

Министерство образования и наук Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики  
+



СВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
делу высшего образования – первый  
проректор

Иванов А.Г.

*подпись*

«        »

2017г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.Б.05 «АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ»**

Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика  
Профиль Прикладная информатика в экономике

Программа подготовки Академическая  
Квалификация выпускника – Бакалавр  
Форма обучения – Очная

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины «Анализ функций действительных переменных» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика профиль Прикладная информатика в экономике

Программу составил(и):

В.В. Шаповаленко, к. ф.-м.н, доцент



Рабочая программа дисциплины «Анализ функций действительных переменных» утверждена на заседании кафедры прикладной математики протокол № 22 «29» июня 2017г.

Заведующий кафедрой Уртенев М.Х.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 4 «29» июня 2017г.

Председатель УМК факультета Малыхин К.В.



Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна.

Доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор. Почетный работник высшего профессионального образования РФ. Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

Марков Виталий Николаевич.

Доктор технических наук. Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

## 1.1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели изучения дисциплины определены государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования и соотнесены с общими целями ООП ВО по направлению подготовки «Прикладная информатика», в рамках которой преподается дисциплина.

Анализ функций действительных переменных – общеобразовательная математическая дисциплина, объектом изучения которой являются бесконечно большие и бесконечно малые величины, функции, производные и интегралы функций. Язык математического анализа и его методы используют для описания законов природы, разнообразных процессов в технике, экономике и обществе. Владение основами анализа функций действительных переменных необходимо для освоения методов оптимизации, исследования и решения дифференциальных уравнений и других математических дисциплин.

### Задачи:

- освоение методов исследования локальных свойств функций;
- применение методов дифференциального и интегрального исчисления при моделировании экономических процессов и систем;
- применение научных знаний анализа функций действительных переменных для моделирования и исследования динамических процессов;
- разработка методов и алгоритмов решения оптимизационных задач;
- способность изучать современную научно-техническую литературу.

## 1.2 МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Анализ функций действительных переменных» относится к базовой части Блока 1.

Данная дисциплина «Анализ функций действительных переменных» тесно связана с другими: алгебра и геометрия, дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика, теория систем и системный анализ, физика, численные методы, концепции современного естествознания, уравнения математической физики.

В совокупности изучение этой дисциплины готовит обучающихся к различным видам практической, научно-теоретической и исследовательской деятельности.

## КОМПЕТЕНЦИИ СТУДЕНТА, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Код компетенции	Формулировка компетенции
ОПК-3	Способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
Знать	– методы дифференциального и интегрального исчисления для моделировании состояний систем.

Уметь	– Самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности новые знания и умения, стремиться к саморазвитию.
Владеть	– Языком анализа функций при описании законов естествознания в смежных областях научных интересов.

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 13 зач.ед. (468 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)				
		1	2	3		
<b>Контактная работа, в том числе:</b>						
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>256</b>	<b>88</b>	<b>84</b>	<b>84</b>		
Занятия лекционного типа	100	34	32	34	-	
Лабораторные занятия	156	54	52	50	-	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-	-	-	
	-	-	-	-	-	
<b>Иная контактная работа:</b>						
Контроль самостоятельной работы (КСР)	8	4	2	2		
Промежуточная аттестация (ИКР)	1,3	0,5	0,5	0,3		
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>						
<i>Курсовая работа</i>	-	-	-	-	-	
<i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>	77,6	42,8	12,8	22	-	
<i>Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)</i>	-	-	-	-	-	
<i>Реферат</i>	-	-	-	-	-	
Подготовка к текущему контролю	-	-	-	-	-	
<b>Контроль:</b>						
Подготовка к экзамену	125,1	44,7	44,7	35,7		
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>час.</b>	<b>468</b>	<b>170</b>	<b>154</b>	<b>144</b>	<b>-</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>265,3</b>	<b>92,5</b>	<b>86,5</b>	<b>86,3</b>	
	<b>зач. ед</b>	<b>13</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	

### 2.2 Структура учебной дисциплины

Таблица 2. Разделы дисциплины изучаемые в первом семестре

№ n/n	Наименование раздела, темы	Всего акад. часов	Аудиторные занятия		СР
			Лекции и	Лабораторные	

1	Множества. Операции с множествами.	12	4	2	6
2	Предел последовательности.	16	6	4	6
3	Понятие функции. Предел функции.	20	4	10	6
4	Свойства непрерывных функций.	18	4	8	6
5	Производные функций.	20	4	10	6
6	Теоремы о свойствах дифференцируемых функций. Формула Тейлора.	20	6	8	6
7	Локальные свойства функций. Асимптоты графика функции.	24.8	6	12	6.8
8	Промежуточная аттестация (ИКР)	0.5			
9	Итого	131.3	34	54	42.8

Таблица 3. Разделы дисциплины изучаемые во втором семестре

№ n/n	Наименование раздела, темы	Всего акад. часов	Аудиторные занятия		СР
			Лекци и	Лабор аторн ые	
1	Функции многих переменных. Пределы, непрерывность.	12	4	8	-
2	Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных.	12	4	6	2
3	Экстремумы функции многих переменных. Исследование функций многих переменных.	16	6	8	2
4	Первообразная функции и неопределенный интеграл.	16	6	8	2
5	Методы вычисления неопределенных интегралов.	14	4	8	2
6	Определенный интеграл Римана. Формула Ньютона – Лейбница.	12	4	6	2

7	Приложения определенного интеграла.	12.8	4	6	2.8
8	Промежуточная аттестация (ИКР)	0.5			
	Итого	95.3	32	50	112.8

Таблица 4. Разделы дисциплины изучаемые в третьем семестре

№ n/n	Наименование раздела, темы	Всего акад. часов	Аудиторные занятия		СР
			Лекци и	Лабор аторн ые	
1	Несобственные интегралы	12	4	6	2
2	Кратные интегралы.	18	6	8	4
3	Криволинейные и поверхностные интегралы	16	6	6	4
4	Элементы теории поля.	12	4	6	2
5	Числовые ряды.	14	4	8	2
6	Функциональные ряды.	18	6	8	4
7	Ряды Фурье.	16	4	8	4
8	Промежуточная аттестация (ИКР)	0.3			
	Итого	106.3	34	50	22

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля (по неделям семестра)
1	2	3	4
1	Пределы последовательностей и функций	Множества. Операции с множествами.  Предел последовательности.	1. Опрос по результатам индивидуального задания 2. Коллоквиум

		<p>Понятие функции. Предел функции.</p> <p>Свойства непрерывных функций.</p>	
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	<p>Производные функций.</p> <p>.Теоремы о свойствах дифференцируемых функций. Формула Тейлора.</p> <p>Локальные свойства функций. Асимптоты графика функции.</p>	<p>1. Опрос по результатам индивидуального задания</p> <p>2. Зачет</p> <p>3. Экзамен</p>
3	Дифференциальное исчисление функции многих переменных	<p>Функции многих переменных. Пределы, непрерывность.</p> <p>Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных.</p> <p>Экстремумы функции многих переменных.</p> <p>Исследование функций многих переменных.</p>	<p>1. Опрос по результатам индивидуального задания</p> <p>2. Коллоквиум</p>
4	Интегральное исчисление функции одной переменной	<p>Первообразная функции и неопределенный интеграл.</p> <p>Методы вычисления неопределенных интегралов.</p> <p>Определенный интеграл Римана. Формула Ньютона – Лейбница.</p> <p>Приложения определенного интеграла.</p> <p>Несобственные интегралы</p>	<p>1. Опрос по результатам индивидуального задания</p> <p>2. Зачет</p> <p>3. Экзамен</p>
5	Многомерные интегралы и элементы теории поля	<p>Кратные интегралы.</p> <p>Криволинейные и поверхностные интегралы</p> <p>Элементы теории поля.</p>	<p>1. Опрос по результатам индивидуального задания</p> <p>2. Коллоквиум</p>

6	Ряды	Числовые ряды. Функциональные ряды. Ряды Фурье.	1. Опрос по результатам индивидуального задания 2. Зачет 3. Экзамен
---	------	---	---

### 2.3.2 Занятия семинарского типа не предусмотрены

#### 2.3.2 Лабораторные занятия

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля (по неделям семестра)
1	2	3	4
1	Пределы последовательностей и функций	Множества. Операции с множествами. Предел последовательности. Понятие функции. Предел функции. Свойства непрерывных функций.	1. Опрос по результатам индивидуального задания 2. Коллоквиум
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Производные функций. .Теоремы о свойствах дифференцируемых функций. Формула Тейлора. Локальные свойства функций. Асимптоты графика функции.	1. Опрос по результатам индивидуального задания 2. Зачет 3. Экзамен
3	Дифференциальное исчисление функции многих переменных	Функции многих переменных. Пределы, непрерывность. Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных. Экстремумы функции многих переменных. Исследование функций многих переменных.	1. Опрос по результатам индивидуального задания 2. Коллоквиум



4	Интегральное исчисление функции одной переменной	<p>Первообразная функции и неопределенный интеграл.</p> <p>Методы вычисления неопределенных интегралов.</p> <p>Определенный интеграл Римана. Формула Ньютона – Лейбница.</p> <p>Приложения определенного интеграла.</p> <p>Несобственные интегралы</p>	<p>1. Опрос по результатам индивидуального задания</p> <p>2. Зачет</p> <p>3. Экзамен</p>
5	Многомерные интегралы и элементы теории поля	<p>Кратные интегралы.</p> <p>Криволинейные и поверхностные интегралы</p> <p>Элементы теории поля.</p>	<p>1. Опрос по результатам индивидуального задания</p> <p>2. Коллоквиум</p>
6	Ряды	<p>Числовые ряды.</p> <p>Функциональные ряды.</p> <p>Ряды Фурье.</p>	<p>1. Опрос по результатам индивидуального задания</p> <p>2. Зачет</p> <p>3. Экзамен</p>

#### 2.3.4 Курсовые работы не предусмотрены.

#### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

- Методические указания для подготовки к лекционным занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ» протокол №7 от 18.04.2018 г.
- Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ» протокол №7 от 18.04.2018 г.
- Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ» протокол №7 от 18.04.2018 г.

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Предел	Сборник задач по математическому анализу [Электронный

	<p>последовательности. Бесконечно малая и бесконечно большая величины. Монотонные последовательности. Второй замечательный предел.</p>	<p>ресурс] : учебное пособие. Т. 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 496 с. - <a href="https://e.lanbook.com/book/2226#book_name">https://e.lanbook.com/book/2226#book_name</a>. 9785484011063 : 242.65.</p>
2	<p>Определения предела функции. Эквивалентность пределов функции. Односторонние пределы. Неопределенные выражения. Первый замечательный предел. Примеры с использованием замечательных пределов.</p>	<p>Сборник задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие. Т. 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 496 с. - <a href="https://e.lanbook.com/book/2226#book_name">https://e.lanbook.com/book/2226#book_name</a>.</p>
3	<p>Непрерывность функции. Разрывы первого и второго рода. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые и бесконечно большие величины. Применение эквивалентных величин при нахождении пределов..</p>	<p>Сборник задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие. Т. 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 496 с. - <a href="https://e.lanbook.com/book/2226#book_name">https://e.lanbook.com/book/2226#book_name</a>.</p>
4	<p>Определение производной. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Дифференциал функции. Производная высшего порядка. Дифференцирование параметрически заданных функций</p>	<p>Сборник задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие. Т. 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 496 с. - <a href="https://e.lanbook.com/book/2226#book_name">https://e.lanbook.com/book/2226#book_name</a>.</p>
5	<p>Локальный экстремум функции. Достаточные условия экстремума. Экстремальные значения функции на отрезке. Выпуклость кривой, точки перегиба. Асимптоты графика</p>	<p>Сборник задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие. Т. 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 496 с. - <a href="https://e.lanbook.com/book/2226#book_name">https://e.lanbook.com/book/2226#book_name</a>.</p>

	функции. построения функции.	Схема графика	
6	Функции нескольких переменных. Предварительные сведения. Предел функции нескольких переменных. Непрерывная функция многих переменных. Теорема об ограниченности функции. Равномерная непрерывность.		Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - <a href="https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1">https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1</a> .
7	Частная производная и производная по направлению. Производная сложной функции. Полный дифференциал. Касательная плоскость. Геометрический смысл дифференциала.		Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - <a href="https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1">https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1</a> .
8	Экстремумы функции многих переменных. Исследование функций многих переменных.		Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - <a href="https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1">https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1</a> .
9	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Свойства неопределенных интегралов. Простейшие правила интегрирования.		Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - <a href="https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1">https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1</a> .
10	Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл. Свойства определенных интегралов. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона–Лейбница.		Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - <a href="https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1">https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1</a> .
11	Геометрические приложения определенного интеграла. Вычисление площади		Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - <a href="https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1">https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1</a> .

	криволинейной трапеции. Вычисление площади поверхности и объема тела вращения.	
12	Несобственные интегралы. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признаки сходимости.	Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - <a href="https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1">https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1</a> .
13	Кратные интегралы. Определение двойного интеграла. Тройные интегралы. Сведение к повторному интегралу. Замена переменных.	Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - <a href="https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1">https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1</a> .
14	Криволинейные интегралы первого и второго рода. Случай замкнутого контура.	Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - <a href="https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1">https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1</a> .
15	Последовательности и ряды функций. Равномерная сходимость. Интегрирование и дифференцирование равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды в приближенных вычислениях	Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - <a href="https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1">https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1</a> .

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии.

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Лекции представляют собой систематические обзоры теории функций и математического анализа.

Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в традиционных аудиториях. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

#### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Текущий контроль знаний студентов представляет собой:

- выполнение домашних заданий;
- выполнение самостоятельной работы;
- проведение контрольных работ.

#### Пример контрольных работ.

Целью самостоятельной работы студента является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания полученные во время лабораторных занятий.

Для контроля знаний периодически проводятся аудиторные самостоятельные работы.

Контрольная работа 1 ( вариант задач).

1. Используя определение найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n^3+2}$ .

2. Найти пределы а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2+x}{x-3} \right)^{5x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+x^2-3x+1}{x^3-1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \cdot \sin^2 x}$ .

3. Найти точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & x \geq 0 \end{cases}$

Контрольная работа 2 ( вариант задач).

- Используя определение найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot (-1)^n + 1}{2n + 1}$ .
- Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} x}{x - 1}$ .
- Найти точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x+2}, & x < -2, \\ -\sqrt{4-x^2}, & -2 \leq x \leq 2, \\ \frac{|x-2|}{x-2}, & x > 2. \end{cases}$
- Используя определение, найти производную функции  $f(x) = \ln(4x + 3)$
- Найти производные функций а)  $y = \frac{\ln^2 x}{4 + \cos^2 \sqrt{x}}$ , б)  $x = \ln(1 - t^4)$ ,  $y = \operatorname{arccost}^2$ .
- Составить уравнения касательной и нормали к графику кривой  $y = 3\sqrt[3]{x^2} - 2x + 2$  в точке  $x_0 = 1$ .

Контрольная работа 3 ( вариант задач).

- Разложить по формуле Тейлора  $f(x) = x^x - 1$  по степеням  $x - 1$  до членов 3-го порядка включительно;
- $\int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt[4]{\operatorname{tg} x}}$ ;  $\int \frac{2x^2 + 42x - 91}{(x-1)(x+3)(x+4)} dx$ ;
- Исследовать сходимость  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3 - 8}}$ ;
- Найти площадь фигуры ограниченной кривыми  $y = \log_2 x$ ,  $y = \frac{2}{3}(x - 1)$ ;
- Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной кривыми  $y = \arcsin x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$  вокруг оси  $Ox$
- Найти  $dy$  и  $d^2 y$  неявно заданной функции  $y(x): x^2 y^2 + x^2 + y^2 - 1 = 0$
- Исследовать на экстремум функцию  $f(x, y, z) = 2x^2 + y^3 + z^2 + 2xz - yz - y$

Контрольная работа 4 ( вариант задач).

1. Представить функцию  $f(x) = 2^{2x}$  в виде многочлена 3-й степени по степеням  $x$ , по формуле Тейлора.
2. Исследовать функцию  $y = \frac{3-2x}{(x-2)^2}$
3. Найти экстремумы функции  $z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y$ .
4. Найти неопределенные интегралы  $\int \frac{\arcsin x + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ;  $\int \cos^3 x dx$ .
5. Вычислить  $\int_0^1 x e^{-x} dx$ ;  $\int_1^4 \sqrt{x} dx$ .

Контрольная работа 5 ( вариант задач).

1. Вычислить  $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-3x^2-2x^4}}$ ;  $\int_{-4}^3 \max(x-2, 6-x-x^2) dx$
2. Исследовать сходимость  $\int_{-1}^{\infty} \frac{\cos^2 x dx}{\sqrt{1+x} \sqrt[3]{x^4+5}}$
3. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной кривыми  $y = 4 - x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x \geq 0$  вокруг оси  $Oy$
4. Найти  $d^2 f(x, y)$  функции  $f = \ln(1 + x + y)$  в точке  $M(0, 0)$
5. Исследовать на экстремум функцию  $f(x, y) = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y$

Контрольная работа ( вариант задач).

1. Найти двойным интегрированием объем тела ограниченного поверхностями: плоскостями координат, плоскостями  $x = 4$  и  $y = 4$  и параболоидом вращения  $z = x^2 + y^2 + 1$ .

2. Вычислить

$$\iint_S (y^2 + z^2) ds, \text{ где } S \text{ — часть поверхности } z = \sqrt{1-x^2}, \text{ отсеченная плоскостями } y = 0, y = 1.$$

Контрольная работа 7 ( вариант задач).

1. Найти двойным интегрированием объем тела ограниченного поверхностями: плоскостями  $x + y = 2$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , гиперболическим параболоидом  $z = xy$  и цилиндром  $y = \sqrt{x}$ .
2.  $\iint_S (x^2 + y + z^2) ds$ , где  $S$  — часть поверхности  $x^2 = 2y$ , отсеченная плоскостями  $y = 2$ ,  $z = 0$ ,  $z = 1$ .

3.  $\oint_L (x-y)dx + (x+y)dy$ , где  $L: x^2 + y^2 = R^2$

4. Разложить в ряд Фурье функцию  $y = x^2$  в интервале (1;3)

### Контрольная работа 8 ( вариант задач).

1. Вычислить а)  $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt[4]{1-x^4}} dx$  б)  $\int_0^\infty \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$

2. Исследовать  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x^2 - x^3}} dx$

3. Исследовать  $\sum_{n=1}^\infty \frac{(x-1)^n}{n^2 9^n}$

4. Вычислить а)  $\iint_D \frac{x-y}{(x+y)^3} dx dy$ , где  $D$  ограничена линиями:  $x=0, y=0, x=1, y=1$ .

5. Найти двойным интегрированием объем тела ограниченного поверхностями: параболоидом  $8z = x^2 + y^2$  и конусом  $4z^2 = x^2 + y^2$ .

6. Вычислить  $\oint_L (x^3 - y^2)dx + x y dy$ , где  $L$  кривая  $y = a^x$  от точки (0;1) до точки (1; a).

#### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Промежуточный контроль осуществляется в конце каждого семестра в форме зачета и экзамена.

#### ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

##### 1 СЕМЕСТР

1. Множества. Операции над множествами.
2. Счетные множества
3. Мощность декартового произведения счетных множеств
4. Мощность объединения множеств.
5. Мощность всех действительных чисел
6. Точные верхняя и нижняя границы множества.
7. Дельта окрестности конечной точки и бесконечно-удаленной точки
8. Метод математической индукции.
9. Предел последовательности.
10. Теорема о единственности предела.
11. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
12. Теорема о предельном переходе в неравенстве.
13. Теорема о зажатой последовательности
14. Арифметические действия над последовательностями
15. Бесконечно малые и бесконечно большие величины
16. Теорема о монотонной ограниченной последовательности
17. Бином Ньютона



18. Второй замечательный предел
19. Теорема о последовательности вложенных отрезков
20. Теорема Больцано-Вейерштрасса
21. Первый замечательный предел
22. Критерий Коши для последовательностей
23. Пределы верхний и нижний, определения
24. Пределы верхний и нижний, теорема существования предела
25. Предел функции
26. Эквивалентность 1-го и 2-го определений предела функции
27. Односторонние пределы функции
28. Теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел.
29. Критерий Коши существования предела функции.
30. Непрерывность функции.
31. Разрывы первого и второго рода
32. Теорема об ограниченности функции непрерывной на отрезке.
33. Теорема Вейерштрасса о максимуме и минимуме функции непрерывной на отрезке.
34. Теорема о свойстве непрерывной на отрезке функции принимающей на концах отрезка значения разных знаков.
35. Обратная непрерывная функция. Теорема о существовании обратной функции.
36. Равномерная непрерывность функции. Теорема о равномерной непрерывности функции заданной на отрезке.
37.  $O$  и  $o$  символика, эквивалентные величины.
38. Производная функции. Механический смысл.
39. Геометрический смысл производной. Особые случаи.
40. Производные элементарных функций.
41. Производная сложной функции
42. Производная обратной функции.
43. Дифференциал функции.
44. Приближенное выражение приращения функции.
45. Дифференцирование параметрически заданных функций.
46. Производная высшего порядка.
47. Дифференциал высшего порядка .
48. Свойство инвариантности формы дифференциала.
49. Локальный экстремум.
50. Теорема Ферма.
51. Теорема Ролля.
52. Теоремы Коши и Лагранжа о среднем.
53. Теорема о возрастании и убывании дифференцируемой функции.
54. Раскрытие неопределенностей . Правило Лопиталья.
55. Достаточные условия экстремума.
56. Формула Тейлора для многочлена.
57. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
58. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
59. Формулы Тейлора элементарных функций.
60. Асимптоты, выпуклость, точки перегиба.

## 2 СЕМЕСТР

1. Функции многих переменных. Примеры.
2. Предел функции многих переменных.
3. Непрерывная функция
4. Частные производные.

5. Производная по направлению.
6. Полное приращение. Дифференциалы. 1-го и 2-го порядков.
7. Геометрический смысл дифференциала.
8. Производная сложной функции. Градиент.
9. Формула Тейлора.
10. Множества открытые и замкнутые. Граничные точки.
11. Непрерывная функция на замкнутом ограниченном множестве.
12. Локальный экстремум.
13. Наибольшее и наименьшее значения.
14. Условный экстремум. Функция Лагранжа.
15. Теорема о неявной функции.
16. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
17. Неопределенный интеграл. Первообразная. Таблица основных интегралов.
18. Методы интегрирования. Интегрирование по частям. Замена переменных.
19. Интегрирование рациональных и иррациональных выражений.
20. Интегрирование тригонометрических выражений.
21. Суммы Дарбу. Свойства сумм Дарбу.
22. Определенный интеграл. Условие существования определенного интеграла.
23. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной, интегрирование по частям.
24. Несобственные интегралы. Критерии сходимости. Аналогия с рядами.
25. Приложение интегралов. Площадь плоской фигуры. Объем тела. Объем и поверхность тела вращения. Длина дуги.

### 3 СЕМЕСТР

1. Обыкновенный интеграл как функция от параметра
2. Повторный интеграл
3. Дифференцирование интеграла от параметра
4. Кратный интеграл
5. Теорема о среднем для кратного интеграла
6. Сведение кратного интеграла к повторному (теорема Фубини)
7. Замена переменных в двойном интеграле
8. Замена переменных в  $n$ -мерном интеграле
9. Вычисление площади плоской фигуры
10. Вычисление центра тяжести и статических моментов плоской фигуры
11. фигуры
12. Вычисление объема тела
13. Вычисление поверхности тела вращения
14. Тройной интеграл. Вычисление объема.
15. Вычисление центра тяжести и статических моментов объемной фигуры
16. фигуры
17. Криволинейные интегралы 1 рода
18. Поверхностные интегралы 1 рода
19. Криволинейные интегралы 2 рода
20. Поверхностные интегралы 2 рода
21. Дивергенция и ротор
22. Формула Стокса
23. Формула Остроградского – Гаусса
24. Комплексные числа. Формулы Эйлера и Муавра
25. Тригонометрические ряды Фурье
26. Ряды Фурье в комплексной форме

**Критерии выставления оценок.**

Оценка «отлично»:

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;
- точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;
- безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин;
- творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «хорошо»:

- достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;
- умение ориентироваться в основном теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;
- использование научной терминологии, лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- владение инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «удовлетворительно»:

- достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;
- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;
- умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи;
- работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;
- достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «неудовлетворительно»:

- фрагментарные знания по дисциплине;
- отказ от ответа (выполнения письменной работы);

- знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;
- неумение использовать научную терминологию;
- наличие грубых ошибок;
- низкий уровень культуры исполнения заданий;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **5.1 Основная литература:**

1. Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 1 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2015. - 448 с. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=65055](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=65055).
2. **Сборник задач по математическому анализу** [Электронный ресурс] : учебное пособие. Т. 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 496 с. - [https://e.lanbook.com/book/2226#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/2226#book_name).

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. **Кудрявцев, Л. Д.** Краткий курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебник. Т. 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды / Кудрявцев Л. Д. - 4-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 444 с. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=854332>.

2. Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник : в 2 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2008. - 464 с. - <https://e.lanbook.com/reader/book/411/#1>.

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Википедия, свободная энциклопедия. [Электронный ресурс]. – <http://ru.wikipedia.org>
2. Каталог информационной системы «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». [Электронный ресурс]. – <http://window.edu.ru/window/catalog>
3. Экспонента, образовательный математический сайт. [Электронный ресурс]. – <http://www.exponenta.ru>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятием теории функций вещественной переменной и освоиться в решении практических задач.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине «теория функций вещественной переменной».

Целью самостоятельной работы бакалавра является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу, зачету и экзамену, согласно вопросам к экзамену.

Указания по оформлению работ:

- работа на лабораторных занятиях и конспекты лекций могут выполняться на отдельных листах либо непосредственно в рабочей тетради;
- оформление индивидуальных заданий желательно на отдельных листах.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

Информационные технологии – не предусмотрены.

## 8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

Программное обеспечение - не предусмотрено.

## 8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)
2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)
3. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» (<http://www.biblioclub.ru>)

## 9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО), доска  ауд. 129, 131, А301б, А305, А307
2	Лабораторные занятия	Аудитория, укомплектованная маркерной доской  ауд. 147-150, 133
3	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория, укомплектованная маркерной доской  Ауд. 147-150, 133
4	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, укомплектованная маркерной доской  Ауд. 147-150, 133
5	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.  Ауд. 102-А и читальный зал