

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор



Иванов А.Г.

подпись

« 30 » 06 2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.Б.15 «ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ОУ»**

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль Математическое моделирование и вычислительная математика
(Математическое моделирование)

Программа подготовки Академическая

Форма обучения Очная

Квалификация выпускника Бакалавр

Краснодар 2017

Рабочая программа дисциплины *Вариационное исчисление и ОУ* составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Программу составил:

К.А. Лебедев доктор физико-математических наук,
профессор кафедры прикладной математики



подпись

Рабочая программа дисциплины *Вариационное исчисление и ОУ* утверждена на заседании кафедры прикладной математики протокол № 22 «29» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Уртенев М. Х.



подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математического Моделирования протокол № 11 «29» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Бабешко В.А



подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета Компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 4 «20» июня 2017 г.

Председатель УМК факультета Малыхин К. В.



подпись

Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна

Доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук,
профессор. Почетный работник высшего профессионального образования
РФ. Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО
«КубГТУ»

Марков Виталий Николаевич

Доктор технических наук. Профессор кафедры информационных систем и
программирования института компьютерных систем и информационной
безопасности (ИКСИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ»

1 Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель освоения дисциплины.

– приобретения теоретических и практических знаний, навыков и умений использования методов теории вариационного исчисления и оптимального управления.;

1.2 Задачи дисциплины:

Основные задачи курса на основе системного подхода:

– дать знания, выработать навыки и развить умения в области вариационного исчисления и оптимального управления.

– научить решать аналитически и численно экстремальные задачи;

– строить математические экстремальные модели классического и современного типа;

– научить применять численные методы для решения задач с использованием современных ЭВМ и прикладных программ и различных языков программирования;

– овладение моделями оптимального управления в различных областях науки, техники, экономики.

– формирование свободного и творческого подхода к теории вариационного исчисления и оптимального управления.

Содержательное наполнение дисциплины обусловлено общими задачами в подготовке бакалавра.

1.3 Место учебной дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Вариационное исчисление и оптимальное управление» относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины и (модули) учебного плана».

Данная дисциплина (Вариационное исчисление и оптимальное управление) тесно связана с дисциплинами цикла: математический анализ, физика, уравнения математической физики, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, методы оптимизации.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных и профессиональных компетенций (ОПК, ПК):

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1	ОПК-4	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	методы решения стандартных задач профессиональной деятельности, в частности задачи вариационного исчисления и оптимального управления	выбирать методы решения стандартных задач вариационного исчисления и оптимального управления с применением информационной информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	навыками и способностью решать стандартные и нестандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры в соответствии по дисциплине вариационное исчисление и оптимальное управление.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
2	ПК-1	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	как ставить, решать и интерпретировать вариационные задачи и данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям в частности вариационного исчисления и оптимального управления	собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям в частности вариационного исчисления и оптимального управления	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, в особенности по вариационному исчислению и оптимальному управлению.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зач.ед. (144 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)				
		7				
Контактная работа, в том числе:	76,3	76,3				
Аудиторные занятия (всего):	72	72				
Занятия лекционного типа	36	36	-	-	-	
Лабораторные занятия	36	36	-	-	-	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)			-	-	-	
Иная контактная работа:						
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4				
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3				
Самостоятельная работа, в том числе:	32	32				
Курсовая работа	-	-	-	-	-	
Проработка учебного (теоретического) материала	26	26	-	-	-	
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)			-	-	-	
Реферат			-	-	-	
Подготовка к текущему контролю	6	6	-	-	-	
Контроль:	35,7	35,7				
Подготовка к экзамену	35,7	35,7				
Общая трудоемкость	час.	144	144	-	-	-
	в том числе контактная работа	76,3	76,3			
	зач. ед	4	4			

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.
Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 7 семестре (очная форма)

№ /п	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеауди- торная работа
			Лекции	ПЗ	ЛР	
	РАЗДЕЛ 1 Основные понятия вариационного исчисления.					
1.	Основные понятия. Основная задача вариационного исчисления.	6	2		2	2
2.	Уравнение Эйлера и его применение к основным задачам ВИ	12	4		4	4
3.	Достаточное условия экстремума	6	2		2	2
	РАЗДЕЛ 2 Численные методы решения вариационных задач					
4.	Численные методы решения вариационных задач.	12	4		4	4
5.	Обобщения основной задачи.	6	2		2	2
	РАЗДЕЛ 3 Приложения методов ВИ к решению естественнонаучных задач.					
6.	Приложения методов ВИ к решению естественнонаучных задач.	6	2		2	2
	РАЗДЕЛ 4 Оптимальное управление					
7.	Задача автоматического регулирования.	6	2		2	2
8.	Задача оптимального управления.	6	2		2	2
9.	Принцип максимума Понтрягина.	12	4		4	4
10.	Метод динамического программирования.	6	2		2	2
11.	Численные методы решения задач оптимального управления.	6	2		2	2
12.	Достаточные условия оптимальности и их применение к решению задач.	10	4		4	2
13.	Примеры задач оптимального управления из науки, техники и экономики.	10	4		4	2
14.	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4				
15.	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
16.	Подготовка к экзамену	35,7				
	Итого	144	36		36	32

Контроль самостоятельной работы (КСР)–4, ИКР –0.3; Самостоятельная работа–32, подготовка к экзамену –35,7: 36+36+4+0,3+32+35,7=144

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ Раздела	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (тем)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
	РАЗДЕЛ 1. Основные понятия вариационного исчисления.	<p>Тема 1. Основные понятия. Основная задача вариационного исчисления. История возникновения вариационного исчисления, как раздела дифференциального и интегрального исчислений. Задача о брахистохроне. Пример задачи оптимального управления. Вариационная задача как задача оптимального управления. Задачи конечномерной оптимизации и задачи ВИ. Постановка основной задачи ВИ. Примеры задач. Функционал. Вариация аргумента. Вариация функционала. Сильная и слабая окрестности. ε- окрестность n-го порядка кривой. Близость кривых. Расстояние между кривыми. Линейные функционалы. Локальный экстремум. Сильный и слабый экстремумы. Первое определение вариации функционала первого порядка. Второе определение вариации функционала первого порядка. Игольчатая вариация. Свойства вариаций. Теорема о дифференцируемости функционалов. Необходимое условие экстремума. Ряд Тейлора для функционалов. Примеры.</p> <p>Тема 2. Уравнения Эйлера. Уравнение Эйлера как необходимое условие экстремума. Основная лемма вариационного исчисления. Вывод уравнения Эйлера для основной задачи вариационного исчисления. Частные случаи функционалов. Алгоритм решения задач. Методы и приёмы решения задач. Применение уравнения Эйлера к известным задачам вариационного исчисления. Задача о кратчайшем расстоянии. Задача о цепной линии. Задача о брахистохроне. Задача Пуанкаре. Задача Ньютона об обтекании тела вращения</p> <p>Тема 3. Достаточные условия экстремума. Вторая вариация функционала. Условие знакопостоянства второй вариации и достаточное условие экстремума. Поле экстремалей (собственное, центральное). C - дискриминанта. Сопряжённая точка. Условие Якоби включения экстремали в поле экстремалей. Достаточные условия (слабого, сильного) экстремума: Вейерштрасса, Лежандра.</p>	Резюме, аналитический обзор по проблеме

	<p>РАЗДЕЛ 2. Численные способы решения вариационных задач.</p>	<p>Тема 4. Численные способы решения вариационных задач. Прямой метод сведения вариационной задачи к задаче конечномерной оптимизации. Вариационные методы математической физики. Метод Рунге. Метод Галеркина. Методы численного решения уравнения Эйлера. Метод стрельбы. Метод конечных разностей.</p>	<p>1. Устный опрос в конце лекции 2. Опрос на лабораторных</p>
	<p>РАЗДЕЛ 3. Приложения методов ВИ к решению естественнонаучных задач</p>	<p>Тема 5. Обобщения основной задачи ВИ. Способы вычисления вариаций для различных видов функционалов. Функционалы, зависящие от нескольких независимых функций. Функционалы, зависящие от производных высшего порядка. Функционалы, зависящие от функций нескольких переменных. Инвариантность уравнения Эйлера. Вариационные задачи со свободными границами. Функционалы с подвижными границами. Условия трансверсальности. Задачи с односторонними вариациями. Задача Больца.</p> <p>Тема 6. Приложения методов ВИ к решению естественнонаучных задач. Отражение экстремалей. Преломление экстремалей. Задача Больца. Связь задач Лагранжа и Больца. Исторический очерк проблемы постулата Евклида о параллельных. Постановка и решение задачи Пуанкаре. Роль задачи Пуанкаре в интерпретации геометрии Лобачевского. Задача о форме тела имеющего наименьшее сопротивление в потоке газа. Задачи на условный экстремум. Задача Эйлера об изгибе стержня. Задачи с интегральными связями (изопериметрические). Метод неопределённых коэффициентов. Задачи с конечными связями. Задача о геодезических. Геодезическое расстояние. Задача Клеро. Вариационные принципы механики. Каноническая форма уравнений Эйлера. Теория Гамильтона-Якоби. Теорема Якоби. Принцип наименьшего действия в форме Лагранжа. Разрывные задачи первого рода. Разрывные задачи второго рода.</p>	<p>1. Устный опрос в конце лекции 2. Опрос на лабораторных</p>

<p>РАЗДЕЛ 4. Оптимальное управление</p>	<p>Тема 7. Задача автоматического регулирования. Понятие об объекте регулирования. Выходные и входные (управляющие) величины. Отрицательная обратная связь. Алгебраические и частотные критерии устойчивости (Михайлова, Найквиста). Критерии качества управления. Синтез оптимального регулятора по квадратичному критерию</p> <p>Тема 8. Задачи оптимального управления. Понятие об управляемом объекте, как техническом объекте. Объект управления, как система дифференциальных уравнений. Понятие об оптимальном управлении. Основная задача оптимального управления. Задача Эйлера (брахистохроны) как задача оптимального управления. Задачи вариационного исчисления, как задачи оптимального управления. Примеры задач оптимального управления: задача на быстродействие, задача на оптимальный расход топлива, задача Лагранжа, задача Майера, задача Больца.</p> <p>Тема 9. Принципа максимума Понтрягина. Связь принципа Понтрягина с уравнением Эйлера и уравнениями Якоби. Игольчатые вариации. Принцип максимума как необходимое условие экстремума. Доказательство принципа максимума Понтрягина. Условия трансверсальности. Применение принципа максимума к решению задач. Основные теоремы о линейных оптимальных быстродействиях (теорема о числе переключений, теорема единственности, теорема существования). Сфера достижимости. Оптимальные процессы при ограниченных фазовых координатах. Статистические задачи оптимального управления. Примеры задач.</p> <p>Тема 10. Метод динамического программирования. Вывод уравнения Беллмана. Синтез оптимального управления. Алгоритм Беллмана для решения динамических оптимизационных задач: (непрерывный вариант, многошаговый вариант). Связь динамического программирования с принципом максимума</p> <p>Тема 11. Численные методы решения задач оптимального управления. Методы решения линейных задач: метод последовательных приближений Нейштадта и Итона, Шатровского. Обзор численных методов: методы стрельбы для решения краевой задачи оптимального управления, метод вариаций в фазовом пространстве, метод вариаций в пространстве управлений. Тема 12. Достаточные условия оптимальности. Достаточные условия оптимальности для непрерывных процессов. Доказательство теоремы. Обобщение теоремы о достаточных условиях. Условия при которых принцип максимума является достаточным условием экстремума. Достаточные условия оптимальности в форме принципа динамического программирования. Применение теоремы к решению задач. Сравнительный анализ методов Понтрягина и Беллмана</p>	<p>1. Устный опрос в конце лекции</p> <p>2. Опрос на лабораторных</p>
--	---	---

2.3.2 Семинарские занятия

Занятия семинарского типа учебным планом не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

№ п/п	Наименование практических работ	Форма текущего контроля
1	Экстремум функций многих переменных	Проверка домашнего задания. Проверка выполнения работы № 1
2	Экстремум функционалов.	Проверка выполнения лабораторной работы №2
3	Уравнение Эйлера.	Проверка домашнего задания.. Проверка выполнения работы № 3
4	Обобщения основной задачи ВИ	Проверка домашнего задания. Проверка выполнения работы № 4
5	Численные методы решения вариационных задач.	Проверка выполнения работы № 5
6	Задачи на условный экстремум. Вариационные принципы механики	Проверка выполнения работы № 6
7	Достаточные условия экстремума функционалов	Проверка домашнего задания. Проверка выполнения работы № 7
8	Задачи на принцип максимума Понтрягина.	Проверка выполнения работы № 8
9	Достаточные условия оптимальности.	Проверка выполнения работы № 9

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающегося по дисциплине

Целью самостоятельной работы студента является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания полученные во время лабораторных занятий.

№	Вид самостоятельной работы	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы, подготовка к	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №22 от 29.06.2017 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факуль-

	семинарским занятиям	тета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №22 от 29.06.2017 г.
2	Подготовка к лабораторным занятиям	Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №22 от 29.06.2017 г.
3	Подготовка к решению задач и тестов	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №22 от 29.06.2017 г.
4	Подготовка докладов	Методические указания для подготовки эссе, рефератов, курсовых работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №22 от 29.06.2017 г.
5	Подготовка к решению расчетно-графических заданий (РГЗ)	Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №22 от 29.06.2017 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №22 от 29.06.2017 г.
6	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №22 от 29.06.2017 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины. 30 часов в интерактивном виде.

Лекции представляют собой систематическое изложение учебного материала с подачей в виде презентаций.

Лабораторные занятия позволяют научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, при этом практикуется работа в группах. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Применяются также следующие образовательные технологии:

- Технология разноуровневого обучения (дифференцированное обучение);
- Технология коллективного взаимодействия (организованный диалог, коллективный способ обучения);

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля успеваемости (вопросы, лабораторные работы), промежуточной аттестации (экзамен в 7 семестре).

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством: ОПК-4, ПК-1

В качестве оценочных средств текущего контроля используются: выполнение домашних заданий, индивидуальные консультации. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и выполнения домашних работ. В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы.

Темы дискуссий, проводимых для усвоения материала дисциплины:

- 1.Необходимые и достаточные условия в математике и в данной изучаемой дисциплине.
- 2.Вывод уравнения Эйлера, как необходимого условия экстремума.
- 3.Достаточные условия экстремума.

Примерные задания на лабораторные работы

Лабораторное занятие 1. Экстремум функций многих переменных

Контрольные вопросы.

1. Что такое экстремум функции?
2. Сформулировать необходимое и достаточное условие экстремума.
3. Сформулировать принцип неопределенных множителей Лагранжа.
4. Перечислить численные методы поиска безусловного экстремума.

Задачи.

В аудитории: Безусловный экстремум.

Условный экстремум.

Лабораторное занятие 2. Экстремум функционалов.

Контрольные вопросы.

1. Что такое функция и что такое функционал?
2. Что такое расстояние между кривыми?
3. Какие функционалы называются непрерывными?
4. Что такое вариация функционала?
5. Сформулировать необходимое условие экстремума функционала.

Задачи.

Функционал. Близость кривых
Непрерывность функционалов.
Вариация функционалов
Необходимое условие экстремума.

Лабораторное занятие 3. Уравнение Эйлера.

Контрольные вопросы.

1. Записать уравнение Эйлера.
2. Сформулировать основную лемму.
3. Перечислить частные случаи функционалов.
4. Перечислить наиболее известные задачи вариационного исчисления.

Задачи.

Вариационные задачи в параметрической форме

Лабораторное занятие 4. Обобщения основной задачи ВИ.

Контрольные вопросы.

1. Как находятся вариации функционалов?
2. Что такое условия трансверсальности?

Задачи.

Функционалы, зависящие от производных высшего порядка.
Функционалы, зависящие от нескольких независимых функций.
Функционалы, зависящие от функций нескольких переменных.

Контрольные вопросы.

1. Поставить задачу с подвижными границами.
2. Сформулировать условия трансверсальности.
3. Дать определение односторонним вариациям

Задачи.

Задачи с подвижными границами.
Задачи на односторонние вариации

Лабораторное занятие 5. Численные методы решения вариационных задач

1. Прямой метод.
2. Метод стрельбы
3. Метод конечных разностей

Лабораторное занятие 6. Вариационные задачи на условный экстремум.

Контрольные вопросы

1. Сформулировать изопериметрическую задачу?
2. Сформулировать задачу с конечными связями.
3. Что называется геодезическим расстоянием?

Задачи

Задачи с интегральными связями (изопериметрические).

Задачи с конечными связями.
Геодезическое линии.
Геодезическое расстояние.
Каноническая форма уравнений Эйлера
Вариационные принципы механики

Лабораторное занятие 7. Достаточные условия экстремума функционалов.

Контрольные вопросы.

1. Что называется второй вариацией функционала?
2. Что называется полем экстремалей?
3. Дать определения собственному и центральному полям экстремалей.
4. Сформулировать условие Якоби
5. Записать функцию Вейерштрасса.
6. Сформулировать достаточные условия Вейерштрасса.
7. Сформулировать достаточные условия Лежандра..

Задачи.

Вторая вариация функционала.

Поле экстремалей

Достаточное условие Якоби включения экстремали в поле экстремалей

Достаточное условие Лежандра включения экстремали в поле экстремалей

Достаточные условия экстремума функционала

А) Вейерштрасса

Б) Лежандра

В) Фигуратриса

Лабораторное занятие 8. Теория оптимального управления.

Контрольные вопросы.

1. Дать определение объекту управления.
2. Что такое фазовые переменные.
3. Что такое управляющие переменные
4. Что называется целью управления.

Задачи.

Задача о быстродействии

Примеры задач технических задач

1. Задача о ракете зонде.

2. Задача о маневре самолета

Грачев Н.И., Евтушенко Ю.Г. Библиотека программ для решения задач оптимального управления //Журнал вычислительной математики и математической физики 1979. т.19. №2. С.367-387.

3. Задача о перелете с орбиты Земли на орбиту Марса//Журнал вычислительной математики и математической физики 1980. Т. 20.

4. Задача на применение динамического программирования

Лабораторное занятие 9. Достаточные условия оптимальности.

Контрольные вопросы.

Задачи с фазовыми ограничениями

Условия при которых принцип максимума является достаточным условием экстремума.

4.2. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Промежуточный контроль осуществляется в конце семестра в форме экзамена.

Перечень вопросов к экзамену
Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством: ОПК-4, ПК-1

1. Задача о брахистохроне и основные задачи вариационного исчисления.
2. Основные понятия вариационного исчисления.
3. Уравнение Эйлера.
4. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера.
5. Функционалы, зависящие от нескольких функций.
6. Функционалы зависящие от производных высшего порядка.
7. Функционалы зависящие от функций нескольких независимых переменных.
8. Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности для вариационных задач с подвижными границами.
9. Задача Больца с подвижными границами.
10. Поле экстремалей. Достаточное условия включения экстремали в поле экстремалей Якоби.
11. Вторая вариация функционала. Достаточные условия экстремума.
12. Достаточное условие Вейерштрасса.
13. Вариационные принципы механики. Каноническая форма уравнений Эйлера.
14. Метод стрельбы для численного решения уравнения Эйлера.
15. Конечно-разностные методы для решения численного решения уравнения Эйлера.
16. Прямые методы решения вариационных задач.
17. Задачи на условный экстремум. Метод неопределённых коэффициентов.
18. Изопериметрические задачи.
19. Задачи с односторонними вариациями.
20. Геодезические линии. Геодезическое расстояние.
21. Задача Пуанкаре и неевклидова геометрия.
22. Объект автоматического управления.
23. Обратная связь. Регулирование. Устойчивость и качество.
24. Постановка задачи оптимального управления.
25. Задача Лагранжа. Задача Майера. Задача Больца
26. Принцип максимума Понтрягина и связь с задачами ВИ. Условия трансверсальности.
27. Доказательство принципа максимума.
28. Метод динамического программирования и принцип максимума
29. Численные методы решения задач оптимального управления.
30. Применение принципа максимума к решению задач.
31. Достаточные условия оптимальности.
32. Примеры задач оптимального управления из науки, техники и экономики. подтверждающие теоретические выводы.

Критерии оценивания к экзамену

Оценивание ответов студентов проводится в соответствии с критериями:

Отлично: На оба теоретических вопроса даны развернутые ответы, студент аргументирует свои суждения, грамотно владеет профессиональной терминологией и показывает: глубокое, полное знание содержания учебного материала, понимание сущности рассматриваемых закономерностей, принципов и теорий; умение давать точные определения основным понятиям, выделять существенные связи между рассматриваемыми закономерностями, связывать теорию с практикой, решать прикладные задачи. Студент полно и правильно ответил на вопросы преподавателя.

Студент показал при ответе на билет систематизированные, глубокие и полные

знания по всем разделам дисциплины. Точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы. Полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы. умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин. Творческая самостоятельная работа на лабораторных занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий; высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Хорошо: На оба теоретических вопроса даны развернутые ответы. Студент, допуская отдельные неточности, обнаруживает достаточное владение учебным материалом, в том числе понятийным аппаратом; демонстрирует уверенную ориентацию в изученном материале, возможность применять знания для решения практических задач, но затрудняется в приведении примеров. Возможно, при изложении одного вопроса допущены неточности в формулировке; студент в целом правильно отвечает на вопросы преподавателя. При этом студент показал достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине. Умение использовать научную терминологию. Логически правильно излагает ответа на вопросы. Умеет делать обоснованные выводы; Усвоение основной и дополнительной литературы. Самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях. Достаточно высокий уровень культуры исполнения заданий. Средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Удовлетворительно: Студент излагает основное содержание учебного материала, но раскрывает материал неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, не умеет доказательно обосновать свои суждения. Показал при ответе достаточный минимальный объем знаний по дисциплине. Неполное усвоение основной литературы. Умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи; работа под руководством преподавателя на лабораторных занятиях. Допустимый уровень культуры исполнения заданий. Достаточный минимальный уровень сформированности компетенций.

Неудовлетворительно: Студент демонстрирует разрозненные бессистемные знания, не выделяет главное и второстепенное, допускает ошибки в определении понятий, беспорядочно, неуверенно излагает материал, не может применять знания при решении практических задач в соответствии с требованиями программы или вообще отказывается от ответа.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
 - в форме электронного документа.
- Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
- в печатной форме,
 - в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся студентов. Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1. Основная литература:

1. Гюнтер, Н.М. Курс вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/119> . — Загл. с экрана.
2. Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/45675> . — Загл. с экрана.
3. Пантелеев, А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67460> . — Загл. с экрана

5.2. Дополнительная литература.

4. Хеннер, В.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.К. Хеннер, Т.С. Белозерова, М.В. Хеннер. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96873> . — Загл. с экрана.

5.3. Периодические издания:

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Информационно-правовая система «Гарант» [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://garant.ru/>
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс» [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://consultant.ru/>
3. Электронно-библиотечная система «Консультант студента» (www.studmedlib.ru);
4. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)

7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятиями теории вариационного исчисления и оптимального управления. Теоретический материал содержит систематизированные сведения научного и прикладного характера, изложенные в форме, удобной для изучения и преподавания. Особое внимание уделяется связи рассматриваемых вопросов с объектами профессиональной деятельности выпускника и требованиями его образованности, а также рассмотрению новых сведений (концепций, фактов); связи новых знаний с уже имеющимися.

Краткие выводы (резюме) по теме ориентируют студента на определенную совокупность сведений, которые следует надежно усвоить и запомнить. Материал разбит на разделы. РАЗДЕЛ разбивается на логические структурные единицы, сопровождаются схемами, рисунками, графиками. По каждой логической структурной единице имеются вопросы для контроля знаний. Структура текстов лекций, то есть последовательность разделов, тем и вопросов полностью соответствует тематическому плану учебной программы по дисциплине. Тексты лекций содержат всю необходимую информацию для успешного ответа на контрольные вопросы по теме и тестовые задания.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Целью самостоятельной работы бакалавра является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий. Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу и экзамену.

Практический лабораторный материал предназначен для выработки умений и навыков применения теоретических знаний с примерами выполнения заданий и анализом наиболее часто встречающихся ошибок. Представлено пошаговые решения типичных задач и упражнений с выдачей пояснений и ссылками на соответствующие разделы теоретического курса.

Лабораторные включает в себя: тексты задач (практических ситуаций) для самостоятельного решения при подготовке к итоговой аттестации; примеры решения задач (практических ситуаций) по темам, на которые предложены аналогичные задания в экзаменационных (зачетных) билетах.

Указания по оформлению работ: работа на лабораторных занятиях и конспекты лекций могут выполняться на отдельных листах либо непосредственно в рабочей тетради; оформление индивидуальных заданий желательно на отдельных листах. Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации. Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала. Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Вариационное исчисление и оптимальное управление сегодня рассматривается как одно из главных новых направлений обучения и эти курсы читаются во всех ведущих университетах мира Проведите анализ по одной из выбранных вами тематик (не менее 10 слайдов и 20 листов текста). Возможно использование звукового сопровождения, анимации (аудио-, и видеоматериала). На первой странице слайда обязательно укажите Ф.И.О. автора, курс. Оценивается работа по следующим критериям:

- полнота представленного материала;
- оформление;
- представление и защита.

Темы презентаций и докладов

- Основные задачи вариационного исчисления
- Уравнение Эйлера.
- Функционалы, зависящие от нескольких функций.
- Функционалы зависящие от производных высшего порядка.
- Функционалы зависящие от функций нескольких независимых переменных.
- Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности для вариационных задач с подвижными границами.
- Задача Больца с подвижными границами
- Метод стрельбы для численного решения уравнения Эйлера.
- Конечно-разностные методы для решения численного решения уравнения Эйлера..
- Прямые методы решения вариационных задач.
- Изопериметрические задачи.
- Задачи с односторонними вариациями.
- Задача Пуанкаре и неевклидова геометрия.
- Задачи Лагранжа, Майера, Больца
- Принцип максимума Понтрягина и связь с задачами ВИ.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю). (при необходимости)

8.1 Перечень информационных технологий.

- Компьютерное реализация алгоритмов.
- Общее дисковое пространство
- Консультирование, раздача заданий для самостоятельной работы посредством электронной почты.
- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты
- Использование электронных презентаций при проведении лекционных занятий.
- Использование лекционных материалов в электронном виде.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

1. Операционная система **MS Windows**.
2. Интегрированное офисное приложение **MS Office**.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Математический пакет **MathCAD**.

8.3 Перечень информационных справочных систем:

Электронная справочная система Google.ru (<http://www.google.ru>)

Электронная библиотечная система eLibrary.ru (<http://www.elibrary.ru>)

Электронную информационно-образовательную среду университета (<http://www.kubsu.ru>)

Википедия, свободная энциклопедия. [Электронный ресурс]. – Wikipedia (<http://www.ru.wikipedia.org>)

9. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук):. А305, А307
2.	Лабораторные занятия	Лаборатория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения , программное обеспечение MathCAD : 133, 148, 150, 100С.
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория А305, А307
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория А305, А307.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. Аудитория 105/1.