Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
_____Иванов А.Г.
«__» июля 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.08 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) "Математика, Информатика"

Программа подготовки академическая

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

Краснодар 2016

Рабочая программа дисциплины «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (по профилю «Математика», «Информатика»)

Программу составил:
Г.Н. Титов, канд. физ.-мат. наук, доцент Титов

Рабочая программа дисциплины «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры
протокол № 1 «30» августа 2016 г.
Заведующая кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры (выпускающей) информационных образовательных технологий
протокол № 7 «29» марта 2016 г.
Заведующий кафедрой (выпускающей) Грушевский С.П.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «1» сентября 2016 г, протокол № 1.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н. Титов

Рецензенты:
Терещенко И.В., заведующий кафедрой общей математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», кандидат физ.–мат. наук, доцент;
Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физ.-мат. наук, доцент.

1. Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель дисциплины

Курс «Линейная алгебра» ставит своей целью ознакомить студентов 1-го курса факультета математики и компьютерных наук (44.03.05) в течение первого семестра со следующими основными понятиями линейной алгебры: система линейных уравнений, матрицы, определитель матрицы, векторное пространство, линейная зависимость и независимость системы векторов, базис, подпространство векторного пространства и др.

1.2. Задачи дисциплины

Овладение основными понятиями и фактами предлагаемого курса «Линейная алгебра»; формирование знаний, умений и навыков в алгоритмическом решении алгебраических задач (например, метод Гаусса решения системы линейных уравнений; нахождение базы решений системы линейных уравнений; нахождение обратной матрицы; нахождение базисного минора матрицы и т.п.).

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательным дисциплинам вариативной части Блока 1 учебного плана, являющегося структурным элементом ООП ВО. Знания, полученные в этом курсе, используются в аналитической геометрии, математическом анализе, дифференциальных уравнениях, теории функций действительной и комплексной переменной, дискретной математике, математической логике и теории алгоритмов, численных методах, абстрактной и компьютерной алгебре и др. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках программы средней школы.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

При освоении дисциплины «Линейная алгебра» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОК-3, ОК-6, ПК-5.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
1.	ОК-3	способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в	фундаментальные понятия по линейной алгебре, роль и значимость курса линейной	решать системы линейных уравнений, выполнять операции над матрицами, вычислять опре-	алгебраическим языком и методами линейной алгебры с целью ориенти-

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
		современном информационном пространстве.	алгебры для преподавания математики в образовательных учреждениях и для ориентирования в современном информационном пространстве;	делители и выполнять операции над векторами, а также воспринимать, обобщать и анализировать получаемую информацию с использованием алгебраических понятий;	рования в современных источниках математической и естественнонаучной литературы.
2.	ОК-6	Способность к самоорганизации и самообразованию	основные понятия и утверждения дисциплины, пути поиска информации для приобретения более полной картины о строении и содержании курса линейной алгебры;	использовать источники информации с целью самостоятельного продолжения исследований по тематике дисциплины;	навыками самоорганизации и самообразования в процессе обучения, в ходе выполнения домашних заданий и при подготовке к контрольным работам и экзамену.
3.	ПК-5	Способность осуществлять педагогическое сопровождение социализации и профессионального самоопределения обучающихся	понятия дисциплины, позволяющие математически описывать жизненные процессы, что должно мотивировать обучающихся слушателей при выборе своей будущей профессии	объяснять содержание и роль алгебраического моделирования в реальных жизненных ситуациях, с целью возрастания интереса у обучающихся к коллективной исследовательской работе	навыками педагогически грамотно доносить до слушателей построения алгебраических моделей, описывающих процессы из разных областей.

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 часа, из них контактные часы 56,3 : лекционные 18 часов, лабораторные 36 часов, КСР 2 часа и ИКР 0,3 часа; самостоятельная работа 52 часа; 35,7 часов экзамен). Их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)			
			1			
Контактная работа, в том числе:						
Аудиторные занятия (всего):		**54**	**54**			
Занятия лекционного типа		18	18	-	-	-
Лабораторные занятия		36	36	-	-	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		-	-	-	-	-
		-	-	-	-	-
Иная контактная работа:						
Контроль самостоятельной работы (КСР)		2	2			
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3	0,3			
Самостоятельная работа, в том числе:						
Курсовая работа		-	-	-	-	-
Проработка учебного (теоретического) материала		18	18	-	-	-
Выполнение домашних заданий		24	24	-	-	-
Реферат		-	-	-	-	-
Подготовка к текущему контролю		10	10	-	-	-
Контроль:						
Подготовка к экзамену		35,7	35,7			
Общая трудоемкость	**час.**	**144**	**144**	**-**	**-**	**-**
	в том числе контактная работа	**56,3**	**56,3**			
	зач. ед	**4**	**4**			

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1	Системы линейных уравнений	9	4	-	8	12

2	Матрицы	8	4	-	8	12
3	Определители	8	4	-	10	14
4	Векторные пространства	8	6	-	10	14
	Итого по дисциплине:		**18**	-	**36**	**52**

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Системы линейных уравнений	Понятие о системе линейных уравнений. Решение системы, совместность и несовместность, определенность и неопределенность. Равносильные системы. Элементарные преобразования над уравнениями. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Исследование систем ступенчатого вида. Однородные системы линейных уравнений. Пространство решений и фундаментальная совокупность решений однородной системы. Связь между решениями системы и решениями ассоциированной с ней однородной системы линейных уравнений. Алгоритм нахождения основных решений произвольной системы линейных уравнений.	Устный опрос.
2	Матрицы	Матрицы, их виды, обозначения и связанные с ними понятия. Операции над матрицами: сложение, вычитание, умножение на число и умножение матриц. Свойства этих операций. Обратная матрица, условие ее существования и алгоритм ее нахождения с помощью элементарных преобразований над строками. Матричные уравнения и матричный метод решения системы линейных уравнений.	Устный опрос, коллоквиум
3	Определители	Перестановки n символов, их число. Четность перестановки и ее изменение при транспозиции	Устный опрос, кол-

		символов. Число четных и нечетных перестановок n символов. Подстановки, их число. Четность подстановки и инвариантность четности при перестановке столбцов в записи подстановки. Классическое определение определителя n-го порядка. Правила Сарриуса нахождения определителей порядка не более трех. Свойства определителей. Изменение определителей при элементарных преобразованиях над их строками и столбцами, алгоритм вычисления определителя произвольного порядка. Критерий равенства определителя нулю. Понятие об алгебраическом дополнении к коэффициенту квадратной матрицы. Разложение определителей по строкам и столбцам. Формула обратной матрицы с использованием алгебраических дополнений к ее коэффициентам, применение этой формулы. Правило Крамера решения системы линейных уравнений. Алгоритм отыскания базисного минора матрицы (метод окаймления минорами). Обобщение правила Крамера на случай произвольных систем линейных уравнений.	локвиум
4	Векторные пространства	Понятие векторного пространства над **R**, простейшие свойства. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов, критерии линейной зависимости и независимости, простейшие свойства. Оценка числа векторов линейно независимой системы, каждый вектор которой является линейной комбинацией векторов другой системы. Максимально независимые подсистемы системы векторов и их равномощность. Понятие о ранге системы векторов. Ранг матрицы по строкам и ранг матрицы по столбцам, их равенство. Понятие о ранге матрицы, алгоритм его нахождения с помощью элементарных преобразований над строками и столбцами матрицы, а также методом окаймления минорами. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений. Подпространство, критерий подпространства. Понятие о линейной оболочке, натянутой на систему векторов пространства. Базис пространства (подпространства), размерность. Алгоритм нахождения	Устный опрос, коллоквиум.

		базиса линейной оболочки. Координаты вектора в данном базисе. Матрица перехода от одного базиса пространства к другому, свойства матрицы перехода. Изменение координат вектора при переходе к другому базису. Сумма и пересечение подпространств векторного пространства, размерность суммы и пересечения подпространств. Прямая сумма подпространств, ее эквивалентные определения. Изоморфизм векторных пространств, критерий изоморфизма	

2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Системы линейных уравнений	Метод Гаусса решения системы линейных уравнений (СЛУ). Нахождение фундаментальной системы решений (ФСР) системы линейных однородных уравнений (СЛОУ). Нахождение основной системы решений (ОСР) СЛУ.	Проверка домашнего задания, самостоятельная работа.
2	Матрицы	Операции над матрицами: сложение, вычитание, умножение на число и умножение матриц. Обратная матрица, алгоритм ее нахождения с помощью элементарных преобразований над строками. Матричные уравнения и матричный метод решения системы линейных уравнений.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
3	Определители	Четность и нечетность перестановок и подстановок. Правила Сарриуса вычисления определителя. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований над его рядами.. Критерий равенства определителя нулю. Разложение определителей по строкам и столбцам. Нахождение обратной матрицы по формуле. Правило Крамера решения СЛУ. Алгоритм нахождения базисного минора матрицы (метод окаймления миноров). Решение СЛУ по обобщенному правилу Крамера.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
4	Векторные про-	Алгоритм нахождения максимальной линейно независимой подсистемы (базы) системы строк.	Проверка домашнего

	странства	Линейное выражение строк системы через строки ее базы. Применение критерия подпространства пространства строк, линейная оболочка. Два способа нахождения базиса линейной оболочки. Координаты вектора в различных базисах пространства строк	задания, контрольная работа.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Системы линейных уравнений	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 01.09.2016 г.
2.	Матрицы	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 01.09.2016 г.
3.	Определители	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 01.09.2016 г.
4.	Векторные пространства	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 01.09.2016 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3 Образовательные технологии:

При изучении дисциплины используются традиционные лекции, лабораторные занятия, самостоятельная и контрольные работы, коллоквиумы и экзамен. Студенты выполняют в письменной форме различные виды работ (самостоятельную работу, два письменных коллоквиума (по теории), две контрольные работы). Коллоквиумы проходят на практических занятиях параллельно с написанием самостоятельной работы (коллоквиум №1 в течение 45 минут по одному из вопросов экзамена 1-8) и параллельно с написанием контрольной работы №2 (коллоквиум №2 в течение 30 минут по одному из вопросов экзамена 9-32). В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. Экзамен сдается только после решения определенного набора заданий контрольных работ.

К образовательным технологиям относятся также интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Линейная алгебра» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, как на лекционных, так и на практических занятиях в ходе дискуссий. Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

3.1. Дискуссия

Дискуссия дает возможность студенту высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными. Студентам предлагается проанализировать варианты решения и высказать своё мнение. Основной объем использования интерактивных методов обучения реализуется как в ходе лекционных, так и в ходе практических занятий.

Рекомендации по вопросам, выносимым на дискуссию

1. Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
2. Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Обсуждение логической дискуссий, как составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контр-примеров.
5. Самостоятельное составление студентами заданий по теме, характеризующих глубину понимания ими соответствующего материала.

3.2. Доклад (презентация)

Применение на занятии компьютерных технологий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса линейной алгебры самостоятельно более глубоко освоить некоторые понятия и доказательства утверждений. В этой связи некоторые лекционные и практические занятия преподаватель проводит в виде презентации.

Семестр	**Вид занятия (Л, ЛЗ)**	**Используемые интерактивные образовательные технологии**	**Количество часов**
1 1	*Л*	«Координаты вектора в данном базисе пространства, изменение координат при переходе к другому базису» (раздел 4) − *лекция в виде презентации.*	2
	ЛЗ	«Ранг матрицы и способы его вычисления» (раздел 4) − *лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора.*	2
Итого:			4

4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы студентов контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и промежуточная аттестация (экзамен).

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

4.1.1 Примерные задания самостоятельной работы

Самостоятельной работа
(«Системы линейных уравнений»)

(длится 45 минут, состоит из 5 заданий, каждое из которых оценивается в 3 балла; нижний порог – 6 баллов, на высшую оценку надо набрать 13 баллов; разрешается использовать конспекты практических занятий).

1. С помощью элементарных преобразований над уравнениями приведите систему линейных уравнений (*) к ступенчатому виду и затем выразите главные неизвестные через свободные неизвестные.
2. Найдите фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений, ассоциированной с системой (*).
3. Опишите множество решений системы линейных однородных уравнений, ассоциированной с системой (*).

4. Найдите общее решение системы (*).
5. Найдите основные решения системы (*).

$$\begin{cases} x_1 & & -x_3 & & -x_5 & = & 1 \\ x_1 & +2x_2 & & & +x_5 & = & 1 \\ x_1 & +2x_2 & & +x_4 & +2x_5 & = & 2 \\ 2x_1 & +2x_2 & -x_3 & +x_4 & +x_5 & = & 3 \end{cases} \quad (*)$$

4.1.2 Примерные задания контрольных работ

Контрольная работа № 1

(«Системы линейных уравнений», «Матрицы», «Определители»)

(длится 90 минут, состоит из 10 заданий, каждое из которых оценивается в 3 балла; нижний порог – 9 баллов, на высокую оценку надо набрать 20 баллов; пользоваться дополнительными источниками информации не разрешается)

1. Найдите множество решений системы линейных уравнений (1).

2. Найдите фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений, ассоциированной к системе (1).

3. Найдите основные решения системы линейных уравнений (1).

4. Вычислите матрицу $AB - 2C$.

5. С помощью элементарных преобразований найдите матрицу, обратную к матрице (3).

6. По формуле найдите матрицу, обратную к матрице (3).

7. Решите систему линейных уравнений (5) матричным способом.

8. С помощью элементарных преобразований над рядами вычислите определитель (2).

9. Разложите определитель (4) по буквенному ряду.

10. Решите систему линейных уравнений (6) по правилу Крамера.

$$(1)\begin{cases} x_1 & -4x_2 & -x_3 & +3x_4 & = -3 \\ -2x_1 & +8x_2 & +3x_3 & -8x_4 & = 8 \\ -x_1 & +4x_2 & +2x_3 & -5x_4 & = 5 \end{cases}; \quad (2)\begin{vmatrix} 5 & 6 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 6 & -1 & 2 \end{vmatrix};$$

$$(3)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad (4)\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ a & b & c \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}; \quad (5)\begin{cases} 4x & -5y & = 4 \\ 5x & +2y & = 3 \end{cases};$$

(6) $\begin{cases} 3x & -7y & =3 \\ 4x & +3y & =5 \end{cases}$; $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

Контрольная работа № 2

(«Системы линейных уравнений», «Матрицы», «Определители», «Векторные пространства»)

(длится 60 минут, состоит из 7 заданий, каждое из которых оценивается в 3 балла; нижний порог – 7 баллов, на высокую оценку надо набрать 14 баллов; пользоваться дополнительными источниками информации не разрешается)

1. Методом окаймления миноров вычислите ранг матрицы A.
2. По обобщенному правилу Крамера решите систему линейных уравнений(*).
3. Найдите какую-нибудь максимальную линейно независимую подсистему системы строк u_1, u_2, u_3, u_4.
4. Строки u_1, u_2, u_3, u_4 выразите линейно через строки подсистемы, найденной в задании № 3.
5. В линейной оболочке $L\ (u_1, u_2, u_3, u_4)$ найдите такой базис, чтобы каждая его строка удовлетворяла условию: сумма всех компонент равна 3.
6. Покажите, что система строк v_1, v_2, v_3 образует базис пространства R^3 и найдите координаты вектора v в этом базисе.
7. Методом математической индукции докажите истинность равенства $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -9 & -5 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1+6n & 4n \\ -9n & 1-6n \end{pmatrix}$ для всех натуральных чисел n.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -2 & 1 \\ -4 & 6 & -2 & 4 & -2 \\ 4 & -6 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}. \quad (*)\begin{cases} 2x_1 & -3x_2 & +x_3 & -2x_4 & =1 \\ -4x_1 & +6x_2 & -2x_3 & +4x_4 & =-2 \\ 4x_1 & -6x_2 & +2x_3 & +x_4 & =1 \\ 2x_1 & -3x_2 & +x_3 & +3x_4 & =0 \end{cases}.$$

$u_1 = (3;-2;1;-2)$, $v_1 = (2;1;2)$,
$u_2 = (6;-4;2;-4)$, $v_2 = (3;1;1)$,
$u_3 = (3;-2;1;-3)$, $v_3 = (2;2;1)$,
$u_4 = (6;-4;2;-3)$. $v = (1;-2;1)$.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

4.2.1 Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Системы линейных уравнений и связанные с ними понятия.

2. Метод Гаусса приведения системы линейных уравнений к ступенчатому виду.

3. Исследование системы линейных уравнений ступенчатого вида.

4. Системы однородных линейных уравнений.

5. Связь между множествами решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений.

6. Матрицы и некоторые связанные с ними понятия.

7. Сложение (вычитание) и умножение матриц на числа, свойства.

8. Умножение матриц, свойства.

9. Перестановки n символов, инверсии. Четные и нечетные перестановки, их количество.

10. Подстановки, их четность. Количество четных и нечетных подстановок.

11. Определитель n-го порядка. Правила Сарриуса.

12. Свойства определителей (формулировки свойств с иллюстрацией на примерах).

13. Алгоритм вычисления определителя с помощью элементарных преобразований над его рядами. Пример.

14. Разложение определителя по его ряду. Примеры.

15. Формула обратной матрицы и примеры ее применения.

16. Правило Крамера решения системы линейных уравнений. Пример.

17. Ранг матрицы, алгоритм его вычисления с помощью элементарных преобразований над рядами матрицы.

18. Базисный минор матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймления миноров. Пример.

19. Обобщенное правило Крамера решения систем линейных уравнений с иллюстрацией на примере.

20. Определение кольца. Примеры.

21. Виды колец. Примеры колец различных видов.

22. Определение поля. Примеры полей и колец, не являющихся полями.

23. Определение векторного пространства над произвольным полем. Примеры.

24. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства.

25. Максимальная линейно независимая подсистема системы векторов, ранг системы векторов.

26. Подпространство векторного пространства. Линейная оболочка.

27. Базис пространства (подпространства), размерность.

28. Координаты вектора в заданном базисе. Операции над векторами в координатной форме.

29. Матрица перехода от одного базиса пространства к другому, ее свойства. Изменение координат вектора при переходе к другому базису.

30. Сумма и пересечение подпространств, их размерность.

31. Прямая сумма подпространств, эквивалентные определения.

32. Изоморфизм конечномерных векторных подпространств.

4.2.2 Список типовых практических заданий (для лабораторных занятий, контрольных работ и экзамена)

1. Найдите множество решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = -3 \\ -2x_1 + 8x_2 + 3x_3 - 8x_4 = 8 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 5 \end{cases}.$$

2. Найдите фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ -2x_1 + 8x_2 + 3x_3 - 8x_4 = 0 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

3. Вычислите матрицу $AB - 2C$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

4. С помощью элементарных преобразований найдите матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

5. По формуле найдите матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

6. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 4x & -5y & = 4 \\ 5x & +2y & = 3 \end{cases}$ матричным способом.

7. Разложите определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ a & b & c \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ по буквенному ряду.

8. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x & -7y & = 3 \\ 4x & +3y & = 5 \end{cases}$ по правилу Крамера.

9. С помощью элементарных преобразований вычислите определитель $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 6 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

10. Методом окаймления миноров вычислите ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -2 & 1 \\ -4 & 6 & -2 & 4 & -2 \\ 4 & -6 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

11. По обобщенному правилу Крамера решите систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 & -3x_2 & +x_3 & -2x_4 & = 1 \\ -4x_1 & +6x_2 & -2x_3 & +4x_4 & = -2 \\ 4x_1 & -6x_2 & +2x_3 & +x_4 & = 1 \\ 2x_1 & -3x_2 & +x_3 & +3x_4 & = 0 \end{cases}.$$

12. Найдите какую-нибудь максимальную линейно независимую подсистему системы строк u_1, u_2, u_3, u_4, где

$$\begin{aligned} u_1 &= (3;-2;1;-2), \\ u_2 &= (6;-4;2;-4), \\ u_3 &= (3;-2;1;-3), \\ u_4 &= (6;-4;2;-3). \end{aligned}$$

13. Строки u_1, u_2, u_3, u_4 выразите линейно через строки подсистемы, найденной в задании 12.

14. Покажите, что система строк v_1, v_2, v_3 образует базис пространства R^3 и найдите координаты вектора v в этом базисе, если

$$v_1 = (2; 1; 2),$$
$$v_2 = (3; 1; 1),$$
$$v_3 = (2; 2; 1),$$
$$v = (1; -2; 1).$$

15. В линейной оболочке $L(u_1, u_2, u_3, u_4)$ найдите такой базис, чтобы сумма компонент каждой его строки была равна 3, если

$$u_1 = (3; -2; 1; -2),$$
$$u_2 = (6; -4; 2; -4),$$
$$u_3 = (3; -2; 1; -3),$$
$$u_4 = (6; -4; 2; -3).$$

4.2.3 Примерные билеты к экзамену

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования «Кубанский государственный университет»

1920

Кафедра функционального анализа и алгебры

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Билет № *

по линейной алгебре

1. Исследование системы линейных уравнений ступенчатого вида.
2. Ранг матрицы, алгоритм его вычисления с помощью элементарных преобразований над рядами матрицы.
3. Разложите определитель по буквенному ряду $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ a & b & c \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$.

Заведующий кафедрой

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания ответа на экзамене

Оценивание ответа на экзамене, осуществляется по следующим критериям.

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач.

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

Итоговая оценка выставляется с учетом работы студента в семестре: учитываются результаты самостоятельной и двух контрольных работ, а также результаты ответов на коллоквиумах.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Мальцев, А.И. Основы линейной алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 480 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/251.
2. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 432 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/30198

5.2 Дополнительная литература:

1. Мальцев, И.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 384 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/610 .
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс]. - СПб.: Лань, 2010. - URL: http://e.lanbook.com/view/book/529/.

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре [Электронный ресурс]. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - URL: http://e.lanbook.com/view/book/2743/.
2. Ильин В.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс]. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - URL: http://e.lanbook.com/view/book/2178/.

7 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, к коллоквиумам, к контрольным работам, к экзамену. Такой вид СРС контролируется в ходе консультаций, проверки контрольных работ и коллоквиумов, сдачи экзамена. Предполагается самостоятельное изучение студентами теоретического материала по темам, указанным в разделах таблицы 2.3.1 (во втором абзаце содержания раздела). Обсуждение и контроль осуществляются во время консультаций (вызывных и по желанию студента).

Обязательными при изучении дисциплины «Линейная алгебра» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;

- самостоятельное решение задач по темам практических занятий;

- подготовка к контрольным работам;

- подготовка к коллоквиумам;

- подготовка к экзаменам.

7.1 Методические указания к самостоятельному изучению студентами теоретического материала

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы экзаменов студентам первого курса (1-й семестр) достаточно использовать материал лекций или указанные в пунктах 5-6 источники литературы. Весь теоретический материал, необходимый для сдачи экзамена, содержится в каждом из учебных пособий списка основной литературы 1 – 2. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

7.2 Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению заданий по темам лабораторных занятий

Для выполнения домашнего задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме лабораторного занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретический материал, в краткой форме имеющийся в сборнике задач 1 или 2 из списка литературы в пункте 6. Если студент не смог понять приведенный в указанных задачниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы самостоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может получить консультацию преподавателя.

7.3. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению контрольных работ

В первом семестре после изучения студентами раздела 1 из таблицы в пункте 2.3 проводится самостоятельная работа (разрешается использование дополнительных источников информации), а затем после изучения других разделов – две контрольные работы (не разрешается использование таких источников). Самостоятельная работа (45 минут) состоит из пяти заданий (одно задание оценивается в 3 балла, нижний порог успешности составляет 6 баллов, отличная оценка ставится при получении не менее 13 баллов). Первая контрольная работа (90 минут) состоит из десяти заданий (одно задание оценивается в 3 балла, нижний порог успешности составляет 9 баллов, высокая оценка ставится при получении не менее 20 баллов), а вторая контрольная работа (60 минут) – из семи заданий (одно задание оценивается в 3 балла, нижний порог успешности составляет 7 баллов, высокая оценка ставится при получении не менее 14 баллов). Для подготовки к самостоятельной и к контрольным работам необходимо выполнять задания в ходе практических занятий, а также домашние задания. В процессе самоподготовки студенту желательно ознакомиться с разбором опорных по рассматриваемым темам задач, имеющихся в сборниках 1 или 2 из списка литературы в пункте 6. В пункте 4.2.2 приведены конкретные задания, типаж

которых соответствует заданиям, решаемых на практических занятиях и предлагаемых на контрольных работах.

7.4. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к коллоквиумам

Коллоквиумы проводятся в целях закрепления студентами знаний теоретического материала. Коллоквиум может проводиться в устной и в письменной форме. На первый коллоквиум выносится материал из первого раздела таблицы в пункте 2.3, а на второй – из второго и третьего разделов указанной таблицы. Для ответа в письменной форме на вопрос 1 – 5 из примерного перечня теоретических вопросов к экзамену в пункте 4.1.1 (на первом коллоквиуме) студенту дается 45 минут после выполнения самостоятельной работы на той же паре. Для письменного ответа на один из вопросов 6 – 19 указанного перечня (на втором коллоквиуме) студенту дается 30 минут после выполнения заданий итоговой контрольной работы на той же паре. Положительный ответ студента на коллоквиуме учитывается при сдаче им экзамена.

7.5. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к экзамену

Согласно учебному плану дисциплины «Линейная алгебра» студенты сдают итоговый экзамен в первом семестре. Для сдачи экзамена надо изучить теоретический материал разделов 1 – 4 таблицы в пункте 2.3.1. Также студент должен научиться решать практические задания по темам этих разделов на лабораторных занятиях и в ходе выполнения домашних заданий. Для подготовки к экзамену необходимо успешно выполнить две контрольные работы. Теоретические вопросы приведены выше в пункте 4.2.1. Типы задач на экзамене соответствуют типам заданий в пункте 4.2.2.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

8.1. Перечень информационных технологий.

Не прилагается.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (http://www.elibrary.ru)/

.

9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук, …) и соответствующим программным обеспечением (ПО) 302Н, 303Н, 308Н, 505А, 507А;.
2.	Лабораторные заня-	Специальное помещение, оснащенное доской, маркерами

	тия	и мелом 310Н, 312Н, 314Н.
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория (кабинет) 314Н
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, (кабинет) 302Н, 303Н, 308Н, 310Н, 314Н, 505А, 507А.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. (309Н, 320Н)

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Линейная алгебра» по направлению подготовки 44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ по профилю подготовки МАТЕМАТИКА и ИНФОРМАТИКА, подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры Куб ГУ кандидатом физико-математических наук Титовым Г.Н.

Рабочая программа содержит: цели и задачи освоения дисциплины; место дисциплины в структуре ООП ВО; требования к результатам освоения содержания дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины; материально-техническое обеспечение дисциплины.

Название и содержание рабочей программы дисциплины «Линейная алгебра» соответствует учебному плану по направлению подготовки Педагогическое образование (квалификация (степень) «бакалавр»), а также ФГОС ВО по направлению подготовки Педагогическое образование (квалификация (степень) «бакалавр»).

Успешность изучения дисциплины обеспечивается знаниями в рамках программы по математике средней общеобразовательной школы. Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по содержательным разделам позволяет сочетать теоретическое обучение с практической работой по освоению элементов теории матриц, систем линейных уравнений, теории определителей и векторных пространств. При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений. Согласно учебному плану для студентов данного направления подготовки начатое в первом семестре изучение линейной алгебры имеет естественное продолжение в курсе алгебры, читаемом в двух последующих семестрах.

Учитывая вышеизложенное, считаю, что рабочая программа соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению подготовки 44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ по профилю МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА, и может быть рекомендована для высших заведений.

Заведующий кафедрой общей математики
Куб ГТУ, кандидат физ.– мат. наук, доцент
Терещенко И.В.

Подпись
Начальник управления кадров
«____» _____ 20____ г.

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Линейная алгебра» по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» по профилю подготовки «Математика и информатика», подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физико-математических наук Титовым Г.Н.

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» содержит: цели и задачи освоения дисциплины; место дисциплины в структуре ООП ВО; требования к результатам освоения содержания дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое, информационное и материально-техническое обеспечение дисциплины.

Название и содержание рабочей программы соответствует ФГОС ВО по направлению подготовки «Педагогическое образование» (квалификация (степень) «бакалавр»).

Для изучения материала дисциплины достаточно знаний, полученных в школьном курсе математики. В процессе обучения вырабатываются общекультурные и профессиональные компетенции (ОК3, ОК6, ПК-5). При освоении дисциплины также вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений по данному направлению подготовки. В пункте 4 рабочей программы приводится достаточно подробный список теоретических вопросов и всех типов практических заданий, которые студенты должны освоить в процессе изучения дисциплины.

Считаю, что рабочая программа соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» по профилю «Математика и информатика».

Доцент кафедры информационных
технологий Куб ГУ, канд. физ.– мат. наук
Гаркуша О.В.

