типов определенных интегралов;
- формирование умений и навыков применения методов теории функций комплексного переменного в различных прикладных математических дисциплинах и задачах естественнонаучного содержания.

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к базовой части Блока 1 учебного плана являющегося структурным элементом ООП ВО. Дисциплина читается в третьем семестре.

Для изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» требуются знания из курса математического анализа в объеме, включающем математический анализ функции одного и нескольких переменных, элементы топологии евклидовой плоскости, определенный (в том числе несобственный), криволинейный и двойной интегралы, формулу Грина, числовые и функциональные ряды, ряды Фурье), курс высшей алгебры, которые изучаются для направлений подготовки **03.03.02 Физика**.

Знания, полученные в этом курсе, используются в математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, теории чисел, методах оптимизации и др.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций ОПК-2

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
.	ОПК-2	способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых	*фундаментальные понятия, основные теоремы комплексного анализа, прикладные аспекты теории функций; *различные формы представления комплексных чисел, определения и свой-	*опираясь на базовые знания, исследовать и решать практические задачи в образовательной и профессиональной деятельности; *производить арифметические операции над комплексными	*навыками практического использования методов и результатов комплексного анализа к построению и

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		<p>профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей</p>	<p>ства операций над ними, их геометрическую интерпретацию</p> <p>*понятие о функции комплексного переменного, дифференцируемости функции в смысле комплексного анализа; понятие регулярной и гармонической функции;</p> <p>*геометрический смысл модуля и аргумента производной регулярной функции; понятие конформного отображения и геометрические принципы; определения элементарных функций комплексного переменного и соответствующие им конформные отображения;</p> <p>*понятие криволинейного интеграла от функции комплексного переменного; интегральную теорему Коши для односвязной и многосвязной области, интегральную формулу Коши;</p> <p>*свойства степенных рядов и равномерно сходящихся рядов регулярных функций;</p> <p>*понятие изолированных особых точек регулярных функций и различные способы</p>	<p>числами, используя различные формы представления комплексных чисел, их геометрическую интерпретацию;</p> <p>*определять разными способами дифференцируемость в смысле комплексного анализа;</p> <p>*строить конформные отображения и находить образ области при заданном конформном отображении;</p> <p>*вычислять криволинейные интегралы от функций комплексного переменного;</p> <p>*восстанавливать регулярную функцию по ее вещественной или мнимой части;</p> <p>*находить коэффициенты разложения в ряд Тейлора регулярных функций и радиус сходимости степенного ряда;</p> <p>*находить коэффициенты разложения в ряд Лорана функций, регулярных в кольце;</p> <p>*определять характер изолированной особой точки регулярной функции, определять порядок нуля и порядок полюса;</p> <p>*вычислять вычеты регулярных функций в изолированных особых точках;</p> <p>*находить значения криволинейных инте-</p>	<p>анализу математических моделей в различных областях знаний с учетом границ применимости моделей.</p>

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			их классификации; *понятие вычета и способы применения вычетов для вычисления криволинейных и несобственных интегралов.	гралов и некоторых типов определенных интегралов с помощью вычетов.	

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1. Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (108 час.), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр
		3
<b>Контактная работа, в том числе:</b>		
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
Занятия лекционного типа	36	36
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия)	36	36
<b>Иная контактная работа:</b>		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>		
СРС	20	20
Подготовка к текущему контролю	11,8	11,8
<b>Контроль:</b>	зачет	зачет
Подготовка к экзамену	-	-
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>108</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>76,2</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>3</b>

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

#### 2.2.1 Разделы дисциплины, изучаемые в третьем семестре

№ раздел	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	4

1.	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости.	12	4	4		4
2.	Комплексная дифференцируемость. Регулярные функции.	12	4	4		4
3.	Интегрирование функций комплексного переменного.	12	4	4		4
4	Ряды регулярных функций. Степенные ряды.	16	6	6		4
5	Ряды Лорана. Изолированные особые точки.	16	6	6		4
6	Теория вычетов и ее приложения.	18	6	6		6
7	Конформные отображения	17,8	6	6		5,8
	<b>Итого по дисциплине:</b>		<b>36</b>	<b>36</b>		<b>31,8</b>

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

### 2.3 Содержание разделов дисциплины:

#### 2.3.1 Занятия лекционносеминарского типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Комплексные числа. Геометрия и топология комплексной плоскости.	Комплексные числа и арифметические операции над ними. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексного числа. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корня $n$ -ой степени из комплексного числа. Предел последовательности комплексных чисел. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость. Множества и кривые на комплексной плоскости. Понятие $n$ -связной области. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.	Устный опрос
2.	Комплексная дифференцируемость. Регулярные функции.	Функции комплексного переменного; предел, непрерывность, однолиственность. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле.	Письменный опрос



		<p>Понятие регулярной функции. Сопряженные гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части.</p> <p>Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции. Понятие конформного отображения, общие свойства. Критерий конформности отображения. Гидродинамический смысл комплексной дифференцируемости.</p>	
3.	Интегрирование функций комплексного переменного.	<p>Определение и свойства криволинейного интеграла от функций комплексного переменного. Интегральная теорема Коши для односвязных и многосвязных областей.</p> <p>Первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница, другое определение логарифмической функции. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем значении. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций, формулы Коши для производных.</p>	Письменный опрос
4.	Ряды регулярных функций. Степенные ряды.	<p>Ряды регулярных функций в комплексной области, теорема Вейерштрасса о равномерной сходимости.</p> <p>Степенные ряды в комплексной области, теорема Абеля, радиус сходимости, формула Коши-Адамара.</p> <p>Ряды Тейлора. Теорема Тейлора, единственность разложения регулярной функции в степенной ряд. Степенные ряды элементарных функций:</p> $w = e^z, w = \sin z, w = \cos z, w = \frac{1}{1-z},$ $w = \frac{1}{1+z}, w = shz, w = chz.$	Коллоквиум
5.	Ряды Лорана. Изолированные особые точки.	<p>Ряды Лорана, область его сходимости. Разложение регулярной функции в ряд Лорана, единственность разложения.</p> <p>Изолированные особые точки однозначного характера; классификация изолированных особых точек. Полюсы регулярной функции, порядок полюса, связь между нулями и полюсами.</p> <p>Ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки.</p>	Аттестация
6.	Теория вычетов и ее приложения.	<p>Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Приемы вычисления вычетов. Теорема о полной сумме вычетов. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов вида</p>	Устный опрос

		$\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi, \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx,$ $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) e^{i\alpha x} dx.$	
7.	Конформные отображения.	<p>Отображения посредством линейной <math>w = az + b</math> и показательной <math>w = e^z</math> функций.</p> <p>Дробно-линейные отображения: непрерывность, однолиственность, конформность. Круговое свойство, свойство сохранения симметричных точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения.</p> <p>Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы (общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг). Функция Жуковского.</p> <p>Тригонометрические и гиперболические функции.</p> <p>Выделение однозначной ветви многозначной функции. Функция <math>w = \sqrt[n]{z}</math>, логарифмическая, общие степенная и показательная функции.</p>	Письменный опрос

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1.	2	3	4
1.	Комплексные числа. Геометрия и топология комплексной плоскости.	Комплексные числа и арифметические операции над ними. Геометрическая интерпретация. Предел последовательности комплексных и числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.	Решение задач.
2.	Комплексная дифференцируемость. Регулярные функции.	Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Дифференцируемость элементарных функций комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Восстановление голоморфной функции по ее вещественной (или мнимой) части.	Проверка выполнения домашних заданий Решение задач.
3.	Интегрирование функций комплексного переменного.	Интегрирование функций комплексного переменного. Применение интегральной теоремы Коши. Первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница. Интегральная формула Коши, формула Коши для производных..	Решение задач.
4.	Ряды регулярных функций. Степенные ряды.	Ряды регулярных функций в комплексной области, теорема Вейерштрасса о равномерной сходимости.	Решение задач.

		Степенные ряды в комплексной области, радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Разложение функций в ряды Тейлора. Степенные ряды элементарных функций: $w = e^z$ , $w = \sin z$ , $w = \cos z$ , $w = \frac{1}{1-z}$ , $w = \frac{1}{1+z}$ , $w = shz$ , $w = chz$ .	
5.	Ряды Лорана. Изолированные особые точки.	Разложение регулярной функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки однозначного характера. Классификация изолированных особых точек. Разложение функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки.	Решение задач.
6.	Теория вычетов и ее приложения.	Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Приемы вычисления вычетов. Теорема о полной сумме вычетов. Вычисление с помощью вычетов определенных и несобственных интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi, \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx,$ $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) e^{i\alpha x} dx.$	Решение задач.
7.	Конформные отображения.	Отображения посредством линейной $w = az + b$ и показательной $w = e^z$ функций. Дробно-линейные отображения: непрерывность, однолиственность, конформность. Круговое свойство, свойство сохранения симметричных точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы (общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг). Функция Жуковского. Тригонометрические и гиперболические функции. Выделение однозначной ветви многозначной функции. Функция $w = \sqrt[n]{z}$ , логарифмическая, общие степенная и показательная функции.	Построение конформных отображений

**2.3.3 Лабораторные занятия – не предусмотрены**

**2.3.4 Курсовые работы – не предусмотрены**

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
2	3
Выполнение индивидуально задания	Сборник задач по теории аналитических функций и операционному исчислению. Учебное пособие/ под редакцией

		Мавроди Н.Н.; Кубан. гос. ун-т. Краснодар, 1997, 156 с. ISBN 5-230-21802-9
--	--	---

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии.**

Преподавание дисциплины включает следующие формы работы:

- лекции;
- практические занятия;
- контрольные работы;
- коллоквиумы;
- консультации преподавателей;
- экзамен;
- самостоятельная работа студентов:

(изучение теоретического материала; выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных типовых заданий; подготовка к опросу; подготовка и выступление с докладом; подготовка к зачету).

Образовательные технологии, используемые в учебном процессе:

- лекции с проблемным изложением;
- дискуссии по сложным вопросам;
- технология развития критического мышления;
- работа, направленная на усвоение знаний и способов действий по самоконтролю;
- консультации преподавателей.

#### **Примерные вопросы, вынесенные на дискуссию**

1. Индукция и аналогия в математике. Доказательство математических утверждений по аналогии (по усмотрению лектора).
2. Проверка существенности условий теорем (по усмотрению лектора).
3. Доказательство теорем с данной формулировкой и планом доказательства (по усмотрению лектора).
4. Решение задач различными способами.

Студентам предлагается выполнить типовые индивидуальные задания для самостоятельной работы по ТФКП (см. задачи для самостоятельной работы № 1-27 (см. доп. литературу [2])). Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ и выполнения самостоятельной работы. Итоговый контроль осуществляется в форме зачета.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

##### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

###### Примерные контрольные задания (ОПК-2):

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа

$$\frac{(1+i)^{28}}{(1-i)^{24} - i(1+i)^{24}}$$

2. Представить в алгебраической форме

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{2-i}$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости.

$$\sqrt[4]{-64i}$$

4. Изобразить на плоскости множество точек, заданное неравенствами

$$\{|z-i| < 1, |z+2i| \leq 3\}$$

5. Определить вид кривой

$$z = 1 + t + i(t^2 - 2t)$$

6. Выяснить, какие множества  $z$  комплексной плоскости удовлетворяют неравенства

$$\operatorname{Im} i\bar{z}^2 > 2$$

7. Найти коэффициент растяжения  $K$  и угол поворота  $\theta$  для отображения

$$f(z) = \frac{(z-2i)^2}{z+i} \text{ в точке } z = 1+i.$$

8. Вычислить интеграл:

$$\int_L (z^3 + 2z) dz,$$

где кривая  $L$  – отрезок, соединяющий точки

9. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{i+2}{i-3}\right)^{3n}$ .

10. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки  $z = 0$  функцию

$$f(z) = e^z \cos z.$$

11. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки  $z = 0$  функцию

$$f(z) = \frac{z+1}{z^2 + 4z - 5}$$

и найти радиус сходимости ряда.

12. Найти изолированные особые точки функции  $f(z)$  и установить их характер

$$f(z) = z \left( e^{\frac{1}{z}} - 1 \right);$$

13. Найти вычеты функции  $f(z)$  относительно всех ее изолированных особых точек и относительно бесконечно удаленной точки (если она не является предельной для особых точек).

$$f(z) = \frac{\cos z}{(z+1)^2}.$$

14. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\oint_{|z|=1} \frac{\cos \varphi dz}{z^3}.$$

15. Вычислить с помощью теории вычетов определенный интеграл:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(4 + \cos \varphi)^2}.$$

16. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интеграл:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 4)(x^2 + 25)},$$

17. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интегралы:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$$

18. Вычислить несобственный интеграл от рациональной функции с помощью теории вычетов.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin 3x}{x^2 - 3x + 2} dx.$$

19. Найти образ области  $D$  при отображении функцией  $f(z) = z^2$

$$\left\{ |z| > 2, \frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{\pi}{2} \right\},$$

20. Найти образ множества

$$\left\{ |z| > 2, \frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{2\pi}{3} \right\}$$

при отображении  $w = z^3$

21. Найти дробно-линейное отображение, переводящее три точки  $0, 1+i, 2i$  соответственно в точки  $0, 2+2i, 4$ .

22. Найти образ области

$$\{|z| < 1, \operatorname{Im} z > 0\}$$

при отображении  $w = \frac{z}{z - 2i}$ .

23. Найти образ при отображении  $w = e^{-4z}$  полуполосы

$$\left\{ -2 < \operatorname{Re} z < 0, -\frac{\pi}{4} < \operatorname{Im} z < 0 \right\}$$

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### Вопросы для подготовки к коллоквиуму (ОПК-2)

#### Определения и формулировки теорем.

1. Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическая интерпретация.
2. Тригонометрическая и показательная форма представления комплексного числа.
3. Формулы Эйлера и Муавра.
4. Извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа.
5. Предел последовательности комплексных чисел.
6. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость.
7. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность.
8. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
9. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле.
10. Понятие регулярной функции.
11. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.
12. Интегрирование функции комплексного переменного. Свойства интегралов.
13. Интегральная теорема Коши для односвязной области
14. Теорема о существовании первообразной для непрерывной функции.
15. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
16. Интегральная формула Коши.
17. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций.
18. Сопряженные гармонические функции.
19. Восстановление регулярной функции по ее вещественной (мнимой) части.
20. Интеграл типа Коши.
21. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.
22. Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса.
23. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
24. Разложение регулярной функции в ряд Тейлора.
25. Разложение в степенной ряд элементарных функций:

$$w = e^z, w = \sin z, w = \cos z, w = \frac{1}{1-z}, w = \frac{1}{1+z}, w = shz, w = chz.$$

#### Доказательства утверждений

1. Извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа.
2. Теорема о существовании предела последовательности комплексных чисел.
3. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле. Условия Коши-Римана.
4. Интегральная теорема Коши для односвязной области
5. Интегральная формула Коши для односвязной области.
6. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций

7. Гармонические функции. Сопряженные гармонические функции.
8. Восстановление регулярной функции по ее вещественной (мнимой) части.
9. Степенные ряды. Теорема Абеля

### Вопросы для подготовки к зачету (ОПК-2)

1. Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическая интерпретация.
2. Тригонометрическая и показательная форма представления комплексного числа.
3. Формулы Эйлера и Муавра.
4. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа.
5. Предел последовательности комплексных чисел.
6. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.
7. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость.
8. Функции комплексной переменной. Предел, непрерывность.
9. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
10. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле.
11. Понятие регулярной функции.
12. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.
13. Интегрирование функции комплексной переменной. Свойства интегралов.
14. Интегральная теорема Коши для односвязной области
15. Теорема о существовании первообразной для непрерывной функции.
16. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
17. Интегральная формула Коши.
18. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций.
19. Сопряженные гармонические функции.
20. Восстановление регулярной функции по ее вещественной (мнимой) части.
21. Интеграл типа Коши.
22. Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса.
23. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
24. Разложение регулярной функции в ряд Тейлора.
25. Разложение в степенной ряд элементарных функций:

$$w = e^z, w = \sin z, w = \cos z, w = \frac{1}{1-z}, w = \frac{1}{1+z}, w = shz, w = chz.$$

26. Ряды Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение функций в ряды Лорана.
27. Изолированные особые точки и их классификация.
28. Ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки.
29. Полюсы регулярной функции, порядок полюса, связь между нулями и полюсами.
30. Определение вычета в конечной изолированной особой точке, формулы для его вычисления.
31. Основная теорема о вычетах. Вычет в бесконечности.
32. Теорема о полной сумме вычетов.

33. Вычисление с помощью вычетов определенных интегралов вида  $\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi$

34. Вычисление с помощью вычетов несобственных интегралов вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx, \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) e^{i\alpha x} dx.$$

35. Показательная функция  $w = e^z$  и её свойства



36. Отображение  $w = \frac{1}{z}$  и его свойства. Понятие инверсии, свойства.
37. Дробно-линейные отображения: непрерывность, однолиственность, конформность. Круговое свойство, свойство сохранения симметричных точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения.
38. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы (общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг).
39. Функция Жуковского.
40. Тригонометрические и гиперболические функции.

#### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.**

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **5.1 Основная литература:**

1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с.

(см. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322))

2. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань, 2004. - 336 с.

3. Волковысский И.М., Лунц, Араманович. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с.

(см. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2763](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763)).

#### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Теория функций комплексного переменного/ Шабунин М.И. [и др.], М..БИНОМ. 2002.-248 с.

2. Сборник задач по теории аналитических функций и операционному исчислению. Учебное пособие/ под редакцией Мавроди Н.Н.; Кубан. гос. ун-т. Краснодар, 1997, 156 с. ISBN 5-230-21802-9.

#### **5.3. Периодические издания:**

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:  
<http://db.edu.kubannet.ru/infoneeds/guests/courseview.jsp?cid=56859>  
[http://e.lanbook.com/books/pdf.php?book\\_id=322&p\\_id=25&bookid=3190](http://e.lanbook.com/books/pdf.php?book_id=322&p_id=25&bookid=3190) .

**6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:** *не предусмотрены*

**7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Для облегчения освоения курса и подготовки к зачету и экзамену в первом семестре студентам предлагается выполнение типовые индивидуальных заданий для самостоятельной работы по темам дисциплины. Индивидуальные задания выполняются в отдельной тетради и проверяются преподавателем с выборочной защитой (варианты задач для самостоятельной работы даны в [2], № 1-27 в доп. списке литературы).

Итоговый контроль осуществляется в форме зачета. Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ и выполнения самостоятельной работы.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующими индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

*не предусмотрены*

**8.1 Перечень необходимого программного обеспечения**

*не предусмотрены*

**8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем**

*не предусмотрены*

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
Лекционные занятия	Лекционная аудитория, для проведения лекционных занятий, интерактивная доска
Семинарские занятия	Учебные аудитории для проведения и семинарских занятий, интерактивная доска
Лабораторные занятия	Рабочим планом не предусмотрены.
Курсовое проектирование	Рабочим планом не предусмотрены.
Групповые (индивидуальные) консультации	Учебная аудитория, оснащенная интерактивной доской
Текущий контроль, промежуточная аттестация	Учебная аудитория, оснащенная интерактивной доской
Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.