

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования, первый  
проректор

подпись

« 27 » 04



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.Б.04. «АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ»**

Направление подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль Вычислительные технологии

Программа подготовки Академическая

Форма обучения Очная

Квалификация выпускника Бакалавр

Краснодар 2018

Рабочая программа дисциплины «Алгебраические структуры» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки (профиль) 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Программу составила: О.Н. Лапина доцент кафедры вычислительных технологий,

канд. физ.-мат. наук



Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры вычислительных технологий от «3» апреля 2018 г. , протокол № 7

Заведующий кафедрой (разработчика) А.И. Миков



*подпись*

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры вычислительных технологий от «3» апреля 2018 г. , протокол № 7

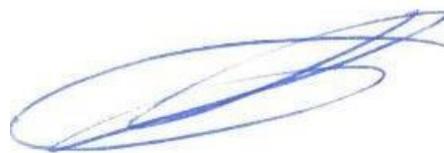
Заведующий кафедрой (выпускающей) А.И. Миков



*подпись*

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 1 от «20» апреля 2018 г.

Председатель УМК факультета Малыхин К.В.



*подпись*

Рецензенты:

Зайков В.П., ректор НЧОУ ВО «Кубанский институт информзащиты», доктор экономических наук., к.т.н., доцент.

Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФБГОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

## 1. Цели и задачи изучения дисциплины.

### 1.1. Цели освоения дисциплины.

Целью преподавания и изучения дисциплины «Алгебраические структуры» является овладение студентами математическим аппаратом, применяемым в фундаментальной математике и информатике, и служащим основой для разработки информационных технологий.

### 1.2. Задачи дисциплины.

Студент должен **знать** основные понятия, методы, алгоритмы и средства алгебры; **уметь** применять теории, методы, алгоритмы алгебры; **владеть** знаниями теории, методов, алгоритмов алгебры для решения теоретических проблем фундаментальной информатики и практических задач информационных технологий.

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Алгебраические структуры относятся к базовой части блока Б1 профессиональных дисциплин. Для изучения дисциплины необходимо знание обязательного минимума содержания среднего образования, в особенности математики и информатики. Знания, получаемые при изучении алгебраических структур, используются при изучении всех дисциплин профессионального цикла учебного плана бакалавра.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общекультурных/общепрофессиональных/профессиональных компетенций (ОК/ОПК/ПК)

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК1	Способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями	основные базовые математические знания (понятия, методы, алгоритмы алгебры) связанные с информатикой и информационными технологиями	применять основные методы и алгоритмы алгебраических структур в фундаментальной математике и информатике для разработки информационных технологий	базовыми методами получения углубленных знаний для решения теоретических и прикладных задач в области информационных технологий

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 9 зач.ед. (324 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)				
		1	2			
<b>Контактная работа, в том числе:</b>						
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>						
Занятия лекционного типа	88	54	34	–	–	
Лабораторные занятия	70	36	34	–	–	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	–	–	–	–	–	
	–	–	–	–	–	
<b>Иная контактная работа:</b>						
Контроль самостоятельной работы (КСР)	8	4	4	–	–	
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,8	0,3	0,5	–	–	
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>76,8</b>	<b>50</b>	<b>26,8</b>			
Курсовая работа	–	–	–	–	–	
Проработка учебного (теоретического) материала	46,8	30	16,8	–	–	
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)	-	-	–	–	–	
Реферат	–	–	–	–	–	
Подготовка к текущему контролю	30	20	10	–	–	
<b>Контроль:</b>						
Подготовка к экзамену	80,4	35,7	44,7	–	–	
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>час.</b>	<b>324</b>	<b>180</b>	<b>144</b>	–	–
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>166,8</b>	<b>94,3</b>	<b>72,5</b>	–	–
	<b>зач. ед.</b>	<b>9</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	–	–

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в 1-2 семестрах (*очная форма*)

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре.

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ЛР	КСР	
1	2	3	4	5	6	7
1	Введение. Основные понятия	4	2			2
2	Комплексные числа	18	4	6		8
3	Линейная алгебра	44	14	14		16

4	Векторная алгебра	10	2	2		6
5	Основы теории групп	22	10	4	2	6
6	Основы теории колец	22	10	4	2	6
7	Конечные поля	24	12	6		6
	Итого по разделам дисциплины	144	54	36	4	50
	<i>ИКР</i>	0,3				
	<i>Контроль</i>	35,7				
	<i>Итого:</i>	180				

Разделы дисциплины, изучаемые во 2 семестре.

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ЛР	КСР	
1	2	3	4	5	6	7
8	Линейные пространства	39	14	14	2	9
9	Линейные операторы	42	16	14	2	10
10	Квадратичные формы	17,8	4	6		7,8
	Итого по разделам дисциплины	98,8	34	34	4	26,8
	<i>ИКР</i>	0,5				
	<i>Контроль</i>	44,7				
	<i>Итого:</i>	144				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Введение. Основные понятия	Понятия множества, алгебраической операции, алгебраической системы. Группы, кольца, поля – примеры.	ЛР
2	Комплексные числа	Определение комплексного числа, операции с комплексными числами. алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Поле комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел. Возведение в степень, извлечение корня целой степени. Поле комплексных чисел.	К,ЛР

3	Линейная алгебра	Матрицы и операции над ними. Определители. Свойства, способы вычисления, применение. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Теорема о представимости	К,ЛР
		общего решения системы линейных уравнений в виде суммы частного решения и общего решения однородной системы. Теорема Кронекера-Капелли. Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных уравнений.	
4	Векторная алгебра	Вектора и действия над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.	К,ЛР
5	Основы теории групп.	Группа. Подгруппы. Циклическая подгруппа. Порядок группы. Порядок элемента. Классы смежности. Теорема Лагранжа. Нормальная подгруппа. Группы преобразований. Симметрическая группа. Функция Эйлера. RSA–алгоритм. Фактор-группа. Гомоморфизмы. Три теоремы о гомоморфизмах.	К,ЛР
6	Основы теории колец.	Кольцо. Кольца вычетов. Алгоритм Евклида. Представление НОД(a,b) в виде $ax+by$ в евклидовом кольце. Нахождение обратного элемента на основе этого представления. Китайская теорема об остатках. Целочисленная арифметика в классах вычетов. Разделение секрета. Конфиденциальная передача информации.	К,ЛР
7	Конечные поля	Поле. Конечные поля. Кольцо многочленов над конечным полем. Неприводимые многочлены. Поле вычетов по модулю неприводимого многочлена. Многочлены над полем 2F. Алгоритм Рендейл. Код Хэмминга.	К,ЛР

8	Линейные пространства	Координаты вектора. Линейная зависимость векторов. Преобразования координат при замене базиса. Линейные пространства. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Евклидово и унитарное пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Процесс ортогонализации Грам-Шмидта. Нормированные пространства. Ортогональное дополнение.	К,ЛР
9	Линейные операторы	Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы оператора при изменении базиса. Характеристический полином оператора. Собственные числа и собственные векторы. Теорема Гамильтона-Кэли. Сопряженный оператор. Нормальные операторы. Ортогональный и унитарный операторы. Симметричные операторы. Каноническая форма.	К,ЛР
10	Квадратичные формы	Квадратичная форма. Приведение к каноническому виду. Нормальный вид. Закон инерции. Положительная определенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра.	К,ЛР

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа – не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Комплексные числа	Комплексные числа, операции с комплексными числами. алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа.	Решение задач
2	Комплексные числа	Геометрическое представление комплексных чисел.	Решение задач
3	Комплексные числа	Возведение в степень, извлечение корня целой степени. Формула Муавра.	Решение задач
4	Линейная алгебра	Матрицы и операции над ними. Определители. Свойства, способы вычисления.	Решение задач
5	Линейная алгебра	Обратная матрица. Ранг матрицы.	Решение задач

6	Линейная алгебра	Системы линейных уравнений. Правило Крамера.	Решение задач
7	Линейная алгебра	Метод Гаусса. Системы однородных уравнений.	Решение задач
8	Линейная алгебра.	Представимость общего решения системы линейных уравнений в виде суммы частного решения и общего решения однородной системы.	Решение задач
9	Линейная алгебра	Фундаментальная система решений.	Решение задач
10	Векторная алгебра	Вектора. Действия над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.	Решение задач
11	Основы теории групп	Группа. Циклическая группа. Подгруппы. Порядок группы. Порядок элемента. Нормальные делители. Фактор-группа.	Решение задач
		Гомоморфизмы.	
12	Основы теории групп	Классы смежности. Теорема Лагранжа. Симметрическая группа.	Решение задач
13	Основы теории колец	Кольцо. Кольцо вычетов. Кольцо полиномов.	Решение задач
14	Основы теории колец	Кольцо полиномов. Схема Горнера. Кратные корни. Алгоритм Евклида. Взаимно простые полиномы.	Решение задач
15	Конечные поля	Поле. Конечные поля.	Решение задач
16	Конечные поля	Кольцо многочленов над конечным полем. Неприводимые многочлены.	Решение задач
17	Конечные поля	Код Хэмминга.	Решение задач
18	Линейные пространства	Линейные пространства. Свойства линейного пространства. Базис.	Решение задач
19	Линейные пространства.	Линейная зависимость векторов. Преобразования координат при замене базиса.	Решение задач
20	Линейные пространства	Линейные подпространства. Сумма и пересечение подпространств.	Решение задач
21	Линейные пространства	Евклидово и унитарное пространства. Неравенство Коши. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.	Решение задач
22	Линейные пространства	Нормированные пространства. Ортогональные дополнения.	Решение задач
23	Линейные пространства	Определитель Грама	
24	Линейные пространства.	Разложение вектора на ортогональную проекцию и ортогональную составляющую.	Решение задач
25	Линейные операторы	Линейный оператор. Ядро и образ.	Решение задач

26	Линейные операторы	Матрица линейного оператора. Изменение матрицы оператора при изменении базиса.	Решение задач
27	Линейные операторы	Характеристический многочлен оператора. Собственные числа и собственные векторы.	Решение задач
28	Линейные операторы	Инвариантные подпространства. Линейные операторы простой структуры.	Решение задач
29	Линейные операторы	Жорданова форма матрицы	Решение задач
30	Линейные операторы	Сопряженный оператор. Нормальные операторы.	Решение задач
31	Линейные операторы	Ортогональный и унитарный операторы. Симметричные операторы. Каноническая форма.	Решение задач
32	Квадратичные формы	Квадратичная форма. Приведение к каноническому виду. Метод Лагранжа.	Решение задач
33	Квадратичные формы	Ортогональные преобразования квадратичных форм.	Решение задач.
34	Квадратичные формы	Положительная определенность квадратичной формы. Закон инерции. Критерий Сильвестра.	Решение задач

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы – не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного материала, выполнение индивидуальных заданий.	Список основной и дополнительной литературы

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии.

Используемые интерактивные образовательные технологии:

- Компьютерные презентации и обсуждение.
- Разбор конкретных ситуаций (задач), тренинги по решению задач, компьютерные симуляции (программирование алгоритмов).

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

#### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля выполнения заданий, лабораторных работ, средств для промежуточной (зачета во 2-м семестре) и итоговой аттестации (экзаменов в 1 и 2 семестрах). Оценка успеваемости осуществляется по результатам:

- выполнения лабораторных работ;
- оценок коллоквиумов;
- ответа на экзамене (для выявления знания и понимания теоретического материала дисциплины).

Зачет в 2-м семестре выставляется по результатам выполненных контрольных работ и текущей работы на лабораторных занятиях.

#### Образцы контрольных работ по основным разделам курса

### Раздел 2 Комплексные числа.

#### Вариант 1.

1. Найти действительные и мнимые части комплексного числа

$$\left( \frac{3 - i\sqrt{3}}{3 + i\sqrt{3}} \right)^5.$$

2. Найти модуль и главное значение аргумента  $(-\pi < \varphi \leq \pi)$

$$z = 3 - i^5.$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости

$$\sqrt[4]{1 - i}.$$

#### Вариант 2.

1. Найти действительные и мнимые части комплексного числа

$$\frac{(1 - i)^5}{(1 + i)^5}.$$

2. Найти модуль и главное значение аргумента  $(-\pi < \varphi \leq \pi)$

$$z = 2 + i^{25}.$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости

$$\sqrt[8]{1}.$$

## Раздел 2. Линейная алгебра.

### Вариант № 1

1. Найти обратную матрицу. Выполнить проверку  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

2. Исследовать систему на совместность и найти ее общее и частное решение, если она совместна:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 11x_4 = -4 \end{cases}$$

### Вариант № 2

3. Найти обратную матрицу. Выполнить проверку  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$

4. Найти общее решение неоднородной системы уравнений, решая соответствующую однородную систему и зная ее частное решение  $x_0 = (1, 1, 1, -1)$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2 \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3 \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$

## Раздел 5. Основы теории групп.

### Вариант 1.

- 1) Выяснить, образует ли группу множество рациональных чисел относительно операции сложения.
- 2) Выяснить, образует ли группу множество квадратных матриц с действительными элементами относительно операции умножения.

### Вариант 1.

- 1) Выяснить, образует ли группу множество рациональных чисел относительно операции умножения.
- 2) Выяснить, образует ли группу множество квадратных матриц с действительными элементами относительно операции сложения.

## Раздел 6. Основы теории колец (Кольцо полиномов)

### Вариант 1.

- 1) Чему равен показатель кратности корня 1 для многочлена

$$g(x) = x^5 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2$$

- 2) Найти наибольший общий делитель многочленов

$$f(x) = 3x^2 + 4x - 7 \quad \text{и} \quad g(x) = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$$

### Вариант 1.

- 1) Чему равен показатель кратности корня 1 для многочлена

$$g(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 4x + 4$$

- 2) Найти наибольший общий делитель многочленов

$$f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 2 \quad \text{и} \quad g(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 5x - 1$$

## Раздел 8. Линейные пространства

### Вариант 1.

1. Проверить, являются ли данные системы многочленов линейно независимыми в линейном пространстве  $R[x]_2$ :

$$f_1(x) = 4x^2 - 3x - 3, \quad f_2(x) = 3x^2 + x - 3, \quad f_3(x) = x^2 + 9x - 3.$$

2. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему матрицу:

### Вариант 2.

1. Проверить, являются ли данные системы матриц линейно независимыми в линейном пространстве  $M[x]_2$ :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему матрицу:

$$A_e = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 5 & -4 & 1 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

## Раздел 9. Линейные операторы

### Вариант 1.

1. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему матрицу:

$$A_e = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -3 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Найти размерности и базисы суммы и пересечения подпространств, натянутых на систему векторов  $L = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ ,  $M = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$

$$a_1 = (1, 1, 1), \quad a_2 = (1, 2, 0), \quad a_3 = (2, 3, 1),$$

$$b_1 = (1, 2, 1), \quad b_2 = (1, 1, 0), \quad b_3 = (2, 3, 1).$$

### Вариант 2.

1. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему матрицу:

$$A_e = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 5 & -4 & 1 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти размерности и базисы суммы и пересечения подпространств, натянутых на систему векторов  $L = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ ,  $M = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$

$$a_1 = (1, 1, 0, 0), \quad a_2 = (0, 1, 1, 0), \quad a_3 = (0, 0, 1, 1),$$

$$b_1 = (1, 0, 1, 0), \quad b_2 = (0, 2, 1, 1), \quad b_3 = (1, 2, 1, 2).$$

## Раздел 10. Квадратичные формы.

### Вариант 1.

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа. Найти невырожденное линейное преобразование:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3$$

2. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 17x_1^2 + 14x_2^2 + 14x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$$

## Вариант 2.

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду. Найти невырожденное линейное преобразование:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_3$$

2. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 8x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 12x_2x_3$$

### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

#### Перечень вопросов, которые выносятся на экзамен в 1 семестре

1. Понятие алгебраической системы. Понятия группы, кольца, поля - примеры.
2. Комплексные числа, алгебраическая форма, операции с комплексными числами, геометрическое представление комплексного числа.
3. Тригонометрическое представление комплексных чисел. Формула Муавра. Вычисление корней целой положительной степени из комплексного числа.
4. Матрицы, действия с матрицами - основные свойства.
5. Понятие определителя 2-го, 3-го и n-го порядка. Вычисление определителей 2-го, 3-го порядков.
6. Основные свойства определителей.
7. Определение определителя n-го порядка. Вычисление определителей n-го порядка, теорема Лапласа.
8. Обратная матрица, вычисление обратных матриц.
9. Крамеровские системы линейных уравнений, их решение.
10. Метод последовательного исключения переменных (метод Гаусса) решения систем линейных уравнений.
11. Линейная зависимость и линейная независимость строк (столбцов) матрицы. Свойства ЛЗ и ЛНЗ. Базис и ранг строк.
12. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Методы вычисления ранга матрицы.
13. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородных уравнений.
14. Неоднородные системы линейных уравнений. Совместность системы. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.

15. Векторная алгебра. Понятие вектора, сложение и разность векторов. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам.
16. Скалярное и векторное умножение векторов. Основные свойства.
17. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения векторов.
18. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскостей. Уравнения прямой в пространстве. Общие уравнения прямой. Канонические уравнения прямой, параметрические уравнения прямой.
19. Понятия группы, подгруппы, порядок группы - примеры.
20. Циклические подгруппы, примеры.
21. Нормальные подгруппы, факторгруппы, факторизация группы, примеры.
22. Классы смежности, примеры. Применение классов смежности в теории кодирования.
23. Симметрическая группа - определение, основные свойства.
24. Кольцо классов вычетов - определение, свойства, примеры.
25. Функция Эйлера. Криптосистема RSA.
26. Делители нуля в кольце. Идеалы колец. Примеры.
27. Полиномы. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя.
28. Взаимно-простые полиномы. Свойства взаимно-простых полиномов. Неприводимые полиномы. Факторизация полиномов.
29. Корни полиномов. Теорема Безу. Схема Горнера. Формальная производная полиномов. Кольцо полиномов. Свойства кольца полиномов.
29. Поле. Конечные поля.

### **Перечень вопросов, которые выносятся на экзамен во 2 семестре**

1. Понятие поля, примеры. Характеристика поля. Конечные поля, свойства, примеры.
2. Расширение полей. Поле разложения полинома.
3. Формирование конечных полей.
4. Алгоритм Рендейл.
5. Определение линейного пространства, примеры. Свойства линейного пространства.
6. Линейная зависимость элементов линейного пространства. Свойства систем векторов.
7. Базис линейного пространства. Разложение вектора по базису.
8. Размерность линейного пространства. Конечномерные линейные пространства, теорема.
9. Преобразование координат вектора при замене базиса. Матрица перехода и ее свойства.
10. Определение линейного подпространства. Линейная оболочка системы векторов.
11. Пересечение и сумма линейных подпространств, теоремы.
12. Прямая сумма линейных подпространств (теорема).

13. Размерность подпространств. Размерность пересечения и суммы подпространств.
14. Определение Евклидова пространства. Примеры Евклидовых пространств.
15. Пример скалярного умножения векторов Евклидова пространства. Ортогональная система ненулевых векторов.
16. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.
17. Нормированные пространства. Пример нормы вектора.
18. Ортогональное дополнение. Построение ортогонального дополнения. Разложение вектора на сумму ортогональных проекций.
19. Определение Линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора.
20. Матрица линейного оператора.
21. Преобразование матрицы линейного оператора. Подобные матрицы.
22. Примеры линейных операторов.
23. Характеристическое уравнение линейного оператора.
24. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
25. Минимальный многочлен матрицы.
26. Собственное подпространство. Инвариантные подпространства. Примеры.
27. Линейные операторы простой структуры. Каноническое разложение матрицы.
28. Жорданова форма матрицы.
29. Построение жорданова базиса. Сопряженный линейный оператор. Свойства сопряженного оператора. Самосопряженный линейный оператор.
30. Ортогональный линейный оператор. Свойства ортогонального ЛО.
31. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Преобразование матрицы.
32. Квадратичные формы канонического вида. Метод Лагранжа.
33. Ортогональные преобразования квадратичных форм.
34. Закон инерции для квадратичных форм. Положительно (отрицательно) определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

#### 4.2.1 Критерии оценивания к зачету

Оценка “зачтено” - практические задания выполнены в срок в объеме не менее 80%. студент демонстрирует правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при аргументации ответов на вопросы при защите лабораторных.

Оценка «не зачтено» - практические задания не выполнены либо предоставлены не в срок в объеме менее 60%, студент демонстрирует наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

#### **4.2.2 Критерии оценивания к экзамену**

Оценка «отлично»: грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, точные формулировки определений, теорем и правильные доказательства; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой.

Оценка «хорошо»: четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности либо при ответе на один вопрос даны точные формулировки определений, теорем и правильные доказательства; при ответе на второй вопрос имеются неточности формулировки определений, теорем или пробелы в правильных доказательствах; правильные действия по применению знаний на практике.

Оценка «удовлетворительно»: при ответе на оба вопроса имеются неточности формулировки определений, теорем или пробелы в правильных доказательствах; изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов; правильные в целом действия по применению знаний на практике;

Оценка «неудовлетворительно»: отсутствует ответ хотя бы на один из вопросов или имеются существенные неточности в формулировках определений, теорем, приведены неправильные доказательства; неумение применять знания на практике.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с

ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **5.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля). Основная литература:**

1. Сборник задач по линейной алгебре Алферова, З.В. Алгебра и теория чисел : учебно-методический комплекс / З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 279 с. - ISBN 978-5-374-00535-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645>
2. Пантина, И.В. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / И.В. Пантина, М.А. Куприянова, С.В. Харитонов. - Москва : Университет «Синергия», 2016. - 161 с. - (Легкий учебник). - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4257-0253-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455430>
3. Шмидт, Р.А. Алгебра : учебное пособие / Р.А. Шмидт ; Санкт-Петербургский государственный университет. - Санкт-Петербург : Издательство Санкт-Петербургского Государственного Университета, 2016. - Ч. 4. Задачник-практикум. - 184 с. - ISBN 978-5-288-05650-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458115>
4. Геллерт, В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : электронный сборник задач и упражнений / В.А. Геллерт ; Министерство образования и науки РФ, Кемеровский государственный университет, Кафедра фундаментальной математики. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2015. - Ч. 3. - 116 с. - Библиогр. в кн. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=482907>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч 1: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2004. – 271 с. (34 экземпляра в библиотеке КубГУ)
2. Кострикин А.И. Линейная алгебра. Ч 2: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2001.

- 367 с. (122 экземпляра в библиотеке КубГУ)
3. Кострикин А.И. Основные структуры. Ч 3: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2001. – 272 с. (91 экземпляр в библиотеке КубГУ)
  4. Ильин, В.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2008. — 280 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2178>
  5. Воеводин В.В. Линейная алгебра СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 400 с. (49 экземпляров в библиотеке КубГУ)

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

1. Российское образование, федеральный портал [Официальный сайт] — [URL: http://www.edu.ru](http://www.edu.ru)

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, и лабораторных работ, во время которых закрепляется теоретический материал решением задач.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине с использованием указанных литературных источников.

Для лучшего освоения дисциплины при ответах на ЛР студент должен ответить на несколько вопросов из лекционной части курса. В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).**

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

- MSOffice.
- Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
2.	Лабораторные занятия	Лаборатория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория с учебной мебелью (доски, столы, стулья)
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория с учебной мебелью
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.