

Министерство образования и наук Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
+

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе,
методологии образования – первый
проректор
Иванов А.Г.
» *май* 2015г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.Б.12 «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»**

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем

Профиль Технология программирования

Программа подготовки Академическая
Квалификация выпускника – Бакалавр
Форма обучения – Очная

Краснодар 2015

Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем профиль технология программирования

Программу составил(и):

В.В. Шаповаленко, к. ф.-м. н., доцент



Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» утверждена на заседании кафедры прикладной математики протокол № 10 «07» апреля 2015г.

Заведующий кафедрой Уртенев М.Х.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информационных технологий протокол № 8 «29» апреля 2015г.

Заведующий кафедрой Костенко К.И.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 5 «29» апреля 2015г.

Председатель УМК факультета Малыхин К.В.



Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна.

Доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор. Почетный работник высшего профессионального образования РФ. Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

Марков Виталий Николаевич.

Доктор технических наук. Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

1. Цели и задачи учебной дисциплины

1.1 Цели изучения дисциплины определены государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования и соотнесены с общими целями ООП ВО по направлению подготовки «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», в рамках которой преподается дисциплина.

Функциональный анализ – дисциплина профессионального цикла. Основными объектами изучения в функциональном анализе являются пространства самого общего вида, и функции (операторы, функционалы) определенные на этих пространствах. Для функционального анализа характерно сочетание и обобщение методов математического анализа, геометрии, линейной алгебры, топологии и дифференциальных уравнений, что приводит к установлению связей между отдаленными разделами математики. Изучение функционального анализа, составляющего основу современной математики, позволит будущему специалисту сформировать необходимые компоненты математического мышления: уровень, кругозор, культуру и методы, которые понадобятся ему для успешной работы в будущей профессиональной деятельности. Знания функционального анализа необходимы для изучения других математических дисциплин и методов.

1.2 Задачи дисциплины:

- научить строить и исследовать метрические пространства, проверять их полноту;
- научить использовать принцип сжимающих отображений для доказательства существования решений уравнений, построения итерационных методов решения уравнений и обоснования их сходимости;
- научить использовать основные виды нормированных линейных пространств;
- научить исследовать свойства функционалов и операторов на нормированных пространствах.

1.3 Место учебной дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к базовой части Блока 1.

Данная дисциплина «Функциональный анализ» тесно связана с дисциплинами: математический анализ, алгебра и теория чисел, геометрия и топология, дифференциальные уравнения, численные методы, уравнения математической физики.

В совокупности изучение этой дисциплины готовит студентов к различным видам практической, научно-теоретической и исследовательской деятельности.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения курса «Функциональный анализ»:

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК–1	Способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе	Основные методы математического моделирования в	Самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности новые знания и	Объективным и рациональным критическим мышлением.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	естествознания . Знать основные научные положения, концепции и применяемые методы исследования в смежных областях	умения, стремится к саморазвитию	Владеть предметным языком в смежных областях научных интересов

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице
(для студентов ОФО).

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)			
			4	_____		
Контактная работа, в том числе:						
Аудиторные занятия (всего):		68	68			
Занятия лекционного типа		34	34	-	-	
Лабораторные занятия		34	34	-	-	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		-	-	-	-	
		-	-	-	-	
Иная контактная работа:						
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4	4			
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	0,2			
Самостоятельная работа, в том числе:						
<i>Курсовая работа</i>		-	-	-	-	
<i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>		35,8	35,8	-	-	
<i>Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)</i>		-	-	-	-	
<i>Реферат</i>		-	-	-	-	
Подготовка к текущему контролю		-	-	-	-	
Контроль:						
Подготовка к экзамену		-	-			
1Общая трудоемкость	час.	108	108	-	-	
	в том числе контактная работа	72,2	72,2			
	зач. ед	3	3			

2.2 Учебно-тематический план очной формы обучения

№ п/п	Наименование раздела, темы	Всего акад. часов	Аудиторн ые занятия		СР
			Л	Лб	
1	Понятие метрического пространства.	8	2	2	4
2	Линейные пространства. Нормированные пространства.	12	4	4	4
3	Евклидовы пространства. Гильбертово пространство.	12	4	4	4
4	Теория меры. Лебегова мера.	12	4	4	4
5	Интеграл Лебега.	12	4	4	4
6	Непрерывные линейные функционалы в линейных нормированных пространствах.	11.8	4	4	3.8
7	Линейные операторы, определения и примеры.	12	4	4	4
8	Сопряженные операторы. Самосопряженные операторы.	12	4	4	4
9	Принцип сжимающих отображений.	12	4	4	4
	Всего по темам дисциплины	103.8	34	34	35.8
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0.2			
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4			
	ИТОГО по дисциплине	108			

Вид аттестации: зачет

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля (по неделям семестра)
--------------	-------------------------	--------------------	---

1	2	3	4
1	Пространства	Понятие метрического пространства. Линейные пространства. Нормированные пространства. Евклидовы пространства. Гильбертово пространство.	Коллоквиум
2	Теория меры	Теория меры. Лебегова мера. Интеграл Лебега.	Опрос
3	Функционалы	Непрерывные линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Норма функционала	Коллоквиум
4	Операторы	Линейные операторы, определения и примеры. . Сопряженные операторы. Норма оператора. Принцип сжимающих отображений.	Зачет

2.3.2 Семинарские занятия – не предусмотрены

2.3.3 Лабораторные занятия

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля (по неделям семестра)
1	2	3	4
1	Пространства	Понятие метрического пространства. Линейные пространства. Нормированные пространства. Евклидовы пространства. Гильбертово пространство.	Проверка выполнения лабораторных работ . Контрольная
2	Теория меры	Теория меры. Лебегова мера. Интеграл Лебега.	Проверка выполнения лабораторных работ . Контрольная. Зачет
3	Функционалы	Непрерывные линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Норма функционала	Проверка выполнения лабораторных работ . Контрольная.
4	Операторы	Линейные операторы, определения и примеры. . Сопряженные операторы. Норма оператора. Принцип сжимающих отображений.	Проверка выполнения лабораторных работ. Контрольная.

			Зачет
--	--	--	-------

2.3.2 Курсовые работы – не предусмотрены

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

- Методические указания для подготовки к лекционным занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ» протокол №7 от 18.04.2018 г.
- Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ» протокол №7 от 18.04.2018 г.
- Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ» протокол №7 от 18.04.2018 г.

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Аксиомы метрического пространства. Сходимость, открытые и замкнутые множества в метрических пространствах.	Функциональный анализ [Текст] : [учебное пособие] / З. Б. Цалюк, М. В. Цалюк ; Фак. математики и компьютерных наук Кубанского гос. ун-та. - Краснодар : [Факультет математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета] : [Просвещение-Юг], 2014. - 79 с. - Библиогр.: с. 79. - 80 р
2	Линейные многообразия. Подпространства. Нормированные пространства. Банахово пространство..	Функциональный анализ [Текст] : [учебное пособие] / З. Б. Цалюк, М. В. Цалюк ; Фак. математики и компьютерных наук Кубанского гос. ун-та. - Краснодар : [Факультет математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета] : [Просвещение-Юг], 2014. - 79 с. - Библиогр.: с. 79. - 80 р.
3	Скалярное произведение. Евклидовы пространства. Существование ортогональных базисов, ортогонализация. Неравенства бесселя. Полные евклидовы пространства.	Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебник. Т. 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды / Кудрявцев Л. Д. - 4-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 444 с. - http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=854332..
4	Определение интеграла Лебега. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.	Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебник. Т. 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды / Кудрявцев Л. Д. - 4-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 444 с. -

		http://znaniyum.com/catalog.php?bookinfo=854332
5	Непрерывные линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Норма функционала. Определение сопряженного пространства. Слабая топология и слабая сходимость.	Функциональный анализ [Текст] : [учебное пособие] / З. Б. Цалюк, М. В. Цалюк ; Фак. математики и компьютерных наук Кубанского гос. ун-та. - Краснодар : [Факультет математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета] : [Просвещение-Юг], 2014. - 79 с. - Библиогр.: с. 79. - 80 р.
6	Норма оператора, определения и примеры. Непрерывность и ограниченность. Сумма и произведение операторов. Обратный оператор. Спектр оператора.	Функциональный анализ [Текст] : [учебное пособие] / З. Б. Цалюк, М. В. Цалюк ; Фак. математики и компьютерных наук Кубанского гос. ун-та. - Краснодар : [Факультет математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета] : [Просвещение-Юг], 2014. - 79 с. - Библиогр.: с. 79. - 80 р
7	Принцип сжимающих отображений.	Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1 .

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Лекции представляют собой систематические обзоры теории функций и математического анализа.

Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в традиционных аудиториях. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Текущий контроль знаний студентов представляет собой:

- выполнение домашних заданий;
- выполнение самостоятельной работы;
- проведение контрольных работ.

Пример контрольных работ.

Целью самостоятельной работы студента является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания полученные во время лабораторных занятий.

Для контроля знаний периодически проводятся аудиторные самостоятельные работы

Контрольная работа 1 (вариант задач).

1. Исследовать на сходимость в $C_{[0,1]}$ последовательности $x_n = \frac{t^{n+1}}{n+1} - \frac{t^{n+2}}{n+2}$.
2. Выполняются ли аксиомы метрики в R^3 для функции $\rho(x, y) = \max_{1 \leq k \leq 3} k^3 |x_k - y_k|^{1/4}$.
3. Исследовать на сходимость в m последовательности $x_n = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n}{n+1}, 2, 2, \dots)$.

Контрольная работа 2 (вариант задач).

1. Найти норму линейного функционала $f(x) = \int_0^1 x(t) \ln(t+1) dt$ в $C_{[0,1]}$.
2. Проверить линейность и оценить норму оператора $Ax(t) = \int_0^\pi (\sin t + \cos \tau) x(\tau) d\tau$ отображающего $L_{[0,\pi]} \rightarrow L_{[0,\pi]}$.
3. Найти собственные значения и собственные элементы оператора $Ax(t) = \int_2^1 (\sqrt{t} \tau - \sqrt{\tau} t) x(\tau) d\tau$.

4. При каких значениях λ оператор $Ax(t) = \lambda \int_0^t |1 - 2\tau| \cdot \sin t \, d\tau$ является сжимающим в $C_{[0,1]}$.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Перечень вопросов к зачету

1. Аксиомы метрического пространства.
2. Неравенства Коши – Буняковского, Минковского, Юнга, Гёлдера.
3. Полные метрические пространства.
4. Пополнение метрических пространств.
5. Принцип сжимающих отображений.
6. Метод последовательных приближений.
7. Метод последовательных приближений для системы линейных алгебраических уравнений.
8. Теорема существования и единственности для задачи Коши.
9. Теорема существования и единственности для интегрального уравнения Фредгольма.
10. Понятия компактности.
11. Компактность в метрических пространствах.
12. Предкомпактные множества.
13. Теория меры. Элементарные множества.
14. Лебегова мера плоских множеств.
15. Общее понятие меры.
16. Измеримые функции. Действия над измеримыми функциями.
17. Сходимость по мере.
18. Интеграл Лебега. Простые функции.
19. Свойства интеграла Лебега.
20. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.
21. Линейные пространства. Определения и примеры.
22. Линейные функционалы. Геометрический смысл.
23. Нормированные пространства.
24. Евклидовы пространства.
25. Гильбертово пространство.
26. Существование ортогональных базисов, ортогонализация.
27. Неравенства Бесселя.
28. Полные евклидовы пространства. Теорема Рисса – Фишера.
29. Непрерывные линейные функционалы в линейных нормированных пространствах.
30. Определение сопряженного пространства.
31. Сильная и слабая сходимость в сопряженном пространстве.
32. Линейные операторы, определения и примеры.
33. Непрерывность и ограниченность.
34. Сумма и произведение операторов.
35. Обратный оператор, обратимость.
36. Сопряженные операторы.
37. Самосопряженные операторы.
38. Спектр оператора.
39. Резольвента.
40. Неограниченные операторы в нормированных пространствах.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература

1. Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 1 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2015. - 448 с. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055.
2. **Сборник задач по математическому анализу** [Электронный ресурс] : учебное пособие. Т. 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 496 с. - https://e.lanbook.com/book/2226#book_name.

5.2 Дополнительная литература

3. **Кудрявцев, Л. Д.** Краткий курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебник. Т. 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды / Кудрявцев Л. Д. - 4-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 444 с. - <http://znaniyum.com/catalog.php?bookinfo=854332>.
4. Функциональный анализ [Текст] : [учебное пособие] / З. Б. Цалюк, М. В. Цалюк ; Фак. математики и компьютерных наук Кубанского гос. ун-та. - Краснодар : [Факультет математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета] : [Просвещение-Юг], 2014. - 79 с. - Библиогр.: с. 79. - 80 р.
5. Крепкогорский, В.Л. Функциональный анализ : учебное пособие / В.Л. Крепкогорский ; Министерство образования и науки России, Федеральное

государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 116 с. : табл., граф., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1650-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428727>

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Википедия, свободная энциклопедия. [Электронный ресурс]. – <http://ru.wikipedia.org>
2. Каталог информационной системы «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». [Электронный ресурс]. – <http://window.edu.ru/window/catalog>
3. Экспонента, образовательный математический сайт. [Электронный ресурс]. – <http://www.exponenta.ru>

7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

При решении задач домашнего задания желательно повторить теоретический материал по изучаемой теме, затем внимательно разобрать решения задач рассмотренных во время лабораторных занятий в аудитории.

Контрольная работа представляет собой самостоятельное решение задач в аудитории по заданной теме.

Коллоквиум служит для контроля усвоения теоретических знаний. Во время коллоквиума надо письменно ответить на предложенные теоретические вопросы.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса

8.1 Перечень информационных технологий.

Использование электронных презентаций при проведении лекционных и практических занятий.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО), доска ауд. 129, 131, А3016, А305, А307
2	Лабораторные занятия	Аудитория, укомплектованная маркерной доской ауд. 147-150, 133
3	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория, укомплектованная маркерной доской Ауд. 147-150, 133

4	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, укомплектованная маркерной доской Ауд. 147-150, 133
5	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. Ауд. 102-А и читальный зал