

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Физико – технический факультет

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования, первый  
проректор



Иванов А.Г.

2017 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Б1.Б.05.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Направление подготовки: 12.03.04 Биотехнические системы и технологии

Направленность: Инженерное дело в медико-биологической практике

Программа подготовки: академический бакалавриат

Форма обучения: очная

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины Б1.Б.05.01 «Математический анализ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 12.03.04 Биотехнические системы и технологии

Программу составил:

Подберезкина А.И.,  
ст.преподаватель кафедры теории функций



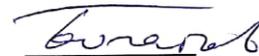
Рабочая программа дисциплины Б1.Б.05.01 «Математический анализ» утверждена на заседании кафедры теории функций протокол № 1 «31» августа 2017г.

Заведующий кафедрой (разработчик) Лазарев В.А.



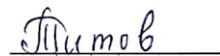
Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры теоретической физики и компьютерных технологий протокол № 16 «4» мая 2017г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Богатов Н.М.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 1 «31» августа 2017г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.



Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение–Юг».

Засядко Ольга Владимировна, канд. пед. наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий

## Рецензия

на рабочую программу по дисциплине

«Математический анализ»

по направлению подготовки

12.03.04 Биотехнические системы и технологии,

очной формы обучения.

Составитель рабочей программы:

старший преподаватель каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ»

Подберезкина А.И.

Рабочая учебная программа дисциплины «Математический анализ» разработана для обеспечения выполнения требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования к подготовке студентов направления подготовки 12.03.04 Биотехнические системы и технологии (уровень бакалавриата).

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Указаны требования к знаниям, умениям и навыкам, полученным в ходе изучения дисциплины, по каждой из формируемых компетенций. Указаны требования к «входным» знаниям, умениям и навыкам обучающегося, необходимые при освоении данной дисциплины и приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин (модулей).

Для усиления самостоятельной работы и повышения качества знаний студентам предлагается методические разработки и типовые задания для индивидуальной самостоятельной работы.

Рабочая программа дисциплины способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» способствует приобретению и развитию умений и навыков для решения профессиональных задач методами математического анализа, формированию компетентного специалиста.

Рецензент,  
Гусаков В.А.,  
канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение-Юг»



## Рецензия

на рабочую программу по дисциплине  
«Математический анализ»  
по направлению подготовки  
12.03.04 Биотехнические системы и технологии,  
очной формы обучения.

Составитель рабочей программы:  
старший преподаватель каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ»  
Подберезкина А.И.

Рабочая учебная программа дисциплины «Математический анализ» разработана для обеспечения выполнения требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования к подготовке студентов направления подготовки 12.03.04 Биотехнические системы и технологии (уровень бакалавриата).

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Указаны требования к знаниям, умениям и навыкам, полученным в ходе изучения дисциплины, по каждой из формируемых компетенций. Указаны требования к «входным» знаниям, умениям и навыкам обучающегося, необходимые при освоении данной дисциплины и приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин (модулей).

Для усиления самостоятельной работы и повышения качества знаний студентам предлагается методические разработки и типовые задания для индивидуальной самостоятельной работы.

Рабочая программа дисциплины способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» способствует приобретению и развитию умений и навыков для решения профессиональных задач методами математического анализа, формированию компетентного специалиста.

Рецензент,  
Засядко О.В., доцент, канд. пед. наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий ФГБОУ ВО КубГУ. 

### 1.1 Цель освоения дисциплины.

**1.1. Цель дисциплины** – изучение теоретических основ математического анализа, освоение методов исследования функций и формирование у студентов способности применять полученные знания к построению и анализу математических моделей физических процессов.

### 1.2 Задачи дисциплины.

Задачи освоения дисциплины состоят в обучении студентов основным математическим методам, а также в приложении этих методов к решению различных задач при изучении специальных дисциплин, а также в их дальнейшей профессиональной деятельности.

Формирование у студента фундаментальных понятий и знаний:

- формирование знаний о действительных числах и операциях с действительными числами;
- формирование знаний о свойствах пределов последовательностей и пределов функций одной и многих переменных. Владение методами вычисления пределов;
- формирование знаний о локальных и глобальных свойствах непрерывных функций одной и многих переменных;
- формирование знаний о производных, их геометрическом и физическом смысле, дифференцируемых функциях одной и нескольких переменных, а также навыков их применения к исследованию свойств функций и отысканию их приближенных значений;
- формирование знаний об интегрировании функций одной и многих переменных, включая определенные, криволинейные, кратные и поверхностные интегралы; овладения навыками их вычисления и применения;
- формирование представлений об основных элементах теории поля, овладение навыками применения формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса;
- формирование знаний о числовых, функциональных и степенных рядах, умений и навыков использования представления функций в виде ряда Тейлора;

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «*Математический анализ*» относится к базовой части Блока 1 "Дисциплины" учебного плана.

Для успешного освоения данного предмета студенты должны владеть математическими знаниями в рамках программы средней школы.

Знания, полученные при изучении этого курса, используются в дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, дискретной математике, математической логике и др., а также в физических дисциплинах, таких как оптика, теоретическая физика, механика и др.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных компетенций (ОПК-2)

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-2	Способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат.	*основные положения и принципы математического анализа, физическую сущность фундаментальных понятий; *теоретические основы понятий, математического анализа и способы их применения в физических дисциплинах и других областях знаний; *понятие действительного числа, свойства операций над действительными числами; *основные понятия топологии действительной прямой, $n$ -мерного евклидова пространства; *понятие функции, композиции функции, обратной функции; функции, заданной параметрически, неявно и уравнениями в полярных координатах; *определение предела последовательности	решать стандартные задачи производить арифметические действия над действительными числами; *производить операции над функциями, устанавливать их свойства и строить графики; *находить пределы числовых последовательностей и функций; *исследовать непрерывность функций в точке и на множестве; *используя систему знаний, решать прикладные задачи, предполагающие предварительную математизацию ситуации: переводить условие физической задачи на математический язык и полученные результаты интерпретировать на языке исходной задачи; *находить производные и дифференциалы функций,; *использовать	*базовыми знаниями в области математики и естественных научных дисциплин, навыками практического использования математических методов к решению типовых профессиональных задач

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			ости и функции, их свойства; методы нахождения пределов функции одной и многих переменных; *понятие непрерывности функции в точке и на множестве, свойства непрерывных функций одной и многих переменных; *понятия дифференцируемости функции, дифференциала, правила дифференцирования, геометрический и механический смысл производной и дифференциала функции одной и многих переменных; *формулу Тейлора; *понятие экстремума функции одной и многих переменных; теоремы об исследовании функции на экстремум;	геометрический и механический смысл производной в прикладных задачах; использовать дифференциал для приближённых вычислений значений функций; *производить исследование поведения функций с помощью производных; *находить первообразную функции и неопределённый интеграл, используя основные методы интегрирования; *вычислять определённый интеграл, используя формулы Ньютона-Лейбница, замену переменной и интегрирование по частям; *находить частные производные и дифференциалы функции многих переменных; *находить локальный и условный экстремумы	

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			о интеграла, их свойства; основные методы интегрирования ; *определение и свойства интеграла Римана; приложения определенного интеграла к геометрически м и физическим задачам; *понятие двойного, тройного интеграла; их свойства и приложения к геометрически м и физическим задачам; *понятие криволинейног о и поверхностного интеграла первого и второго рода, их свойства и применения; *основные понятия теории поля; *определение числового ряда, суммы ряда, свойства и признаки сходимости рядов; понятие абсолютной и условной сходимости ряда; *понятие	функций многих переменных; наибольшее и наименьшее значения функций на компакте; *вычислять двойные и тройные интегралы; *применять интегралы функций одной и многих переменных в геометрических и физических задачах; *находить криволинейные и поверхностные интегралы и применять их в геометрических и физических задачах; *использовать основные понятия теории поля и применять формулы Грина, Остроградского и Стокса в геометрических и физических задачах; *находить суммы числовых рядов и исследовать их сходимость; *находить радиус и область сходимости степенного ряда, разлагать элементарные	

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			функционально го ряда; *определение степенного ряда, ряда Тейлора, основные разложения элементарных функций в степенные ряды;	функции в степенные ряды; *применять ряды в приближённых вычислениях и оценивать с помощью формулы Тейлора погрешность при замене функции многочленом;	

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 9 зач.ед. (324 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		1	2		
<b>Контактная работа, в том числе:</b>					
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	204	108	96		
Занятия лекционного типа	102	54	48		
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	102	54	48		
<b>Иная контактная работа:</b>					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	4	2		
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,6	0,3	0,3		
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>					
Проработка учебного(теоретического материала)	25	18	7		
Выполнение индивидуальных заданий	17	11	6		
Подготовка к текущему контролю	18	12	6		
<b>Контроль:</b>					
<b>Подготовка к экзамену</b>	53,4	26,7	26,7		
Общая трудоемкость	<b>час.</b>	324	180	144	
	<b>в том числе контактная работа</b>	210,6	112,3	98,3	
	<b>зач.ед</b>	9	5	4	

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

#### 2.1.1.Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	

1	2	3	4	5		7
1.	Введение в анализ.	19	8	6	-	5
2.	Предел последовательности.	18	6	6	-	6
3.	Предел функции.	20	8	6	-	6
4.	Непрерывность функции.	18	8	4	-	6
5.	Дифференцирование функций одной переменной.	24	8	10	-	6
6.	Неопределённый интеграл	22	6	10	-	6
7.	Определённый интеграл, несобственный интеграл, приложения определенного интеграла.	28	10	12	-	6
	<i>Итого по дисциплине:</i>		54	54	-	41

### 2.1.2 Разделы дисциплины, изучаемые во 2 семестре

№ раздел	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СРС
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	4
1.	Функции многих переменных	12	6	4		2
2.	Дифференцирование функций многих переменных	20	8	10		2
3.	Кратные интегралы и их приложения.	25	10	12		3
4.	Криволинейные интегралы.	16	6	6		4
5.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	18	8	8		2
6.	Числовые и функциональные ряды.	14	6	4		4
7.	Степенные ряды.	10	4	4		2
	<i>Итого по дисциплине:</i>		48	48		19

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

### 2.3 Содержание разделов дисциплины:

#### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Введение в анализ	Предмет математического анализа. Понятие множества, операции над ними. Логическая символика. Мощность множества. Счетность рациональных чисел. Несчетность действительных чисел. Множество действительных чисел, их свойства. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности. Верхняя и нижняя грани числовых множеств Теорема существования верхней (нижней) грани	Обсуждение домашнего задания.. Коллоквиум

		<p>числового множества.</p> <p>Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.</p> <p>Общее понятие функции (отображения).</p> <p>Композиция функций. Обратная функция.</p> <p>Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.</p> <p>Функции, заданные неявно, параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.</p>	
2.	Предел последовательности.	<p>Определение предела последовательности.</p> <p>Свойства сходящейся последовательности: единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.</p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.</p> <p>Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами</p> <p>Предел монотонной последовательности. Число «<math>\epsilon</math>». Принцип стягивающихся отрезков.</p> <p>Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.</p> <p>Фундаментальные последовательности.</p> <p>Критерий Коши сходимости числовой последовательности.</p>	<p>Обсуждение домашнего задания..</p> <p>Коллоквиум.</p>
3.	Предел функции.	<p>Понятие предела функции. Различные определения предела.</p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства пределов функций.</p> <p>Арифметические операции над функциями, имеющими пределы. Свойства предела функции, связанные с неравенствами. Предел композиции функций. Пределы монотонных функций.</p> <p>Критерий Коши существования предела функции</p> <p>Первый замечательный предел и его следствия.</p> <p>Второй замечательный предел и его следствия.</p>	<p>Устные опросы.</p> <p>Коллоквиум.</p>
4.	Непрерывность функции.	<p>Понятие непрерывности функции в точке.</p> <p>Локальные свойства непрерывных функций, непрерывных в точке. Точки разрыва функции.</p> <p>Непрерывность основных элементарных функций.</p> <p>Свойства функций, непрерывных на отрезке.</p> <p>Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении функции). Следствие теоремы. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности функции). Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении функцией экстремальных значений).</p> <p>Сравнение функций. <math>O</math> – символика. Теоремы об эквивалентных функциях. Сравнение</p>	<p>Устные опросы.</p> <p>Коллоквиум.</p>

		бесконечно малых функций.	
5.	Дифференцирование функций одной переменной	<p>Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Односторонние и бесконечные производные. Таблица производных основных элементарных функций.</p> <p>Дифференциал функции. Геометрический и физический смысл дифференциала</p> <p>Правила дифференцирования.</p> <p>Производная обратной функции, функции, заданной неявно и параметрически. Таблица производных основных элементарных функций.</p> <p>Производная композиции функций.</p> <p>Инвариантность формы первого дифференциала.</p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференциалы высших порядков от сложных функций.</p> <p>Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.</p> <p>Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей</p> <p>Многочлен Тейлора и формула Тейлора дифференцируемой функции, различные формы записи остаточного члена. Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и значений функций.</p> <p>Исследование функций: условия постоянства и монотонности; экстремумы, направление выпуклости графика функции, точки перегиба, асимптоты.</p> <p>Экстремальные значения функции на отрезке.</p>	Устные опросы. Коллоквиум.
6.	Неопределенный интеграл.	<p>Первообразная функции и неопределенный интеграл, свойства. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций.</p> <p>Основные методы интегрирования: замена переменного, интегрирование по частям.</p> <p>Простые дроби и их интегрирование.</p> <p>Разложение рациональной функции на простые дроби. Интегрирование рациональных функций.</p> <p>Интегрирование иррациональных функций.</p> <p>Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.</p>	Устные опросы
7.	Определённый интеграл и его приложения, несобственный интеграл.	<p>Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла.</p> <p>Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства.</p> <p>Критерий интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций.</p> <p>Интеграл с переменным верхним пределом.</p> <p>Формула Ньютона – Лейбница.</p> <p>Понятие длины кривой. Дифференциал дуги гладкой кривой. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.</p> <p>Понятие площади плоской фигуры. Выражение</p>	Устные опросы

		<p>площади интегралом.</p> <p>Понятие объема пространственной области.</p> <p>Вычисление объема тела с помощью поперечных сечений. Объем тела вращения. Вычисление площадей поверхностей вращения.</p> <p>Приложение определенного интеграла к задачам физики. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от неограниченных функций. Признаки сравнения и некоторые условия их сходимости.</p>	
8.	Функции многих переменных	<p>Линейное пространство <math>R^m</math>. Норма, сходимость последовательности точек. Открытые и замкнутые множества, их свойства, окрестности.</p> <p>Вещественная функция двух переменных и ее график, линии уровня. Двойные и повторные пределы. Предел функции многих переменных, непрерывность.</p> <p>Локальные свойства непрерывных функций.</p> <p>Свойства функций, непрерывных на компакте.</p>	Устные опросы
9.	Дифференцирование функций многих переменных	<p>Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных.</p> <p>Дифференцируемость функции многих переменных. Полный дифференциал.</p> <p>Геометрический смысл частной производной и полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости.</p> <p>Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.</p> <p>Производная по направлению. Градиент.</p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства вторых производных. Формула Тейлора функции многих переменных.</p> <p>Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума.</p> <p>Достаточные условия локального экстремума.</p> <p>Вычисление производных функций, заданных неявно.</p> <p>Понятие об условном экстремуме. Метод неопределенных множителей Лагранжа.</p> <p>Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций на компакте.</p>	Устные опросы
10.	Кратные интегралы и их приложения.	<p>Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла.</p> <p>Суммы Дарбу. Условия существования двойного интеграла. Свойства двойных интегралов.</p> <p>Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной</p>	Устные опросы

		<p>областей.</p> <p>Элемент площади в криволинейных координатах.</p> <p>Замена переменных в двойном интеграле.</p> <p>Полярные координаты.</p> <p>Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле.</p> <p>Цилиндрические и сферические координаты.</p> <p>Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.</p>	
11.	Криволинейные интегралы.	<p>Криволинейные интегралы I-го и 2-го рода, их свойства. Геометрический смысл криволинейного интеграла I-го рода.</p> <p>Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода. Способы сведения криволинейных интегралов к определенным интегралам.</p> <p>Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала</p> <p>Первообразная для подынтегрального выражения <math>P(x, y)dx + Q(x, y)dy</math>. Работа силового поля.</p> <p>Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.</p>	Устные опросы
12.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	<p>Понятие гладкой поверхности. Векторно-параметрическая форма задания поверхности.</p> <p>Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>Площадь поверхности. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства.</p> <p>Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности и выбор стороны. Направляющие косинусы нормали. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам.</p> <p>Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме.</p> <p>Поток вектора через поверхность. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.</p>	Устные опросы
13.	Числовые и функциональные ряды.	<p>Числовой ряд. Определение суммы ряда.</p> <p>Необходимое условие сходимости ряда. Ряд геометрической прогрессии.</p> <p>Свойства сходящихся рядов. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами.</p> <p>Признаки сходимости рядов: сравнения, Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд и его сходимость.</p> <p>Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Признак Лейбница.</p> <p>Понятие функционального ряда, его суммы.</p> <p>Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса</p>	Устные опросы

		равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.	
14.	Степенные ряды.	Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Степенные ряды основных элементарных функций: $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $(1+x)^r$ , $\ln(1+x)$ . Использование разложения функции в ряд Тейлора в приближённых вычислениях и при вычислении пределов функции.	Устные опросы

### 2.3.2 Практические занятия.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Введение в анализ.	Операции над множествами. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Композиция функций. Обратная функция. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Композиция функций, обратная функция, функции, заданные неявно, параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах, гиперболические функции, их свойства построение графиков. Верхняя и нижняя грани функции.	Решение задач. Контрольная работа 1.
2.	Предел последовательности.	Вычисление предела последовательностей. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Вычисление пределов последовательностей с помощью принципа сходимости монотонной последовательности. Частичные пределы числовой последовательности. Верхний и нижний пределы.	Решение задач. Контрольная работа 1.
3.	Предел функции.	Техника вычисления пределов функций (раскрытие неопределённостей, замена переменного при вычислении предела). Использование замечательных пределов при вычислении пределов. Вычисления пределов функций с помощью асимптотических формул и теорем об эквивалентных функциях. Пределы монотонных функций. Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательные предел Следствия второго замечательного предела. Сравнение функций.	Решение задач. Контрольная работа 2.
4.	Непрерывность функции.	Исследование функции на непрерывность. Точки разрыва функции, их классификация. Классификация точек разрыва. Локальные	Обсуждение домашнего задания.

		свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	Контрольная работа 2.
5.	Дифференцирование функций одной переменной.	Нахождение производной функции, заданной явно, используя правила дифференцирования. Нахождение производной обратной функции, функции, заданной параметрически и неявно, дифференциала функции. Решение задач прикладного характера, с использованием геометрического и физического смысла производной и дифференциала. Нахождение производных и дифференциалов высших порядков. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и значений функций. Исследование функций с помощью производной.	Решение задач. Контрольная работа 2.
6.	Неопределенный интеграл.	Вычисление интегралов (замена переменного, интегрирование по частям). Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических и гиперболических функций.	Обсуждение домашнего задания.
7.	Определённый интеграл и его приложения, несобственный интеграл.	Вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле. Вычисление длины кривой, площади плоской фигуры, объема тела с помощью поперечных сечений, объема тела вращения, площадей поверхностей вращения. Применение определенного интеграла к физическим задачам. Вычисление несобственных интегралов. Признаки сравнения и некоторые условия сходимости несобственных интегралов.	Обсуждение домашнего задания.
8.	Функции многих переменных.	Вещественная функция двух переменных и ее график, линии уровня. Вычисление двойных и повторных пределов. Нахождение областей определения функций многих переменных, линий и поверхностей уровня, предела, исследование на непрерывность функции многих переменных.	Решение задач.
9.	Дифференцирование функций многих переменных.	Нахождение частных производных и дифференциалов функции многих переменных. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Вычисление производных функций, заданных неявно. Нахождение производной по направлению, градиента функции. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков. Экстремум функции многих переменных. Нахождение условного экстремума методом	Решение задач.

		неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций на компакте.	
10.	Кратные интегралы и их приложения	Вычисление двойных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной областей. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты. Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.	Решение задач.
11.	Криволинейные интегралы.	Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода с помощью формулы Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Нахождение первообразной для подынтегрального выражения $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ . Вычисление работы силового поля. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.	Решение задач.
12.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля.	Вычисление площади поверхности. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам. Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Поток вектора через поверхность. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.	Решение задач.
13.	Числовые и функциональные ряды.	Необходимое условие сходимости ряда. Исследование сходимости рядов с положительными членами. Нахождение суммы ряда. Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Признак Лейбница. Исследование сходимости функционального ряда.	Решение задач.
14.	Степенные ряды.	Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда, области сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Использование разложения функции в ряд	Решение задач.

	Тейлора в приближённых вычислениях и при вычислении пределов функции.	
--	---	--

**2.3.3 Лабораторные занятия.** Не предусмотрены.

**2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)**

Курсовые работы не предусмотрены.

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).**

**1 семестр**

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Введение в анализ.	1 [1]- [3] (из списка 5.1) [1] (из списка 5.2)
2	Предел последовательности.	[1]- [3] (из списка 5.1). [1], [2] (из списка 5.2)
3	Предел функции.	[1], [2], [4] (из списка 5.1) [1], [2] (из списка 5.2)
4	Непрерывность функции.	[1], [2], [4] (из списка 5.1) [1], [2] (из списка 5.2)
5	Дифференцирование функций одной переменной.	[1], [2], [4] (из списка 5.1). [1], [2] (из списка 5.1)
6	Неопределённый интеграл.	[2], [4] (из списка 5.1) [1] (из списка 5.1)
7	Определённый интеграл, несобственный интеграл, приложения определенного интеграла.	[2], [4] (из списка 5.1) [1] (из списка 5.1)

**2 семестр**

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Дифференцирование функций многих переменных.	[3] (из списка 5.1) [2], [3] (из списка 5.2)
2	Кратные интегралы и их приложения.	[2], [5] (из списка 5.1) [4] (из списка 5.1)
3	Криволинейные и поверхностные интегралы.	[5] (из списка 5.1) [5] (из списка 5.1)
4	Числовые,	[2], [4] (из списка 5.1) [2], [3] (из списка 5.1)

	функциональные и степенные ряды.	
--	----------------------------------	--

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии.

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены, компьютеры. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. В семестре проводятся контрольные работы (на практических занятиях). Экзамен сдается после сдачи контрольных работ.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

#### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

##### *Типовые задачи для самостоятельной работы (ОПК-2)*

#### І семестр

1. Построить графики функций:

$$\text{а) } y = \left| \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \right|; \text{ б) } y = |x - 2| + |3x|; \text{ в) } y = 3^{\sin x}.$$

2. Найти пределы последовательностей:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 5n} - \sqrt{n^2 + 2}); \text{ б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2 + 5n}; \text{ в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n + 3}{2n - 1} \right)^{n-3}.$$

3. Найти пределы функций:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{x^2}; \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1 + x}{2 + x} \right)^{x^2}.$$

4. Вычислить производные функций:

$$\text{а) } f(x) = (\cos x)^{\sin x}; \text{ б) } f(x) = (\ln x - 2)\sqrt{1 + \ln x}; \text{ в) } f(x) = \frac{\arccos \ln \sqrt{2x + 1}}{x^3 - 1}.$$

5. Найти производные  $y'_x$ ,  $y''_{x^2}$  функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$$

6. Найти производную  $y'_x$  функции  $y = y(x)$ , заданной неявно:  $e^y + y = \ln x + x$ .

7. Найти дифференциал функции  $f(x, y) = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$ .

8. Найти  $df$  и  $d^2 f$  для функции  $f$ , если  $f(x) = (x+1) \cdot e^x$ .

9. Найти дифференциал первого и второго порядка для функции  $y = e^{3tg4x}$ .

10. Найти  $y''$ , если  $y = \frac{1}{6}(e^{3x} + e^{-3x})$ ;

11. Найти производную порядка  $n$  для функции  $y = (x^2 + 1)e^{3x}$ .

12. Вычислить приближенно  $\sqrt[3]{125,5}$ .

13. Написать формулу Лагранжа для функции  $y = \arcsin 2x$  на отрезке  $[x_0, x_0 + \Delta x]$ .

14. Показать, что график функции  $y = \ln(x^2 - 1)$  везде выпуклый.

15. Построить график функции  $y = 3x^3 + 4x^2 + 1$ .

16. Вычислить неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx; \text{ б) } \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2\cos x}}; \text{ в) } \int \frac{\arccos^2 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$$

17. Вычислить определенные интегралы

$$\text{а) } \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx; \text{ б) } \int_{-2}^1 \frac{(2x+4)dx}{x^2+4x+13}; \text{ в) } \int_{-2}^1 \frac{(x+5)dx}{x^2+4x+13};$$

18. Вычислить несобственные интегралы

$$\text{а) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+13}; \quad \text{б) } \int_0^2 \frac{xdx}{\sqrt{(4-x^2)^3}};$$

19. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:  $x = \cos t$ ,  $y = 2 \sin t$ .

20. Найти объем тела, образованного при вращении вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной данными кривыми:  $xy = 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .

## II семестр

21. Найти частные производные второго порядка функции

$$f(x, y) = \operatorname{arctg}(x/y).$$

22. Исследовать функцию на экстремум:

$$\text{а) } f(x, y) = 4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 7; \quad \text{б) } u = \frac{x^3}{3} + 2y^2 - z^2x + z$$

23. Найти наибольший объем, который может иметь прямоугольный параллелепипед, если сумма длин ребер его равна  $a$ .

24. Найти производные и полные дифференциалы первого порядка и второго порядка

$$\text{функции } z = x^2 \ln y, \text{ где } x = \frac{u}{v}; \quad y = 3u - 2v;$$

25. Дана функция  $x \cos y + y \cos z + z \cos x = 1$ , заданная неявно. Найти частные производные и дифференциалы первого и второго порядков.

26. Найти экстремум функции интеграл  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  при условии  $2x + y = 4$ .

27. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в области

$$z = x^2 - y^2, \quad D: x^2 + y^2 \leq 4;$$

28. Вычислить интегралы:

а)  $\int_0^1 dx \int_{-1}^2 (x + 2|y|) dy$ ; б)  $\int_0^\pi x dx \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x - y) dy$ ;

29. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z + x^2 + y^2 = 1, \quad x + y + z = 1;$$

30. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми.

$$x^2 + 3y^2 = 4, \quad y \leq x, \quad y \geq 0.$$

31. Определить координаты центра тяжести однородного шарового слоя, заключенного между сферой  $x^2 + y^2 + z^2 = 8$  и плоскостями  $x = -1$  и  $x = 2$ .

32. В двойном интеграле  $\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$  расставить пределы интегрирования в том и

другом порядке, если  $\Omega$  – треугольник с вершинами  $O(0;0)$ ,  $A(1,0)$ ,  $B(1,1)$ ;

33. В двойном интеграле  $\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам  $r$  и  $\varphi$  и

расставить пределы интегрирования, если:  $\Omega = \{x^2 + y^2 \leq ax\}, (a > 0)$ .

34. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми.

$$r = 1 + \cos \varphi, \quad r = \sqrt{3} \sin \varphi.$$

35. Найти массу пластинки, ограниченной кривыми:  $x = 1$ ,  $y = x^2$ ,  $y = -\sqrt[3]{x}$ ,

где  $\rho(x, y) = 5x^2 + 4xy^2$  – поверхностная плотность.

36. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_T (x + y + z) dx dy dz, \quad \text{где } T: z = x^2 + y^2, \quad z = 1;$$

37. Вычислить  $\int_L (x^2 + y^2) dS$ , где  $L$  – окружность  $x^2 + y^2 = 4x$ .

38. Показать, что интеграл  $J = \int_{(0;1)}^{(2;4)} (x + 2y) dx + (y + 2x) dy$  не зависит от пути

интегрирования и вычислить его.

39. Вычислить поверхностный интеграл:

$$\iint_T x ds, \quad \text{где } T \text{ – полусфера } z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}.$$

40. Исследовать на сходимость указанные ряды с положительными членами:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n\sqrt[3]{n}}.$$

41. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующийся ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}$$

42. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{7^n(n+3)} (x+2)^n.$$

43. Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию  $y = 1 - 3x$  в интервале  $(-\pi; \pi)$ .

**Вопросы к коллоквиуму по математическому анализу**  
**Определение и формулировки теорем (ОПК-2)**

1. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика.
2. Расширенная числовая прямая. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.
3. Метод математической индукции. Бином Ньютона.
4. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
5. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.
6. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
7. Способы задания функций. Неявный способ задания функции. Функции, заданные параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.
8. Определение последовательности и её предела. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.
9. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
10. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
12. Принцип сходимости монотонной последовательности.
13. Принцип стягивающихся отрезков. Число  $e$ .
14. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
15. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
16. Определение предела функции в точке. Определение предела по Коши и по Гейне, эквивалентность определений. Предел функции на бесконечности.
17. Бесконечно малые функции, их свойства. Бесконечно большие функции. Общее определение предела функции.
18. Общие свойства предела функции: единственность, локальная ограниченность.
19. Свойства предела функции, связанные с арифметическими операциями.
20. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
21. Предел композиции функций.
22. Односторонние пределы. Предел монотонной функции.
23. Сравнение функций, эквивалентные функции. Критерий эквивалентности функций.
24. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
25. Свойства функций, непрерывных в точке (локальная ограниченность, устойчивость знака, непрерывность суммы, произведения и частного функций). Непрерывность основных элементарных функций.

26. Непрерывность сложной функции. Непрерывность функции  $x^\alpha$ ,  $x > 0$
27. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении непрерывной на сегменте функции). Следствие теоремы.
28. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на сегменте функции).
29. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении непрерывной на сегменте функции экстремальных значений).
30. Первый замечательный предел и его следствия.
31. Второй замечательный предел. Следствия второго замечательного предела
32. Теорема существования и непрерывности обратной функции. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Критерий Коши существования конечного предела функции.
33. Условие дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
34. Производная функции. Односторонние и бесконечные производные.
35. Связь между существованием производной и дифференцируемостью функции.
36. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций.
37. Таблица производных основных элементарных функций (вывод формул).
38. Уравнения касательной и нормали к кривой. Скорость прямолинейного движения.
39. Понятие дифференциала. Его геометрический и физический смысл.
40. Производная обратной функции, функции, заданной неявно и параметрически.
41. Производная сложной функции. Инвариантность формы I дифференциала.
42. Производные и дифференциалы высших порядков;  $n$ -ые производные функций:  
 $x^n, a^x, \sin x, \cos x, y = \log_a x, (1+x)^\alpha$ .
43. Дифференциалы высших порядков от сложных функций. «Нарушение» инвариантной формы дифференциалов высших порядков при нелинейной замене переменной
44. Теорема Ферма, её геометрический смысл.
45. Теорема Лагранжа, Ролля, их геометрический смысл.
46. Теорема Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида  $0/0$  и  $\infty/\infty$ .
47. Раскрытие неопределенностей видов  $\infty-\infty, 0 \times \infty, 1^\infty, \infty^0, 0^0$ .
48. Формула Тейлора функции с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.
49. Разложение по формуле Маклорена функций  $a^x, \sin x, \cos x, y = \log_a x, (1+x)^\alpha$ .
50. Условия постоянства и монотонности функции.
51. Локальный экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума.
52. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.
53. Точки перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.
54. Экстремальные значения функции на отрезке. Асимптоты графика.

**Доказательства утверждений (ОПК-2)**

**Введение в анализ**

1. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
2. Принцип Архимеда.

### ***Предел последовательности***

3. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
4. Теоремы о бесконечно малых последовательностях.
5. Теоремы о пределах последовательностях, связанные с арифметическими операциями.
6. Теоремы о пределах последовательностях, связанные с неравенствами.
7. Принцип сходимости монотонной последовательности.
8. Число « $\epsilon$ ».

### ***Предел функции***

9. Теорема о единственности предела функции.
10. Теорема о локальной ограниченности функции, имеющей конечный предел.
11. Теорема о пределе композиции функций.
12. Теоремы о пределах функции, связанные с арифметическими операциями.
13. Теоремы о пределах функции, связанные с неравенствами.
14. Первый замечательный предел и его следствия.
15. Второй замечательный предел и его следствия.
16. Теоремы об эквивалентных функциях.

### ***Непрерывность функции***

17. Теорема о непрерывности композиции функций.
  18. Теорема о пределе монотонной функции.
- Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении непрерывной на сегменте функции).
19. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на сегменте функции).
  20. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении непрерывной на сегменте функции экстремальных значений).

### ***Дифференцирование функций одной переменной***

21. Теорема о связи между существованием производной и дифференцируемостью функции.
22. Теоремы о дифференцировании суммы, произведения и частного функций.
23. Теоремы о дифференцировании обратной функции, функции, заданной параметрическими уравнениями.
24. Теорема о дифференцировании композиции функций. Инвариантность формы I дифференциала.
25. Теорема Ферма, её геометрический смысл.
26. Теоремы Лагранжа, Ролля, их геометрический смысл.
55. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей вида  $0/0$  и  $\infty/\infty$ .

## **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.**

### ***Вопросы к экзамену по математическому анализу (ОПК-2)***

#### **I семестр**

1. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика.
2. Множество действительных чисел. Свойства действительных чисел.
3. Мощности множества. Счетность рациональных чисел. Несчетность действительных чисел.
4. Расширенная числовая прямая. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.
5. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.

6. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.
7. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
8. Способы задания функций. Неявный способ задания функции. Функции, заданные параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.
9. Определение последовательности и её предела. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.
10. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
11. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами.
12. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
13. Принцип сходимости монотонной последовательности.
14. Принцип стягивающихся отрезков. Число  $\epsilon$ .
15. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
16. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
17. Определение предела функции в точке. Определение предела по Коши и по Гейне, эквивалентность определений. Предел функции на бесконечности.
18. Общие свойства предела функции: единственность, локальная ограниченность.
19. Свойства предела функции, связанные с арифметическими операциями.
20. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
21. Предел композиции функций.
22. Односторонние пределы. Предел монотонной функции.
23. Сравнение функций, эквивалентные функции.
24. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
25. Свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность основных элементарных функций.
26. Непрерывность сложной функции.
27. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении непрерывной на сегменте функции). Следствие теоремы.
28. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на сегменте функции).
29. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении непрерывной на сегменте функции экстремальных значений).
30. Первый замечательный предел и его следствия.
31. Второй замечательный предел.
32. Следствия второго замечательного предела
33. Условие дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
34. Производная функции. Односторонние и бесконечные производные.
35. Связь между существованием производной и дифференцируемостью функции.
36. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций.
37. Таблица производных основных элементарных функций (вывод формул).
38. Понятие дифференциала. Его геометрический смысл.
39. Производная обратной функции, функции, заданной неявно и параметрически.
40. Производная сложной функции. Инвариантность формы I дифференциала.
41. Производные и дифференциалы высших порядков;  $n$ -ые производные функций:  
 $a^x, \sin x, \cos x, y = \log_a x, (1+x)^\alpha$ .

42. Дифференциалы высших порядков от сложных функций. «Нарушение» инвариантной формы дифференциалов высших порядков.
43. Теорема Ферма, её геометрический смысл.
44. Теорема Лагранжа, Ролля, их геометрический смысл.
45. Теорема Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида  $0/0$  и  $\infty/\infty$ .
46. Формула Тейлора функции с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.
47. Разложение по формуле Маклорена основных элементарных функций.
48. Условия постоянства и монотонности функции.
49. Локальный экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума.
50. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.
51. Точки перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.
52. Понятие первообразной, ее свойства.
53. Определение неопределенного интеграла, основные свойства.
54. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций.
55. Метод замены переменной и интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
56. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции.
57. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости. Геометрический смысл определенного интеграла.
58. Критерий интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций.
59. Свойства определённого интеграла, выраженные равенствами.
60. Свойства определённого интеграла, выраженные неравенствами. Теорема о среднем значении.
61. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
62. Метод замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **5.1 Основная литература:**

1. Зорич В.А. *Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2007. Ч. 1 – 657 с. Ч. 2 – 789 с.*

2. Демидович Б.П. *Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: 2009. – 558 с.*

3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. *Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с.*

([http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2226](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2226)).

4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. *Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с.*

([http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2227](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2227)).

5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. *Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных. М.: Физматлит, 2003. – 472 с.* ([http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2220](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2220)).

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Лунгу К.Н., Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. *Сборник задач по высшей математике. 1 курс. . – М.: Айрис-пресс, 2911. – 576 с.*

2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. *Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2006. Ч. I. – 464с., Ч. II. – 646с.*

3. Фихтенгольц Г.М. *Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник; в 2 т. СПб. Лань, 2005. Т. I. - 440с., Т. II. - 463с.*

4. Яременко Л.А. *Кратные интегралы: Практикум. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2006.- 80 с.*

5. Яременко Л.А., Подберезкина А.И. *Криволинейные и поверхностные интегралы. Учебное пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2012.-109 с.*

### **5.3. Периодические издания:**

Не используются при изучении данного курса.

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

### **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. <http://www.alleng.ru/edu/math9.htm>

2. [http://www.matburo.ru/st\\_subject.php?p=ma](http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ma)

3. <http://pdf-ka.ru/tags/matematicheskiy-analiz>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .**

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий и лабораторного практикума. В

течение семестра проводятся контрольные работы и теоретический коллоквиум. Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена.

Контрольные, коллоквиумы оцениваются по пятибалльной системе. Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

Для облегчения освоения курса и подготовки к зачету и экзамену в первом семестре студентам предлагается выполнение типовые индивидуальных заданий для самостоятельной работы по темам «Построение эскизов графиков функций», «Предел и непрерывность функции», «Дифференцирование функции одной переменной», «Интегрирование функций одной переменной». Во втором семестре – по темам: «Дифференцирование функций многих переменных», «Кратные интегралы и их приложения», «Криволинейные и поверхностные интегралы», «Ряды». Индивидуальные задания выполняются в отдельной тетради и проверяются преподавателем с выборочной защитой.

### График выполнения индивидуальных заданий

#### І семестр

Наименование разделов, тем	Сроки выполнения
Построение эскизов графиков функций.	3-я неделя
Предел и непрерывность функции.	7-я неделя
Дифференцирование функций одной переменной.	14-я неделя
Интегрирование функций одной переменной.	17-я неделя

#### ІІ семестр

Наименование разделов, тем	Сроки выполнения
Дифференцирование функций многих переменных.	3-я неделя
Кратные интегралы и их приложения	8-я неделя
Криволинейные и поверхностные интегралы.	12-я неделя

Ряды.	17-я неделя
-------	-------------

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

Информационные технологии - не предусмотрены.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

Программное обеспечение – не предусмотрено.

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран)
2.	Практические занятия	Аудитория
3.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория
4.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.