

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Физико-технический факультет



УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Иванов А.Г.

подпись

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***Б1.Б.04 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ***

*(код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)*

Направление подготовки / специальность

11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

*(код и наименование направления подготовки/специальности)*

Направленность (профиль) / специализация

Оптические системы и сети связи

*(наименование направленности (профиля) специализации)*

Программа подготовки академическая

*(академическая /прикладная)*

Форма обучения заочная

*(очная, очно-заочная, заочная)*

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

*(бакалавр, магистр, специалист)*

Краснодар 2014

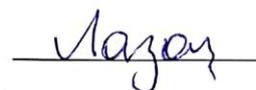
Рабочая программа дисциплины Б1.Б.04 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи (заочная форма обучения).

Программу составил:  
Гаврилюк М.Н., доцент кафедры теории функций,  
канд. физ.-мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины Б1.Б.04 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ утверждена на заседании кафедры теории функций протокол № 1 «31» августа 2016 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Лазарев В.А.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры оптоэлектроники протокол № 12 от «6» 06 2016 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Яковенко Н.А.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 1 от «01» сентября 2016 г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.



Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение–Юг».

Засядко Ольга Владимировна, канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры информационных образовательных технологий

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).**

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

**1.1. Цель дисциплины** – изучение теоретических основ математического анализа, освоение методов исследования функций и формирование у студентов способности применять полученные знания к построению и анализу математических моделей физических процессов.

### **1.2 Задачи дисциплины.**

Задачи освоения дисциплины состоят в обучении студентов основным математическим методам, а также в приложении этих методов к решению различных задач при изучении специальных дисциплин, а также в их дальнейшей профессиональной деятельности.

Формирование у студента фундаментальных понятий и знаний:

- формирование знаний о действительных числах и операциях с действительными числами;
- формирование знаний о свойствах пределов последовательностей и пределов функций одной и многих переменных. Владение методами вычисления пределов;
- формирование знаний о локальных и глобальных свойствах непрерывных функций одной и многих переменных;
- формирование знаний о производных, их геометрическом и физическом смысле, дифференцируемых функциях одной и нескольких переменных, а также навыков их применения к исследованию свойств функций и отысканию их приближенных значений;
- формирование знаний об интегрировании функций одной и многих переменных, включая определенные, криволинейные, кратные и поверхностные интегралы; овладения навыками их вычисления и применения;
- формирование представлений об основных элементах теории поля, овладение навыками применения формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса;
- формирование знаний о числовых, функциональных и степенных рядах, умений и навыков использования представления функций в виде ряда Тейлора;

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «*Математический анализ*» относится к базовой части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Для успешного освоения данного предмета студенты должны владеть математическими знаниями в рамках программы средней школы.

Знания, полученные при изучении этого курса, используются в дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, дискретной математике, математической логике и др., а также в физических дисциплинах, таких как оптика, теоретическая физика, механика и др.

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных компетенций (ОПК1)

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1	владением широкой общей подготовкой (базовыми знаниями) для решения практических задач в области информационных систем и технологий	*теоретические основы понятий, математического анализа и способы их применения в физических дисциплинах и других областях знаний; *понятие действительного числа, свойства операций над действительным и числами; *основные понятия топологии действительной прямой, $n$ -мерного евклидова пространства; *понятие функции, композиции функции, обратной функции, заданной параметрически, неявно и уравнениями в полярных координатах; *определение предела последовательности и функции, их свойства; методы нахождения пределов функции одной и многих переменных;	решать стандартные задачи производить арифметические действия над действительным и числами; *производить операции над функциями, устанавливать их свойства и строить графики; *находить пределы числовых последовательностей и функций; *исследовать непрерывность функций в точке и на множестве; *находить производные и дифференциалы функций,; *использовать геометрический и механический смысл производной в прикладных задачах; использовать дифференциал для приближённых вычислений значений функций; *производить исследование поведения функций с помощью производных; *находить первообразную	*базовыми знаниями в области математики и естественных научных дисциплин

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			<p>*понятие непрерывности функции в точке и на множестве, свойства непрерывных функций одной и многих переменных;</p> <p>*понятия дифференцируемости функции, дифференциала, правила дифференцирования, геометрический и механический смысл производной и дифференциала функции одной и многих переменных;</p> <p>*формулу Тейлора;</p> <p>*понятие экстремума функции одной и многих переменных; теоремы об исследовании функции на экстремум;</p> <p>• понятие первообразной и неопределённого интеграла, их свойства; основные методы интегрирования;</p> <p>*определение и свойства интеграла</p>	<p>функции и неопределённый интеграл, используя основные методы интегрирования;</p> <p>*вычислять определённый интеграл, используя формулы Ньютона-Лейбница, замену переменной и интегрирование по частям;</p> <p>*находить частные производные и дифференциалы функции многих переменных;</p> <p>*находить локальный и условный экстремумы функций многих переменных; наибольшее и наименьшее значения функций на компакте;</p> <p>*вычислять двойные и тройные интегралы;</p> <p>*применять интегралы функций одной и многих переменных в геометрических и физических задачах;</p> <p>*находить криволинейные</p>	

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			Римана; приложения определенного интеграла к геометрически м и физическим задачам; *понятие двойного, тройного интеграла; их свойства и приложения к геометрически м и физическим задачам; *понятие криволинейног о поверхностного интеграла первого и второго рода, их свойства и применения; *основные понятия теории поля; *определение числового ряда, суммы ряда, свойства и признаки сходимости рядов; понятие абсолютной и условной сходимости ряда; *понятие функционально го ряда; *определение степенного ряда, ряда Тейлора, основные разложения элементарных	и поверхностные интегралы и применять их в геометрических и физических задачах; *использовать основные понятия теории поля и применять формулы Грина, Остроградского и Стокса в геометрических и физических задачах; *находить суммы числовых рядов и исследовать их сходимость; *находить радиус и область сходимости степенного ряда, разлагать элементарные функции в степенные ряды; *применять ряды в приближённых вычислениях и оценивать с помощью формулы Тейлора погрешность при замене функции многочленом;	

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			функций в степенные ряды;		
	ОПК-2	Способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	*основные положения и принципы математического анализа, физическую сущность фундаментальных понятий;	*используя систему знаний, решать прикладные задачи, предполагающие предварительную математизацию ситуации: переводить условие физической задачи на математический язык и полученные результаты интерпретировать на языке исходной задачи	навыками практического использования математических методов к решению типовых профессиональных задач

2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 12зач.ед. (432 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)			
			1	2		
<b>Контактная работа, в том числе:</b>		32	16	16		
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>		32	16	16		
Занятия лекционного типа		16	8	8		
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		16	8	8		
<b>Иная контактная работа:</b>						
Контроль самостоятельной работы (КСР)						
Промежуточная аттестация (ИКР)						
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>			200	170		
Проработка учебного(теоретического материала)			100	70		
Выполнение индивидуальных заданий			100	100		
Подготовка к текущему контролю						
<b>Контроль:</b>			4	18		
<b>Подготовка к экзамену</b>						
Общая трудоёмкость	<b>час.</b>	432	220	212		

	<b>в том числе контактная работа</b>	32	16	16		
	зач.ед	12	6,2	5,8		

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

### 2.1.1. Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре (заочная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5		
1.	Введение в анализ.	2,5	0,5	-	-	2
2.	Предел последовательности.	10,5	0,5	-	-	10
3.	Предел функции.	20,5	0,5	1	-	20
4.	Непрерывность функции.	11,5	0,5	1	-	10
5.	Дифференцирование функций одной переменной.	54	2	2	-	50
6.	Неопределённый интеграл	64	2	2	-	64
7.	Определённый интеграл, несобственный интеграл, приложения определенного интеграла.	62	2	2	-	58
	<i>Итого по дисциплине:</i>	220	8	8	-	204

### 2.1.2 Разделы дисциплины, изучаемые во 2 семестре

№ раздел	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	4
1.	Функции многих переменных	20	0,5	-		20
2.	Дифференцирование функций многих переменных	28	1	1		20
3.	Кратные интегралы и их приложения.	36	1	1		30
4.	Криволинейные интегралы.	24	0,5	1		10
5.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	28	1	1		10
6.	Числовые и функциональные ряды.	22	2	2		40
7.	Степенные ряды.	18	2	2		40
	<i>Итого по дисциплине:</i>	<b>212</b>	8	8		170

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего
---	----------------------	--------------------	----------------

1	2	3	контроля 4
1.	Введение в анализ	<p>Предмет математического анализа. Понятие множества, операции над ними. Логическая символика.</p> <p>Мощность множества. Счетность рациональных чисел. Несчетность действительных чисел.</p> <p>Множество действительных чисел, их свойства. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.</p> <p>Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.</p> <p>Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.</p> <p>Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция.</p> <p>Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.</p> <p>Функции, заданные неявно, параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.</p>	<p>Обсуждение домашнего задания..</p> <p>Коллоквиум</p>
2.	Предел последовательности.	<p>Определение предела последовательности. Свойства сходящейся последовательности: единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.</p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.</p> <p>Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами</p> <p>Предел монотонной последовательности. Число «<math>\epsilon</math>». Принцип стягивающихся отрезков.</p> <p>Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.</p> <p>Фундаментальные последовательности.</p> <p>Критерий Коши сходимости числовой последовательности.</p>	<p>Обсуждение домашнего задания..</p> <p>Коллоквиум.</p>
3.	Предел функции.	<p>Понятие предела функции. Различные определения предела.</p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства пределов функций.</p> <p>Арифметические операции над функциями, имеющими пределы. Свойства предела функции, связанные с неравенствами. Предел композиции функций. Пределы монотонных функций.</p> <p>Критерий Коши существования предела функции</p> <p>Первый замечательный предел и его следствия.</p> <p>Второй замечательный предел и его следствия.</p>	<p>Устные опросы.</p> <p>Коллоквиум.</p>

4.	Непрерывность функции.	<p>Понятие непрерывности функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций, непрерывных в точке. Точки разрыва функции. Непрерывность основных элементарных функций.</p> <p>Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении функции). Следствие теоремы. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности функции). Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении функцией экстремальных значений). Сравнение функций. <math>O</math> – символика. Теоремы об эквивалентных функциях. Сравнение бесконечно малых функций.</p>	Устные опросы. Коллоквиум.
5.	Дифференцирование функций одной переменной	<p>Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Односторонние и бесконечные производные. Таблица производных основных элементарных функций.</p> <p>Дифференциал функции. Геометрический и физический смысл дифференциала</p> <p>Правила дифференцирования.</p> <p>Производная обратной функции, функции, заданной неявно и параметрически. Таблица производных основных элементарных функций.</p> <p>Производная композиции функций.</p> <p>Инвариантность формы первого дифференциала.</p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференциалы высших порядков от сложных функций.</p> <p>Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.</p> <p>Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей</p> <p>Многочлен Тейлора и формула Тейлора дифференцируемой функции, различные формы записи остаточного члена. Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и значений функций.</p> <p>Исследование функций: условия постоянства и монотонности; экстремумы, направление выпуклости графика функции, точки перегиба, асимптоты.</p> <p>Экстремальные значения функции на отрезке.</p>	Устные опросы. Коллоквиум.
6.	Неопределенный интеграл.	<p>Первообразная функции и неопределенный интеграл, свойства. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций.</p> <p>Основные методы интегрирования: замена переменного, интегрирование по частям.</p> <p>Простые дроби и их интегрирование.</p> <p>Разложение рациональной функции на простые дроби. Интегрирование рациональных функций.</p> <p>Интегрирование иррациональных функций.</p> <p>Интегрирование тригонометрических и</p>	Устные опросы

		гиперболических функций.	
7.	Определённый интеграл и его приложения, несобственный интеграл.	<p>Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства.</p> <p>Критерий интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций.</p> <p>Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница.</p> <p>Понятие длины кривой. Дифференциал дуги гладкой кривой. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.</p> <p>Понятие площади плоской фигуры. Выражение площади интегралом.</p> <p>Понятие объема пространственной области. Вычисление объема тела с помощью поперечных сечений. Объем тела вращения. Вычисление площадей поверхностей вращения.</p> <p>Приложение определенного интеграла к задачам физики. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от неограниченных функций. Признаки сравнения и некоторые условия их сходимости.</p>	Устные опросы
8.	Функции многих переменных	<p>Линейное пространство <math>R^m</math>. Норма, сходимость последовательности точек. Открытые и замкнутые множества, их свойства, окрестности. Вещественная функция двух переменных и ее график, линии уровня. Двойные и повторные пределы. Предел функции многих переменных, непрерывность.</p> <p>Локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компакте.</p>	Устные опросы
9.	Дифференцирование функций многих переменных	<p>Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных.</p> <p>Дифференцируемость функции многих переменных. Полный дифференциал.</p> <p>Геометрический смысл частной производной и полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости.</p> <p>Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.</p> <p>Производная по направлению. Градиент.</p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства вторых производных. Формула Тейлора функции многих переменных.</p> <p>Локальный экстремум функции многих</p>	Устные опросы

		<p>переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Вычисление производных функций, заданных неявно.</p> <p>Понятие об условном экстремуме. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций на компакте.</p>	
10.	Кратные интегралы и их приложения.	<p>Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла. Суммы Дарбу. Условия существования двойного интеграла. Свойства двойных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной областей.</p> <p>Элемент площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты.</p> <p>Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.</p>	Устные опросы
11.	Криволинейные интегралы.	<p>Криволинейные интегралы I-го и 2-го рода, их свойства. Геометрический смысл криволинейного интеграла I-го рода.</p> <p>Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода. Способы сведения криволинейных интегралов к определенным интегралам.</p> <p>Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала. Первообразная для подынтегрального выражения <math>P(x, y)dx + Q(x, y)dy</math>. Работа силового поля.</p> <p>Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.</p>	Устные опросы
12.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	<p>Понятие гладкой поверхности. Векторно-параметрическая форма задания поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства.</p> <p>Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности и выбор стороны. Направляющие косинусы нормали. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам.</p> <p>Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме.</p> <p>Поток вектора через поверхность. Условия потенциальности векторного поля в</p>	Устные опросы

		пространстве.	
13.	Числовые и функциональные ряды.	Числовой ряд. Определение суммы ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Ряд геометрической прогрессии. Свойства сходящихся рядов. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признаки сходимости рядов: сравнения, Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд и его сходимость. Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Признак Лейбница. Понятие функционального ряда, его суммы. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.	Устные опросы
14.	Степенные ряды.	Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Степенные ряды основных элементарных функций: $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $(1+x)^r$ , $\ln(1+x)$ . Использование разложения функции в ряд Тейлора в приближённых вычислениях и при вычислении пределов функции.	Устные опросы

### 2.3.2 Практические занятия.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Введение в анализ.	Операции над множествами. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Композиция функций. Обратная функция. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Композиция функций, обратная функция, функции, заданные неявно, параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах, гиперболические функции, их свойства построение графиков. Верхняя и нижняя грани функции.	Решение задач. Контрольная работа 1.
2.	Предел последовательности.	Вычисление предела последовательностей. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Вычисление пределов последовательностей с помощью принципа сходимости монотонной последовательности. Частичные пределы числовой последовательности. Верхний и нижний пределы.	Решение задач. Контрольная работа 1.
3.	Предел функции.	Техника вычисления пределов функций (раскрытие неопределённостей, замена	Решение задач. Контрольная

		<p>переменного при вычислении предела). Использование замечательных пределов при вычислении пределов. Вычисления пределов функций с помощью асимптотических формул и теорем об эквивалентных функциях. Пределы монотонных функций. Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательные предел Следствия второго замечательного предела. Сравнение функций.</p>	<p>работа 2.</p>
4.	Непрерывность функции.	<p>Исследование функции на непрерывность. Точки разрыва функции, их классификация. Классификация точек разрыва. Локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.</p>	<p>Обсуждение домашнего задания. Контрольная работа 2.</p>
5.	Дифференцирование функций одной переменной.	<p>Нахождение производной функции, заданной явно, используя правила дифференцирования. Нахождение производной обратной функции, функции, заданной параметрически и неявно, дифференциала функции. Решение задач прикладного характера, с использованием геометрического и физического смысла производной и дифференциала. Нахождение производных и дифференциалов высших порядков. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и значений функций. Исследование функций с помощью производной.</p>	<p>Решение задач. Контрольная работа 2.</p>
6.	Неопределенный интеграл.	<p>Вычисление интегралов (замена переменного, интегрирование по частям). Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических и гиперболических функций.</p>	<p>Обсуждение домашнего задания.</p>
7.	Определённый интеграл и его приложения, несобственный интеграл.	<p>Вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле. Вычисление длины кривой, площади плоской фигуры, объема тела с помощью поперечных сечений, объема тела вращения, площадей поверхностей вращения. Применение определенного интеграла к физическим задачам. Вычисление несобственных интегралов. Признаки сравнения и некоторые условия сходимости несобственных интегралов.</p>	<p>Обсуждение домашнего задания.</p>
8.	Функции многих переменных.	<p>Вещественная функция двух переменных и ее график, линии уровня. Вычисление двойных и повторных пределов. Нахождение областей определения функций многих переменных, линий и</p>	<p>Решение задач.</p>

		поверхностей уровня, предела, исследование на непрерывность функции многих переменных.	
9.	Дифференцирование функций многих переменных.	Нахождение частных производных и дифференциалов функции многих переменных. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Вычисление производных функций, заданных неявно. Нахождение производной по направлению, градиента функции. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков. Экстремум функции многих переменных. Нахождение условного экстремума методом неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций на компакте.	Решение задач.
10.	Кратные интегралы и их приложения	Вычисление двойных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной областей. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты. Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.	Решение задач.
11.	Криволинейные интегралы.	Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода с помощью формулы Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Нахождение первообразной для подынтегрального выражения $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ . Вычисление работы силового поля. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.	Решение задач.
12.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля.	Вычисление площади поверхности. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам. Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Поток вектора через поверхность. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.	Решение задач.

13.	Числовые и функциональные ряды.	Необходимое условие сходимости ряда. Исследование сходимости рядов с положительными членами. Нахождение суммы ряда. Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Признак Лейбница. Исследование сходимости функционального ряда.	Решение задач.
14.	Степенные ряды.	Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда, области сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Использование разложения функции в ряд Тейлора в приближённых вычислениях и при вычислении пределов функции.	Решение задач.

**2.3.3 Лабораторные занятия.** Не предусмотрены.

**2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)**

Курсовые работы не предусмотрены.

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).**

**1 семестр**

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Введение в анализ.	1 [1]- [3] (из списка 5.1) [1] (из списка 5.2)
2	Предел последовательности.	[1]- [3] (из списка 5.1). [1], [2] (из списка 5.2)
3	Предел функции.	[1], [2], [4] (из списка 5.1) [1], [2] (из списка 5.2)
4	Непрерывность функции.	[1], [2], [4] (из списка 5.1) [1], [2] (из списка 5.2)
5	Дифференцирование функций одной переменной.	[1], [2], [4] (из списка 5.1). [1], [2] (из списка 5.1)
6	Неопределённый интеграл.	[2], [4] (из списка 5.1) [1] (из списка 5.1)
7	Определённый интеграл, несобственный интеграл, приложения определенного интеграла.	[2], [4] (из списка 5.1) [1] (из списка 5.1)

**2 семестр**

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Дифференцирование функций многих переменных.	[3] (из списка 5.1) [2], [3] (из списка 5.2)
2	Кратные интегралы и их приложения.	[2], [5] (из списка 5.1) [4] (из списка 5.1)
3	Криволинейные и поверхностные интегралы.	[5] (из списка 5.1) [5] (из списка 5.1)
4	Числовые, функциональные и степенные ряды.	[2], [4] (из списка 5.1) [2], [3] (из списка 5.1)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии.**

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены, компьютеры. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. В семестре проводятся контрольные работы (на практических занятиях). Экзамен сдается после сдачи контрольных работ.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.**

#### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.**

##### ***Типовые задачи для самостоятельной работы (ОПК-2)***

**I семестр**

1. Построить графики функций:

$$\text{а) } y = \left| \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \right|; \text{ б) } y = |x - 2| + |3x|; \text{ в) } y = 3^{\sin x}.$$

2. Найти пределы последовательностей:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 5n} - \sqrt{n^2 + 2}); \text{ б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2 + 5n}; \text{ в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n + 3}{2n - 1} \right)^{n-3}.$$

3. Найти пределы функций:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{x^2}; \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1 + x}{2 + x} \right)^{x^2}.$$

4. Вычислить производные функций:

$$\text{а) } f(x) = (\cos x)^{\sin x}; \text{ б) } f(x) = (\ln x - 2)\sqrt{1 + \ln x}; \text{ в) } f(x) = \frac{\arccos \ln \sqrt{2x + 1}}{x^3 - 1}.$$

5. Найти производные  $y'_x$ ,  $y''_{x^2}$  функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}.$$

6. Найти производную  $y'_x$  функции  $y = y(x)$ , заданной неявно:  $e^y + y = \ln x + x$ .

7. Найти дифференциал функции  $f(x, y) = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$ .

8. Найти  $df$  и  $d^2 f$  для функции  $f$ , если  $f(x) = (x + 1) \cdot e^x$ .

9. Найти дифференциал первого и второго порядка для функции  $y = e^{3 \operatorname{tg} 4x}$ .

10. Найти  $y''$ , если  $y = \frac{1}{6}(e^{3x} + e^{-3x})$ ;

11. Найти производную порядка  $n$  для функции  $y = (x^2 + 1)e^{3x}$ .

12. Вычислить приближенно  $\sqrt[3]{125,5}$ .

13. Построить график функции  $y = 3x^3 + 4x^2 + 1$ .

14. Вычислить неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx; \text{ б) } \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1 + 2 \cos x}}; \text{ в) } \int \frac{\arccos^2 2x}{\sqrt{1 - 4x^2}} dx$$

15. Вычислить определенные интегралы

$$\text{а) } \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx; \text{ б) } \int_{-2}^1 \frac{(2x + 4) dx}{x^2 + 4x + 13}; \text{ в) } \int_{-2}^1 \frac{(x + 5) dx}{x^2 + 4x + 13};$$

16. Вычислить несобственные интегралы

$$\text{а) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 13}; \quad \text{б) } \int_0^2 \frac{xdx}{\sqrt{(4 - x^2)^3}};$$

17. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:  $x = \cos t$ ,  $y = 2 \sin t$ .

## II семестр

18. Найти частные производные второго порядка функции

$$f(x, y) = \operatorname{arctg}(x/y).$$

19. Исследовать функцию на экстремум:

а)  $f(x, y) = 4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 7$ ; ;б)  $u = \frac{x^3}{3} + 2y^2 - z^2x + z$

20. Найти наибольший объем, который может иметь прямоугольный параллелепипед, если сумма длин ребер его равна  $a$ .

21. Найти производные и полные дифференциалы первого порядка и второго порядка функции  $z = x^2 \ln y$ , где  $x = \frac{u}{v}$ ;  $y = 3u - 2v$ ;

22. Дана функция  $x \cos y + y \cos z + z \cos x = 1$ , заданная неявно. Найти частные производные и дифференциалы первого и второго порядков.

23. Найти экстремум функции интеграл  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  при условии  $2x + y = 4$ .

24. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в области  $z = x^2 - y^2$ ,  $D: x^2 + y^2 \leq 4$ ;

25. Вычислить интегралы:

а)  $\int_0^1 dx \int_{-1}^2 (x + 2|y|) dy$ ; б)  $\int_0^\pi x dx \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x - y) dy$ ;

26. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:  $z + x^2 + y^2 = 1$ ,  $x + y + z = 1$ ;

27. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми.  $x^2 + 3y^2 = 4$ ,  $y \leq x$ ,  $y \geq 0$ .

28. В двойном интеграле  $\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$  расставить пределы интегрирования в том и другом порядке, если  $\Omega$  – треугольник с вершинами  $O(0;0)$ ,  $A(1,0)$ ,  $B(1,1)$ ;

29. В двойном интеграле  $\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам  $r$  и  $\varphi$  и расставить пределы интегрирования, если:  $\Omega = \{x^2 + y^2 \leq ax\}$ ,  $(a > 0)$ .

30. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми.

$$r = 1 + \cos \varphi, r = \sqrt{3} \sin \varphi.$$

31. Найти массу пластинки, ограниченной кривыми:  $x = 1$ ,  $y = x^2$ ,  $y = -\sqrt[3]{x}$ , где  $\rho(x, y) = 5x^2 + 4xy^2$  – поверхностная плотность.

32. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_T (x + y + z) dx dy dz, \text{ где } T: z = x^2 + y^2, z = 1;$$

33. Вычислить  $\int_L (x^2 + y^2) dS$ , где  $L$  – окружность  $x^2 + y^2 = 4x$ .

34. Показать, что интеграл  $J = \int_{(0;1)}^{(2;4)} (x + 2y) dx + (y + 2x) dy$  не зависит от пути

интегрирования и вычислить его.

35. Вычислить поверхностный интеграл:

$$\iint_T x ds, \text{ где } T - \text{ полусфера } z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}.$$

36. Исследовать на сходимость указанные ряды с положительными членами:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n\sqrt[3]{n}}.$$

37. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующийся ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}$$

38. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{7^n(n+3)} (x+2)^n.$$

### ***Вопросы к коллоквиуму по математическому анализу***

***Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством:***

#### ***ОПК-1, ОПК-2***

1. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика.
2. Расширенная числовая прямая. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.
3. Эквивалентные множества. Счетные и несчетные множества.
4. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
5. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.
6. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
7. Способы задания функций. Неявный способ задания функции. Функции, заданные параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.
8. Определение последовательности и её предела. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.
9. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
10. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
12. Принцип сходимости монотонной последовательности.
13. Принцип стягивающихся отрезков. Число  $e$ .
14. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
15. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
16. Определение предела функции в точке. Определение предела по Коши и по Гейне, эквивалентность определений. Предел функции на бесконечности.
17. Бесконечно малые функции, их свойства. Бесконечно большие функции. Общее определение предела функции.
18. Общие свойства предела функции: единственность, локальная ограниченность.
19. Свойства предела функции, связанные с арифметическими операциями.
20. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
21. Предел композиции функций.

22. Односторонние пределы. Предел монотонной функции.
23. Сравнение функций, эквивалентные функции.
24. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.

#### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.**

### ***Вопросы к экзамену по математическому анализу (ОПК-2)***

#### **I семестр**

1. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика.
2. Множество действительных чисел. Свойства действительных чисел.
3. Мощност множества. Счетность рациональных чисел. Несчетность действительных чисел.
4. Расширенная числовая прямая. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.
5. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
6. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.
7. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
8. Способы задания функций. Неявный способ задания функции. Функции, заданные параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.
9. Определение последовательности и её предела. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.
10. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
11. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами.
12. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
13. Принцип сходимости монотонной последовательности.
14. Принцип стягивающихся отрезков. Число  $\epsilon$ .
15. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
16. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
17. Определение предела функции в точке. Определение предела по Коши и по Гейне, эквивалентность определений. Предел функции на бесконечности.
18. Общие свойства предела функции: единственность, локальная ограниченность.
19. Свойства предела функции, связанные с арифметическими операциями.
20. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
21. Предел композиции функций.
22. Односторонние пределы. Предел монотонной функции.
23. Сравнение функций, эквивалентные функции.
24. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
25. Свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность основных элементарных функций.
26. Непрерывность сложной функции.
27. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении непрерывной на сегменте функции). Следствие теоремы.

28. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на сегменте функции).
29. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении непрерывной на сегменте функции экстремальных значений).
30. Первый замечательный предел и его следствия.
31. Второй замечательный предел.
32. Следствия второго замечательного предела
33. Условие дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
34. Производная функции. Односторонние и бесконечные производные.
35. Связь между существованием производной и дифференцируемостью функции.
36. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций.
37. Таблица производных основных элементарных функций (вывод формул).
38. Понятие дифференциала. Его геометрический смысл.
39. Производная обратной функции, функции, заданной неявно и параметрически.
40. Производная сложной функции. Инвариантность формы I дифференциала.
41. Производные и дифференциалы высших порядков;  $n$ -ые производные функций:  
 $a^x, \sin x, \cos x, y = \log_a x, (1+x)^\alpha$ .
42. Дифференциалы высших порядков от сложных функций. «Нарушение» инвариантной формы дифференциалов высших порядков.
43. Теорема Ферма, её геометрический смысл.
44. Теорема Лагранжа, Ролля, их геометрический смысл.
45. Теорема Коши. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей вида  $0/0$  и  $\infty/\infty$ .
46. Формула Тейлора функции с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.
47. Разложение по формуле Маклорена основных элементарных функций.
48. Условия постоянства и монотонности функции.
49. Локальный экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума.
50. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.
51. Точки перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.
52. Понятие первообразной, ее свойства.
53. Определение неопределенного интеграла, основные свойства.
54. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций.
55. Метод замены переменной и интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
56. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции.
57. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости. Геометрический смысл определенного интеграла.
58. Критерий интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций.
59. Свойства определённого интеграла, выраженные равенствами.
60. Свойства определённого интеграла, выраженные неравенствами. Теорема о среднем значении.
61. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
62. Метод замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.

1. Понятие  $n$ -мерного евклидова пространства  $\mathbb{R}^n$ . Примеры множеств  $\mathbb{R}^n$ .
2. Последовательность в  $\mathbb{R}^n$  и ее предел.
3. Вещественная функции двух переменных и ее график, линии уровня.
4. Двойные пределы. Повторные пределы, условия их равенства.
5. Предел функции многих переменных.
6. Непрерывность функции многих переменных, свойства.
7. Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных.
8. Дифференцируемость функции многих переменных. Полный дифференциал. Геометрический смысл частной производной и полного дифференциала.
9. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.
10. Производная сложной функции, инвариантность формы первого дифференциала.
11. Производная по направлению. Градиент.
12. Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства вторых производных.
13. Формула Тейлора функции многих переменных.
14. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума.
15. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Достаточные условия локального экстремума.
16. Локальный экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума.
17. Вычисление производных неявно заданных функций. Понятие об условном экстремуме. Метод Лагранжа нахождения условного экстремума.
18. Наибольшее и наименьшее значения функции на компакте.
19. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
20. Определение двойного интеграла. Условия существования двойного интеграла.
21. Свойства двойных интегралов.
22. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.
23. Сведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.
24. Элемент площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты.
25. Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле.
26. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.
27. Понятие гладкой кривой. Криволинейные интегралы 1-го рода, их свойства, геометрический смысл.
28. Ориентированные кривые. Криволинейные интегралы 2-го рода, их свойства. Работа силового поля.
29. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода. Способы сведения криволинейных интегралов к определенным интегралам.
30. Формула Грина. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.
31. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала. Первообразная для подынтегрального выражения  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ .
32. Понятие гладкой поверхности. Векторно-параметрическая форма задания поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Площадь поверхности.
33. Поверхностные интегралы 1-го рода и их свойства.
34. Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности и выбор стороны. Направляющие косинусы нормали.
35. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства.
36. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам.

37. Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса, векторная запись. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.
38. Определение числового ряда, суммы ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов.
39. Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости. Признаки сходимости (сравнения, Даламбера, Коши).
40. Интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд и его сходимость.
41. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.
42. Понятие функционального ряда. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости.
43. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
44. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
45. Ряды Тейлора и Маклорена. Степенные ряды основных элементарных функций. Использование разложения функции в ряд Тейлора для приближённых вычислений.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).**

### **5.1 Основная литература:**

1. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2007. Ч. 1 – 657 с. Ч. 2 – 789 с.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: 2009. – 558 с.

3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с.  
([http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2226](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2226)).
4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с.  
([http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2227](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2227)).
5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных. М.: Физматлит, 2003. – 472 с. ([http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2220](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2220)).

## 5.2 Дополнительная литература:

1. Лунгу К.Н, Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. I курс. – М.: Айрис-пресс, 2011. – 576 с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2006. Ч. I. – 464с., Ч. II. – 646с.
3. Фихтенгольц Г.М. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник; в 2 т. СПб. Лань, 2005. Т. I. - 440с., Т. II. - 463с.
4. Яременко Л.А. Кратные интегралы: Практикум. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2006.- 80 с.
5. Яременко Л.А., Подберезкина А.И. Криволинейные и поверхностные интегралы. Учебное пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2012.-109 с.

## 5.3. Периодические издания:

Не используются при изучении данного курса.

## 6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

**6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

[1http://www.alleng.ru/edu/math9.htm](http://www.alleng.ru/edu/math9.htm)

[http://www.matburo.ru/st\\_subject.php?p=ma](http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ma)

<http://pdf-ka.ru/tags/matematiceskij-analiz>

## 7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий и лабораторного практикума. В течение семестра проводятся контрольные работы и теоретический коллоквиум. Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена.

Контрольные, коллоквиумы оцениваются по пятибалльной системе. Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

Для облегчения освоения курса и подготовки к зачету и экзамену в первом семестре студентам предлагается выполнение типовых индивидуальных заданий для самостоятельной работы по темам «Построение эскизов графиков функций», «Предел и непрерывность функции», «Дифференцирование функции одной переменной», «Интегрирование функций одной переменной». Во втором семестре – по темам: «Дифференцирование функций многих переменных», «Кратные интегралы и их приложения», «Криволинейные и поверхностные

интегралы», «Ряды». Индивидуальные задания выполняются в отдельной тетради и проверяются преподавателем с выборочной защитой.

**Контрольная работа по дисциплине «Математический анализ»  
КРАТНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ.**

**1 ВАРИАНТ**

1.1 Построить область интегрирования  $\int_0^1 dx \int_x^{2-x^2} f(x, y) dy$ .

1.2 Вычислить  $\int_3^y dy \int_0^{\ln y} e^x dx$ .

1.3 Вычислить  $\iint_S xy^2 dx dy$ ;  $S: y^2 \leq 2px, x \leq \frac{p}{2}$  ( $p > 0$ ).

1.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$ .

1.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\int_0^R \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dx dy.$$

1.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \ln x$ ,  $y = x-1$ ,  $y = -1$ .

1.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$2y^2 = x, \quad \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1, \quad z = 0.$$

1.8 Вычислить площадь части поверхности  $z = x^2$ , вырезанной плоскостями:  $x + y = \sqrt{2}$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ .

1.9 Найти момент инерции фигуры, ограниченной эллипсом

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ относительно большой оси.}$$

1.10 Найти координаты центра тяжести однородной пластинки, ограниченной линиями  $2y = x^2$ ,  $y = x^2$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .

1.11 Вычислить  $\iiint_V xy dx dy dz$ ;  $V: z = xy, x + y \leq 1, y \geq 0, z \geq 0$ .

1.12 Найти центр тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями  $az = a^2 - x^2 - y^2$ ,  $z = 0$ .

1.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (y^2 - 2x^2)dx + 4xy dy$ , где  $L$  – пробегаемый в

положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

1.14 проверить является ли выражение  $(6xy - 2y^3 + 1)dx + (3x^2 - 6xy + 10y)dy$  полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 2 ВАРИАНТ

2.1 Построить область интегрирования  $\int_{-2}^0 dx \int_{y^2-4}^0 f(x, y)dy$ .

2.2 Вычислить  $\int_1^3 dx \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{x^2}{y^2} dy$ .

2.3 Вычислить  $\iint_S xy \, dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$ .

2.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_1^{2a} dx \int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x, y)dy$ .

2.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} \, dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$ .

2.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $x = 0$ .

2.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = R^2, \quad x + y + z = a, \quad x = 0, y = 0, z = 0 \quad (a \geq R\sqrt{2}).$$

2.8 Вычислить площадь той части поверхности  $z = x$ , которая заключена внутри цилиндра  $x^2 + y^2 = 4$  и расположена выше поверхности  $z = 0$ .

2.9 Найти координаты центра тяжести однородной фигуры, ограниченной линиями  $ay = x^2$ ,  $x + y = 2a$  ( $a > 0$ ).

2.10 Найти момент инерции  $I_x$ ,  $I_y$  фигуры, ограниченной линиями  $xy = a^2$ ,  $xy = 2a^2$ ,  $2x = y$  ( $x > 0$ ,  $y > 0$ ).

2.11 Вычислить  $\iiint_V y \cos(z + x) dx dy dz$ ;  $V$ :

$$y \leq \sqrt{x}, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0, \quad x + z \leq \frac{\pi}{2}.$$

2.12 Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}$ ,  $z = c$ .

2.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L 2xy dx + (x^2 - 3xy) dy$ , где  $L$  – пробегаемый в

положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

2.14 проверить является ли выражение  $(xy - y + 1)e^x dx + (6y^2 - e^x) dy$  полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

3 ВАРИАНТ

3.1 Построить область интегрирования  $\int_0^a dy \int_{a-y}^{\sqrt{a^2-y^2}} f(x, y) dx$ .

3.2 Вычислить  $\int_1^2 dx \int_x^{x\sqrt{3}} xy dy$ .

3.3 Вычислить  $\iint_S \cos(x+y) dx dy$ ;  $S : x \geq 0, y \leq \pi, y \geq x$ .

3.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$ .

3.5 Переходя к полярным координатам, вычислить  $\iint_S (h-2x-3y) dx dy$ ;  $S : x^2 + y^2 \leq R^2$ .

3.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{x}{4}, y = 2x, x + 3y - 7 = 0$ .

3.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 1 + x + y, z = 0, x + y = 1, x = 0, y = 0$ .

3.8 Вычислить площадь части поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ , вырезанной цилиндром  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ .

3.9 Найти координаты центра тяжести однородной пластинки, ограниченной линиями  $r = (1 + \cos \varphi), \varphi = 0$ .

3.10 Найти момент инерции однородного квадрата со стороной равной 2, относительно одной из его вершин.

3.11 Вычислить  $\iiint_V xy^2 z^3 dx dy dz$ ;  $V : x \leq 1, y \leq x, z \geq 0, z \leq xy$ .

3.12 однородное тело имеет форму прямого кругового цилиндра с радиусом основания  $r$  и высотой  $H$ . Найти момент инерции относительно оси, служащей диаметром основания цилиндра.

3.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\oint_L (2xy + y^2) dx - 7x^2 dy$ , где  $L$  – пробегаемый в

положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

3.14 проверить является ли выражение  $(\sin x + (x+2)\cos x)dx - (\sin y + y\cos y)dy$  полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

#### 4 ВАРИАНТ

4.1 Построить область интегрирования  $\int_0^a dx \int_x^{\sqrt{2a^2-x^2}} f(x, y)dy$ .

4.2 Вычислить  $\int_4^6 dx \int_x^{2x} \frac{x}{y} dy$ .

4.3 Вычислить  $\iint_S \frac{x^2}{y^2} dx dy$ ;  $S : y \leq x, x \leq 2, xy \geq 1$ .

4.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^{\sin x} f(x, y)dy$ .

4.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\iint_S \sqrt{R-x^2-y^2} dx dy; S : x^2 + y^2 \leq Rx$$

4.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями

$$y = \frac{x^2}{2}, y = x + 3, 2x + y = 6.$$

4.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = xy, x + y + z = 1, z = 0$ .

4.8 Вычислить площадь части поверхности  $y = x^2 + z^2$  вырезанной цилиндром  $x^2 + z^2 = 1$  и расположенной в I октанте.

4.9 Найти координаты центра тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, x = y^2$ .

4.10 Найти момент инерции  $I_y$  однородной плоской фигуры, ограниченной линиями  $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$ ,  $x=0$ ,  $y=0$  ( $0 \leq x \leq a$ ).

4.11 Вычислить  $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} dx \int_0^{1-x-y} (1+x) dz$ .

4.12 Найти момент инерции относительно оси  $oz$  тела, ограниченного плоскостями  $y=4$ ,  $z=0$ ,  $z=1$  и цилиндром  $y = x^2$ .

4.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\oint_L (y^2 - 3x^2) dx + (2xy - y^2) dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

4.14 проверить является ли выражение

$$\frac{2x dx}{x^2 + y} + \frac{dy}{x^2 + y}$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 5 ВАРИАНТ

5.1 Построить область интегрирования  $\int_0^a dy \int_{\sqrt{ay}}^{\sqrt{2a^2-y^2}} f(x, y) dx$ .

5.2 Вычислить  $\int_{-1}^1 dy \int_0^{y^2} (x + 2y) dx$ .

5.3 Вычислить  $\iint_S (x^2 + y) dx dy$ ;  $S: y \leq x^2, y^2 \leq x$ .

5.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_{-1}^1 dx \int_{\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$ .

5.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\iint_S \arctg \frac{y}{x} dx dy; S: x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 9, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x\sqrt{3}.$$

- 5.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y^2 + x^2 = 1, x^2 + y^2 = 25, y = x\sqrt{3}, x = 0$ .
- 5.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 0, x^2 + y^2 = 2y, z = 4 - x^2 - y^2$ .
- 5.8 Вычислить площадь поверхности цилиндра  $x^2 = 2z$ , отсеченного плоскостями  $x - 2y = 0, y = 2x, x = 2\sqrt{2}$ .

5.9 Найти центр тяжести плоской фигуры, ограниченной верхней поверхностью эллипса, опирающейся на большую ось .

5.10 Найти момент инерции плоской фигуры, ограниченной линиями  $x^2 + y^2 = R^2$  относительно точки, лежащей на окружности.

5.11 Вычислить  $\iiint_V xyz dx dy dz, V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z \leq 1$

5.12 Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .

5.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x^2 - y^2) dx + (xy - x^2) dy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

5.14 проверить является ли выражение  $(e^{-y} - 6x) dx + (1 - x - y) e^{-y} dy$  полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 6 ВАРИАНТ

6.1 Построить область интегрирования  $\int_0^4 dx \int_{2\sqrt{x}}^{8-x} f(x, y) dy$ .

6.2 Вычислить  $\int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x - y) dy$ .

6.3 Вычислить  $\iint_S x^3 y^2 dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq R^2$ .

6.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x, y) dy$ .

6.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq a$

6.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $x^2 + y^2 = 2y$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$

6.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ,  $x + y = 3$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .

6.8 Вычислить площадь части поверхности  $z = 1 - y^2 - x^2$  вырезанной цилиндром  $x^2 + y^2 = 1$ .

6.9 Найти центр тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной синусоидой  $y = \sin x$ , осью  $Ox$  и прямой  $x = \frac{\pi}{4}$ .

6.10 Найти момент инерции однородного прямоугольника со сторонами  $a$  и  $b$  относительно точки пересечения диагоналей.

6.11 Вычислить  $\iiint_V z dx dy dz$ ;  $V: z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $2z \leq 8 - x^2 - y^2$ .

6.12 Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного параболоидом  $z = 9 - x^2 - y^2$  и плоскостью  $z = 0$ .

6.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (11xy - 2x^2) dx + 4x^2 dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках

A(1;1), B(2;2), C(3;1). Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

6.14 проверить является ли выражение

$$\sin x dx + (\ln y + 1) dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию U.

## 7 ВАРИАНТ

7.1 Построить область интегрирования  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{a \cos \varphi} \rho d\rho$ .

7.2 Вычислить  $\int_0^2 dx \int_{x^2}^4 (x^2 - y) dy$ .

7.3 Вычислить  $\iint_S \frac{x^3}{y} dx dy$ ;  $S : y \leq 4, y \leq x^2, y \geq \frac{x^2}{4}$ .

7.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x, y) dy$ .

7.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\iint_S \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy; S : \pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2.$$

7.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x$ .

7.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 6 - x^2 + y^2.$$

7.8 Вычислить площадь части поверхности  $z^2 = 2xy$  отсекаемая плоскостями  $x + y = 1, x = 0, y = 0$ .

7.9 Найти центр тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной окружностями  $\rho = 2 \cos \varphi, \rho = 4 \cos \varphi$ .

7.10 Найти момент инерции однородного круга радиуса r, относительно касательной.

7.11 Вычислить

$$\iiint_V (2x + 3y - z) dx dy dz; V : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3, z \geq 0, z \leq 4.$$

7.12 Найти момент инерции относительно начала координат однородного тела, ограниченного сферой  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  и конусом  $z^2 = x^2 + y^2$ .

7.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x+y)^2 dx - 5xy dy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

7.14 проверить является ли выражение

$$2(x - y)(dx - dy)$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 8 ВАРИАНТ

8.1 Построить область интегрирования  $\int_0^2 dx \int_x^{x\sqrt{3}} f(x, y) dy$ .

8.2 Вычислить  $\int_1^2 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{3x} (x + y) dy$ .

8.3 Вычислить  $\iint_S y dx dy$ ;  $S : y \leq \sqrt{9 - x^2}, y \geq 0, x \geq 0$ .

8.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^r dx \int_x^{\sqrt{2rx - x^2}} f(x, y) dy$ .

8.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\iint_S \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy; S : x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 4.$$

8.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = 4x - x^2$ ,  $y = 3x^2$ .

8.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $3x + 2y + z - 6 = 0$ ,  $z = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ .

8.8 Вычислить площадь части поверхности тела ограниченного поверхностями  $x^2 + z^2 = 4$ ,  $y^2 + z^2 = 4$ .

8.9 Найти координаты центра тяжести плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{2x - x^2}$ ,  $y = 0$ .

8.10 Найти момент инерции фигуры, ограниченной линиями  $x + y = 3$ ,  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $y = 0$  относительно оси  $Ox$ .

8.11 Вычислить

$$\iiint_V xz^2 dx dy dz; \quad V: x = \sqrt{2y - y^2}, x \leq 2, y \geq 0, y \leq 2, z \geq 0, z \leq 3.$$

8.12 Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + z^2 = a^2$ ,  $y^2 + z^2 = a^2$  ( $z \geq 0$ ).

8.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (4xy + x^2) dx + (2x - y)^2 dy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

8.14 проверить является ли выражение

$$(3x^2 + 3y^2) dx + (4xy - 1) dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

9 ВАРИАНТ

9.1 Построить область интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$ .

9.2 Вычислить  $\int_2^4 dy \int_{\frac{1}{y}}^{6-y} x dx$ .

9.3 Вычислить  $\iint_S dx dy$ ;  $S : y \leq x, y \geq \frac{x}{4}, x + 2y \geq 6$ .

9.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$ .

9.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S e^{-(x^2+y^2)} dx dy$ ;  $S : x^2 + y^2 \leq 4$ .

9.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = -x + 4, y^2 = 2x - 5$ .

9.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$4y^2 = x, \frac{x}{8} + \frac{y}{8} + \frac{z}{4} = 1, z = 0$ .

9.8 Вычислить площадь части поверхности  $az = xy$  расположенной внутри цилиндра  $x^2 + y^2 = a^2$ .

9.9 Найти центр тяжести пластинки, ограниченной линиями  $y = x^2, y = 1$ .

9.10 Найти момент инерции фигуры, ограниченной кардиоидой  $\rho = a(1 + \cos \varphi)$ , относительно оси  $Ox$ .

9.11 Вычислить

$\iiint_V y dx dy dz$ ;  $V : x \leq 2, x \geq 0, y \geq 0, y \leq 1, z \geq 0, z \leq 1 - y$ .

9.12 Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями  $z^2 = xy, x = 5, y = 5, z = 0$ .

9.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (2x-3xy)dx + (8x^2 - y^2)dy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

9.14 проверить является ли выражение

$$\frac{xdx + ydy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 10 ВАРИАНТ

10.1 Построить область интегрирования  $\int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x, y)dy$ .

10.2 Вычислить  $\int_0^4 x dx \int_1^e \ln y dy$ .

10.3 Вычислить  $\iint_S y dx dy$ ;  $S: y \leq \sqrt{x}, y \geq -x, x - y \leq 2$ .

10.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y)dy$ .

10.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\iint_S \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy; S: x^2 + y^2 \leq 1, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x\sqrt{3}, x \geq 0.$$

10.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, x + y = 6$ .

10.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 3, z = 0$ .

10.8 Вычислить площадь части поверхности  $y^2 + z^2 = x^2$  расположенной внутри цилиндра  $x^2 + y^2 = a^2$ .

10.9 Найти центр тяжести пластинки, ограниченной линиями  $y^2 = 2px, x = 2p$ .

10.10 Найти момент инерции прямоугольной пластинки, ограниченной прямыми  $x = 0, x = 3, y = 0, y = 7$ , относительно начала координат.

10.11 Вычислить

$$\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz; \quad V: \quad x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, y \leq b > 0, z \leq c > 0, x \leq a > 0$$

10.12 Найти координаты центра тяжести тела, ограниченного  $x^2 + y^2 + z^2 = 3, x^2 + y^2 = 2z$ .

10.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (3x - y)^2 dx + 2x^2 dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

10.14 проверить является ли выражение

$$(e^{-y} - ye^{-x})dx + (e^{-x} - xe^{-y})dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 11 ВАРИАНТ

11.1 Построить область интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{3x} f(x, y) dy$ .

11.2 Вычислить  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} dx \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos^2 x + \sin^2 y) dy$ .

11.3 Вычислить  $\iint_S \frac{x}{y^2} dx dy$ ;  $S: y \leq 9x, y \geq x, y \leq \frac{1}{x}$ .

11.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_{-2}^2 dx \int_{-\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{4-x^2}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy$ .

11.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S \frac{dx dy}{x^2 + y^2 + 1} dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0$ .

11.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 2x, y = -x$ .

11.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 1 - x^2 - 4y^2, z = 0$ .

11.8 Вычислить площадь части поверхности конуса  $z^2 = 2xy$ , отсеченного плоскостями  $x = a, y = a$ , при  $x \geq 0, y \geq 0$ .

11.9 Найти центр тяжести пластинки, имеющей форму равнобедренного треугольника, длина гипотенузы которого равна  $a$ .

11.10 Найти момент инерции фигуры, ограниченной линиями  $y = 4 - x^2, y = 0$ , относительно оси  $Ox$ .

11.11 Вычислить  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{z}$ ;  $V: z \geq x^2 + y^2, z \geq 1, z \leq 4$ .

11.12 Найти момент инерции шара радиуса 2 относительно его центра.

11.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (xy - 5x^2) dx + (x + y)^2 dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках

$A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

11.14 проверить является ли выражение  $(2x + 5y)dx + (5x - 2y)dy$  полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 12 ВАРИАНТ

12.1 Построить область интегрирования  $\int_2^4 dy \int_{\frac{1}{y}}^{6-y} f(x, y) dx$ .

12.2 Вычислить  $\int_{-3}^1 dx \int_{2x-1}^{2-x^2} (x-y) dy$ .

12.3 Вычислить  $\iint_S \frac{x^2}{y^2} dx dy$ ;  $S: x \leq 2, y \leq x, y \geq \frac{1}{x}$ .

12.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x, y) dy$ .

12.5 Переходя к полярным координатам, вычислить  $\iint_S (x^2 + y^2) dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq 4x$ .

12.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{9}{x}, y = x, x = 6$ .

12.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 - y^2, x = 1, y = 0, z = 0$ .

12.8 Вычислить площадь части поверхности  $z = 2\sqrt{x}$ , вырезанной цилиндром  $y^2 = 4x$  и плоскостью  $x = 1$ .

12.9 Найти центр тяжести для кругового сектора радиуса  $R$  с центральным углом  $2\alpha$ .

12.10 Однородная пластинка имеет форму равнобедренного прямоугольного треугольника, длина гипотенузы которого равна  $4b$ . Найти момент инерции относительно гипотенузы.

12.11 Вычислить  $\iiint_V z^2 dx dy dz$ ;  $V: z \leq x^2 + y^2, z \geq 2, z \leq 6$ .

12.12 Найти момент инерции куба  $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a, 0 \leq z \leq a$

12.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (xy - y^2) dx + (2xy + x^2) dy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

12.14 проверить является ли выражение

$$2ye^{x^2} (xudx + dy)$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

### 13 ВАРИАНТ

13.1 Построить область интегрирования  $\int_1^3 dx \int_{\frac{1}{x}}^x f(x, y) dy$ .

13.2 Вычислить  $\int_2^3 dx \int_x^{2x} (x + 2y) dy$ .

13.3 Вычислить  $\iint_S x^3 dx dy$ ;  $S: x \geq 0, y \leq x, y \leq 2 - x^2$ .

13.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$ .

13.5 Переходя к полярным координатам, вычислить.

$\iint_S y dx dy$ ;  $S$ : круговой сектор  $x^2 + y^2 \leq 1, -1 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq 1$ .

13.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями

$$y^2 = -x, x = -4$$

13.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0$ .

13.8 Вычислить площадь части поверхности  $z = \frac{x^2}{2}$ , отсеченной плоскостями  $y = \frac{x}{2}, y = x, x = 2\sqrt{2}$ .

13.9 Найти центр тяжести фигуры, ограниченной одной петлёй кривой  $\rho = a \sin 2\varphi$ .

13.10 Найти полярный момент инерции фигуры, ограниченной линиями  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, x = 0, y = 0$ .

13.11 Вычислить  $\iiint_V z^3 dx dy dz$ ;  $V: z \leq 4 - x^2 - y^2, z \geq 0, z \leq 3$ .

13.12 Найти координаты центра тяжести тела, ограниченного поверхностями  $x + y = 1, z = x^2 + y^2, x = 0, y = 0, z = 0$ .

13.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (4y - x)^2 dx + 2x^2 dy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

13.14 проверить является ли выражение  $(\sin x + (x - y) \cos x) dx - \sin x dy$  полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

14 ВАРИАНТ

14.1 Построить область интегрирования  $\int_3^4 dy \int_0^{\ln y} f(x, y) dx$ .

14.2 Вычислить  $\int_1^3 dx \int_{x^3}^x (x - y) dy$ .

14.3 Вычислить  $\iint_S (x^2 + 2xy) dx dy$ ;  $S: y \geq 0, y \leq 1, y \leq x, y \geq x - 1$ .

14.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^3 dx \int_0^{9-x^2} f(x, y) dy$ .

14.5 Переходя к полярным координатам, вычислить.

$\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0$ .

14.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = 0, y = 4, y = -x, y = \frac{x-1}{2}$ .

14.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 9, z = 5x, z = 0$ .

14.8 Вычислить площадь части поверхности  $x^2 + z^2 = 9$ , вырезанной цилиндром  $x^2 + y^2 = 9$ .

14.9 Найти центр тяжести полусегмента параболы  $y^2 = ax$ , отсеченного прямыми  $x = a, y = 0 (y > 0)$ .

14.10 Найти момент инерции фигуры, ограниченной линиями  $xy = 4, x + y = 5$ , относительно оси Oy.

14.11 Вычислить  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{z}$ ;  $V: (x-1)^2 + y^2 \leq 1, z \geq 3, z \leq 6$ .

14.12 Найти момент инерции шара относительно касательной прямой.

14.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L 7xy dx + (2x^2 - y^2) dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

14.14 проверить является ли выражение

$$\frac{dy - dx}{(x - y)^2}$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 15 ВАРИАНТ

15.1 Построить область интегрирования  $\int_0^2 dx \int_{x^2}^{8-x^2} f(x, y) dy$ .

15.2 Вычислить  $\int_0^{2\pi} \cos^2 x dx \int_0^a y dy$ .

15.3 Вычислить  $\iint_S x\sqrt{y} dx dy$ ;  $S: y \leq 1, y \geq x, y \leq 3x$ .

15.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^4 dy \int_y^{8-y} f(x, y) dx$ .

15.5 Переходя к полярным координатам, вычислить.  $\iint_S \ln(x^2 + y^2) dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq e^4, x \geq 0, x^2 + y^2 \geq e^2$ .

15.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $x + y = 2, y = \frac{x^2}{4} - 1$ .

15.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 1 - x^2 - y^2, y = x, y = x\sqrt{3}, z = 0$  (в I октанте).

15.8 Вычислить площадь части поверхности  $x^2 + z^2 = 2z$ , заключенную внутри цилиндра  $x^2 + y^2 = 3$ .

15.9 Найти центр тяжести площади, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 2x^2$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .

15.10 Найти момент инерции фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 4x$ ,  $x + y = 3$  ( $y \geq 0$ ), относительно оси  $Ox$ .

15.11 Вычислить  $\iiint_v \frac{dx dy dz}{z^2}$ ;  $V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, x \leq 1, z \leq 2$ .

15.12 Найти момент инерции эллипсоида  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  относительно каждой из трех его осей.

15.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (y+2y)^2 dx + (x^2 - 2x^2) dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

15.14 проверить является ли выражение

$$(1+x)e^x dx - (1+y)e^y dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 16 ВАРИАНТ

16.1 Построить область интегрирования  $\int_0^2 dy \int_{\frac{y^2}{2}}^{\sqrt{8-y^2}} f(x, y) dx$ .

16.2 Вычислить  $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a r^2 \sin^2 \varphi dr$ .

16.3 Вычислить  $\iint_S (x+y) dx dy$ ;  $S: x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 3$ .

16.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} f(x, y) dy$ .

16.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\iint_S \left(1 - \frac{y^2}{x^2}\right) dx dy; S: x^2 + y^2 \leq \pi^2 ..$$

16.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $x^2 + y^2 = 2x$ ,  $y = 0$ ,  $y = x\sqrt{3}$ .

16.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ,  $x^2 + y^2 = 2x$ ,  $z = 0$ .

16.8 Вычислить площадь части поверхности  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ , расположенной внутри цилиндра  $x^2 + y^2 = 2x$ .

16.9 Вычислить момент инерции площади, ограниченной линиями  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $y = x$ , относительно оси  $Oy$ .

16.10 Найти координаты центра тяжести фигуры, ограниченной эллипсом  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  и его хордой  $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$ .

16.11 Вычислить

$$\iiint_V (2x + 3y - z) dx dy dz; V: z \geq 0, y \geq 0, x \geq 0, z \leq a, x + y \leq b (a > 0, b > 0)$$

16.12 Найти момент инерции кругового цилиндра (радиус основания  $R$ , высота  $H$ ) относительно диаметра основания.

16.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (5y + 3x)^2 dx - 2xy dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

16.14 проверить является ли выражение

$$\cos^2 y dx - x \sin 2y dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию U.

## 17 ВАРИАНТ

17.1 Построить область интегрирования  $\int_{\frac{a}{2}}^a dx \int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} f(x, y) dy$ .

17.2 Вычислить  $\int_0^1 dx \int_0^x xy^2 dy$ .

17.3 Вычислить  $\iint_S (x^2 + 4y^2 + 9) dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq 4$ .

17.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_1^3 dx \int_x^{3x} f(x, y) dy$ .

17.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\iiint_S \frac{dx dy}{x^2 + y^2 + 1} dx dy; \quad S: y \leq \sqrt{1-x^2}, y \geq 0.$$

17.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями

$$y^2 = \frac{b^2}{a} x, y = \frac{b}{a} x.$$

17.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = 1 \text{ (вне цилиндра)}.$$

17.8 Вычислить площадь части поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ,

расположенной внутри цилиндра  $x^2 + y^2 = 2y$ .

17.9 Найти центр тяжести фигуры, ограниченной линиями и

$$y^2 = 4x + 4, y^2 = -2x + 4.$$

17.10 Найти момент инерции площади равнобедренного

треугольника с основанием a и высотой h, относительно вершины.

17.11 Вычислить  $\iiint_V x dx dy dz$ ;  $V: z \geq 0, y \geq 0, x \geq 0, y \leq h, x + z \leq a$ .

17.12 Найти момент инерции полого шара внешнего радиуса  $R$ , внутреннего  $r$  относительно диаметра.

17.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (xy + 2y^2)dx + (x - y)^2 dy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

17.14 проверить является ли выражение  $(2 - 8xy^2)dx - (4y^3 - 8x^2y)dy$  полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 18 ВАРИАНТ

18.1 Построить область интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y)dy$ .

18.2 Вычислить  $\int_1^2 \int_3^y \frac{dx dy}{(x + y)^2}$ .

18.3 Вычислить  $\iint_S \sin(x + y) dx dy$ ;  $S: x \geq 0, y \leq \frac{\pi}{2}, y \geq x$ .

18.4 Изменить порядок интегрирования.

18.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S \frac{\sin \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \geq \frac{\pi^2}{9}, x^2 + y^2 \leq \pi^2$ .

18.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4$ .

18.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $2z = 2 + x^2 + y^2, z = 4 - x^2 - y^2$

18.8 Вычислить площадь части поверхности  $z = xy$ , вырезанной цилиндром  $x^2 + y^2 = 8$ .

18.9 Найти центр тяжести площади, ограниченной линиями и  $y = \sin x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \pi$ .

18.10 Найти момент инерции однородной пластинки, ограниченной линиями  $ay = x^2$ ,  $x + y = 2a$  ( $a > 0$ ), относительно оси  $Oy$ .

18.11 Вычислить  $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$ ;  $V: x^2 + y^2 \leq z^2, z \leq 1$ .

18.12 Найти момент инерции относительно начала координат однородной пирамиды, ограниченной плоскостями  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $x + y + z = 1$ .

18.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L x^2 y dx + (2x^2 - y) dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

18.14 проверить является ли выражение

$$(1-x)e^{-x} dx - (1-y)e^{-y} dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 19 ВАРИАНТ

19.1 Построить область интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x} f(x, y) dy$ .

19.2 Вычислить  $\int_1^5 \int_2^5 (5x^2 y - 2y^3) dx dy$ .

19.3 Вычислить  $\iint_S (3x^2 - 2xy + y) dx dy$ ;  $S: x \geq 0, x \leq y^2, y \leq 2$ .

19.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^2 dx \int_{x^2}^{8-x^2} f(x, y) dy$ .

19.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} dx dy; \quad S: x^2 + y^2 \geq a^2, x^2 + y^2 \leq 4a^2.$$

19.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, 4y = x^2, x = \pm 2$ .

19.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 3z, z^2 + x^2 + y^2 = 4$  (Внутри параболоида)

19.8 Вычислить площадь части поверхности  $z^2 + x^2 + y^2 = 4$ , расположенной внутри конуса  $x^2 + y^2 = z^2$ .

19.9 Найти центр тяжести фигуры, ограниченной линиями и  $y^2 = 8x, y = 0, x + y = 6$ .

19.10 Найти момент инерции однородной плоской фигуры, ограниченной линиями  $(x - a)^2 + (y - a^2) = a^2, x = 0, y = 0 (0 \leq x \leq a)$ , относительно оси Oy.

19.11 Вычислить

$$\iiint_V z dx dy dz; \quad V: 0 \leq x \leq 0.5, x \leq y \leq 2x, 0 \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2}.$$

19.12 Вычислить центр тяжести однородного тела, ограниченного плоскостями  $x = 0, y = 0, z = 0, x = 2, y = 4, x + y + z = 8$  (усеченный параллелепипед).

19.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x^2 + 2y^2) dx + 3xy dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

19.14 проверить является ли выражение

$$y^3 dx + (3xy^2 + e^y) dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 20 ВАРИАНТ

20.1 Построить область интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x^3}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ .

20.2 Вычислить  $\int_0^1 \int_0^1 \frac{x^2 dx dy}{1 + y^2}$ .

20.3 Вычислить  $\iint_S (3x + y) dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq 9, y \geq \frac{2}{3}x + 3$ .

20.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{x\sqrt{3}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy$ .

20.5 Переходя к полярным координатам, вычислить  $\iint_S xy dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq 9, y \geq x, x \geq 0$ .

20.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $ay = x^2 - 2ax, y = x$ .

20.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $4z = 16 - x^2 - y^2, z = 0, x^2 + y^2 = 4$  (вне цилиндра)

20.8 Вычислить площадь части поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ , расположенной внутри параболоида  $x^2 + y^2 = 2z$ .

20.9 Найти центр тяжести площади, ограниченной линиями и  $x^2 + y^2 = R^2, y = 0$ .

20.10 Найти момент инерции площади, ограниченной линиями  $y = \sin x, y = \cos x, x = 0$ , относительно оси  $Ox$ .

20.11 Вычислить

$\iiint_V (x + 2y + z) dx dy dz$ ;  $V$ : трехгранная призма, ограниченная

поверхностями  $z = 0, x = 0, y = 0, x = a, y + z = b (a > 0, b > 0)$

20.12 Вычислить центр тяжести однородного тела, ограниченного цилиндром  $z = \frac{y^2}{2}$  и плоскостями  $x = 0, y = 0, z = 0, 2x + 3y - 12 = 0$ .

20.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x^2 + 2xy)dx + 2xdy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

20.14 проверить является ли выражение

$$\frac{3}{x} dx + 2 \sin y dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 21 ВАРИАНТ

21.1 Построить область интегрирования  $\int_0^2 dy \int_{\frac{y^2}{4}}^{3-y} f(x, y) dx$ .

21.2 Вычислить  $\int_0^1 \int_0^1 \frac{y dx dy}{(1 + x^2 + y^2)^{3/2}}$ .

21.3 Вычислить  $\iint_S (\cos 2x + \sin y) dx dy$ ;  $S: x \geq 0, y \geq 0, 4x + 4y - \pi \leq 0$ .

21.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^2 dy \int_{\frac{y^2}{2}}^{\sqrt{8-y^2}} f(x, y) dx$ .

21.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\iint_S \cos \sqrt{x^2 + y^2} dx dy; \quad S: x^2 + y^2 \leq \frac{\pi^2}{4}, x^2 + y^2 \leq \pi.$$

21.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 4 + x, x + 3y = 0$ .

21.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1, z = 1, z = 12 - 3x - 4y.$$

21.8 Вычислить площадь части поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 = 4 (z \geq 0)$ , вырезанной цилиндром  $x^2 + y^2 = 1$ .

21.9 Найти центр тяжести площади, ограниченной линиями и  $y = \sin x, y = \cos x, y = 0$ .

21.10 Найти момент инерции площади, ограниченной линиями  $y = 2\sqrt{x}, y + x = 3x = 0$ , относительно оси Oz.

21.11 Вычислить  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{y^2}$ ;  $V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, y \leq 3, y \geq 2$ ..

21.12 Найти момент инерции тела, ограниченного поверхностями  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}, z = c$  относительно оси Oz.

21.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x^2 + 3xy)dx + (x - 2y^2)dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

21.14 проверить является ли выражение

$$4(x^2 - y^2)(xdx - ydy)$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 22 ВАРИАНТ

22.1 Построить область интегрирования  $\int_6^{12} dy \int_{\frac{x}{3}}^{\sqrt{2(x-4)}} f(x, y) dx$ .

22.2 Вычислить  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\pi} x \sin(x+y) dx dy$ .

22.3 Вычислить  $\iint_S y \ln x dx dy$ ;  $S: xy \geq 1, y \leq \sqrt{x}, x \leq 2$ .

22.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dy \int_{2-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y) dx$ .

22.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S xy dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0$ .

22.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, 4y = x^2, y = 4$ .

22.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$z = 4 - y^2, z = 0, y = \frac{x^2}{2}$ .

22.8 Вычислить площадь части поверхности  $x^2 - y^2 - z^2 = 0$ , расположенной внутри цилиндра  $x^2 + y^2 = 1$ .

22.9 Найти центр тяжести площади, ограниченной линиями и  $xy = 4, y = x, x = 4$ .

22.10 Найти момент инерции однородной плоской фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 2px, x = 2p$ , относительно оси  $Oy$ .

22.11 Вычислить  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{x}$ ;  $V: (y^2 - 1) + z^2 \leq 1, x \leq 4, x \geq 2$ .

22.12 Найти координаты центра тяжести однородного тела,

ограниченного параболоидом  $z = \frac{x^2 + y^2}{2a}$  и сферой

$x^2 + y^2 + z^2 = 3a^2 (z \geq 0)$ .

22.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный

интеграл  $\int_L (y^2 - xy) dx + 4xy^2 dy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

22.14 проверить является ли выражение

$$(3x^2 \cos y)dx + (2x \sin y + 3)dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 23 ВАРИАНТ

23.1 Построить область интегрирования  $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{2x-x^2} f(x, y)dy$ .

23.2 Вычислить  $\int_0^1 \int_0^1 \frac{dx dy}{(x+y+1)^2}$ .

23.3 Вычислить

$\iint_S x dx dy$ ;  $S$ : треугольник с вершинами  $A(2,3)$ ,  $B(7,2)$ ,  $C(4,5)$ .

$S$

23.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dy \int_{\frac{(1-x)^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y)dx$ .

23.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S \arctg \frac{x}{y} dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x\sqrt{3}$ .

23.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $xy = 4, y = x, x = 4$ .

23.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, y = \frac{b}{a}x, z = 0, y = 0, (x \geq 0).$$

23.8 Вычислить площадь части поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ , вырезанной цилиндром  $x^2 + y^2 = Rx$ .

23.9 Найти центр тяжести площади, ограниченной линиями и

$$y = 2\sqrt{x}, y = x.$$

23.10 Найти момент инерции фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 2px, x = 2p$ , относительно оси  $Ox$ .

23.11 Вычислить  $\iiint_V x^3 dx dy dz$ ;  $V: x \leq 4 - y^2 - z^2, x \leq 1, x \geq 0$ .

23.12 Найти центр тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  и  $z \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{x^2 + y^2}$  (сектор шаровой).

23.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (y^2 - x) dx + (x + 2xy)^2 dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

23.14 проверить является ли выражение  $(y - 6xy^2) dx + (x - 6x^2y - 6y^2) dy$  полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 24 ВАРИАНТ

24.1 Построить область интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{x\sqrt{3}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy$ .

24.2 Вычислить  $\int_0^2 \int_0^1 x^2 y e^{xy} dx dy$ .

24.3 Вычислить

$\iint_S xy dx dy$ ; если  $S$  ограничена линиями  $xy = 1, x + y = \frac{5}{2}$ .

24.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^{\cos x} f(x, y) dy$ .

24.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\iint_S (1 - 2x - 3y) dx dy; \quad S: x^2 + y^2 \leq 9, y \leq x, y \geq -x.$$

24.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $ax = y^2 - 2ay, y + x = 0$ .

24.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 9 - y^2, 3x + 4y = 12 (y \geq 0)$  и координатными плоскостями.

24.8 Вычислить площадь части поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ , вырезанной цилиндром  $x^2 + y^2 = R^2 (R \leq a)$ .

24.9 Найти центр тяжести площади, ограниченной линиями и  $xy = 4, x + y = 5$ .

24.10 Найти момент инерции однородной плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = 4 - x^2, e = 0$ , относительно оси Oy.

24.11 Вычислить  $\iiint_V y^2 dx dy dz; \quad V: y \leq x^2 + z^2, y \leq 2, y \geq 6$ .

24.12 Найти статический момент однородного конуса с радиусом основания  $r$  и высотой  $H$  относительно плоскости, проходящей через вершину параллельно основанию.

24.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L xy^2 dx + (xy - 2y^2) dy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

24.14 проверить является ли выражение

$$3(x + y)^2 (dx + dy)$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

25 ВАРИАНТ

25.1 Построить область интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x, y) dy$ .

25.2 Вычислить  $\int_0^2 \int_0^1 \frac{x^2}{1+y^2} dx dy$ .

25.3 Вычислить  $\iint_S (x+y) dx dy$ ;  $S: y^2 \leq 2x, x+y \geq 4, x+y \leq 12$ .

25.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ .

25.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S \frac{dx dy}{1+x^2+y^2}$ ;  $S: I$  четверть круга  $x^2 + y^2 \leq R^2$ .

25.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = a^2 - ax, y = a + x$ .

25.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4 - x^2$ , и координатными плоскостями  $2x + y = 4 (x \geq 0)$  и координатными плоскостями.

25.8 Вычислить площадь части поверхности  $2z = x^2 + y^2$ , вырезанной цилиндром  $x^2 + y^2 = 1$ .

25.9 Найти центр тяжести площади, ограниченной линиями и  $y^2 = 4x, x + y = 3 (y \geq 0)$ .

25.10 Вычислить момент инерции относительно оси  $Ox$  однородного кругового сектора радиуса  $R$  с центральным углом  $2\alpha$  (ось  $Ox$  расположена на оси симметрии сектора).

25.11 Вычислить

$\iiint_V \frac{dx dy dz}{x}$ ;  $V$ : ограничена конусом  $x^2 = y^2 + z^2$

и плоскостями  $x = 1, x = 4$ .

25.12 Найти статические моменты относительно координатных осей пирамиды, образованной плоскостями  $x + y + z = 2, x = 0, y = 0, z = 0$ .

25.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (2xy + 3y^2)dx + 5x^2 dy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

25.14 проверить является ли выражение  $(e^y - ye^x)dx + (xe^y - e^x - e^y)dy$  полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 26 ВАРИАНТ

26.1 Построить область интегрирования  $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y)dy$ .

26.2 Вычислить  $\int_0^1 \int_0^1 e^{x+y} dx dy$ .

26.3 Вычислить

$\iint_S dx dy$ ; если  $S$  ограничена эллипсом  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

26.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{x-1}^{1-x} f(x, y)dy$ .

26.5 Переходя к полярным координатам, вычислить  $\iint_S x dx dy, S: x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 4, -1 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq 1$ .

26.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, y = x + 2$ .

26.7 Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $y = x^2, y = 1, x = 0, z = 0, z = x^2 + y^2$ .

26.8 Вычислить площадь части поверхности  $z = xy$ , вырезанной цилиндром  $x^2 + y^2 = R^2$ .

26.9 Найти центр тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 8 - x^2$ .

26.10 Найти момент инерции относительно оси  $Oy$  однородного кругового сектора радиуса  $R$  с центральным углом  $2\alpha$ .

26.11 Вычислить

$$\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz; \quad V : \text{ограничена поверхностями } x^2 + y^2 = z^2, z = 1.$$

26.12 Определить момент инерции относительно оси  $Oz$  тела, ограниченного поверхностью  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

26.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (xy + y^2)dx + (2y^2 - x^2)dy$ ,

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

26.14 проверить является ли выражение

$$\frac{dx}{x + y^2} + \frac{2ydy}{x + y^2}$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 27 ВАРИАНТ

27.1 Построить область интегрирования  $\int_0^{2\pi} dx \int_0^{\sin x} f(x, y)dy$ .

27.2 Вычислить  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 y \cos(xy^2) dx dy$ .

27.3 Вычислить

$\iint_S x^2 y dx dy$ ; если  $S$  ограничена линиями  $x^2 = py$ ,  $y = \frac{p}{2}$  ( $p > 0$ ).

27.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dy \int_{y^{\frac{3}{2}}}^{2-\sqrt{2y-y^2}} f(x, y) dx$ .

27.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S xy dx dy$ ;  $S$  – круговой сектор  $x^2 + y^2 \leq 1$ ,  $y \geq \frac{x\sqrt{3}}{3}$ ,  $y \leq x\sqrt{3}$ ,  $x \geq 0$ .

27.6 Вычислить объем тела, ограниченного координатными плоскостями, плоскостью

$2x + 3y - 12 = 0$  и цилиндром  $z = \frac{y^2}{2}$ .

27.7 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями

$xy = a^2$ ,  $y + x = \frac{5}{2}a$  ( $a > 0$ ).

27.8 Вычислить площадь части поверхности  $z^2 + y^2 = x^2$ , вырезанной цилиндром  $x^2 + y^2 = a^2$  и плоскостями  $y = b$ ,  $y = -b$ .

27.9 Найти центр тяжести фигуры, ограниченной линиями и  $4y = x^2 - 4$ ,  $-2y = x^2 - 4$ .

27.10 Найти момент инерции площади ограниченной линиями  $y^2 = 4x$ ,  $x + y = 3$ , ( $y \geq 0$ ), относительно оси  $Oy$ .

27.11 Вычислить

$\iiint_V xyz dx dy dz$ ; если  $V$  ограничена поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$ .

27.12 Определить момент инерции относительно оси  $Oz$  тела, ограниченного поверхностью

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2, x^2 + y^2 = z^2 (z > 0)$$

27.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (y^2 - 3x^2)dx + 2x^2 y dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

27.14 проверить является ли выражение

$$(y - 6x^2 y^2)dx + (x - 4x^3 y)dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 28 ВАРИАНТ

28.1 Построить область интегрирования  $\int_{-2}^2 dx \int_{-\frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{2}}}^{\frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{2}}} f(x, y)dy$ .

28.2 Вычислить  $\int_0^2 \int_0^2 xy(x+y)dx dy$ .

28.3 Вычислить

$\iint_S \sin(x+y)dx dy$ ; если  $S$  ограничена линиями  $x=0$ ,  $y=x$ ,  $y=\frac{\pi}{2}$ .

28.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{3-2y} f(x, y)dx$ .

28.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq 4, y \geq x, y \leq x\sqrt{3}$ .

28.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \cos x$ ,  $y = \cos 2x$ ,  $y = 0$

28.7 Вычислить объем тела, ограниченного плоскостями координат, плоскостями  $x=4$ ,  $y=4$  и параболоидом вращения  $z^2 = y^2 + x^2 + 1$

28.8 Вычислить площадь части поверхности  $z^2 + y^2 = x^2$ , расположенной внутри цилиндра  $x^2 + y^2 = R^2$ .

28.9 Найти центр тяжести фигуры, ограниченной эллипсом  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  и его хордой  $\frac{x}{4} + y = 1$ .

28.10 Найти момент инерции площади, ограниченной линиями  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $y = x$ , относительно оси  $Ox$ .

28.11 Вычислить

$\iiint_V xy^2 z^3 dx dy dz$ ; если  $V$  ограничена поверхностями  $z = xy$ ,  $y = x$ ,  $x = 1$ ,  $z = 0$ .

28.12 Определить центр тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями

$$az = a^2 - x^2 - y^2, z = 0$$

28.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x-y)^2 dx + (3x^2 + y^2) dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

28.14 проверить является ли выражение

$$(\sin y + y \sin x) dx + (x \cos y - \cos x) dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 29 ВАРИАНТ

29.1 Построить область интегрирования  $\int_0^4 dx \int_x^{\sqrt{2rx-x^2}} f(x, y) dy$ .

29.2 Вычислить  $\int_0^1 \int_0^1 (x + xy - x^2 - y^2) dx dy$ .

29.3 Вычислить

$\iint_S (x - y) dx dy$ ; если  $S$  ограничена линиями  $y = 2 - x^2$ ,  $y = 2x - 1$ .

29.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dy \int_y^{2-y} f(x, y) dx$ .

29.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \geq 2, x^2 + y^2 \leq 4, y \geq x, x \geq 0$ .

29.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y^2 + 2y - 3x + 1 = 0, 3x - 3y - 7 = 0$

29.7 Вычислить объем тела, ограниченного плоскостями координат, плоскостями  $x = a, y = b$  и эллиптическим параболоидом вращения

$$z^2 = \frac{y^2}{2q} + \frac{x^2}{2p}$$

29.8 Вычислить площадь части поверхности  $z = y^2 + x^2$ , вырезанной цилиндром  $z^2 = 2py$ .

29.9 Найти центр тяжести площади, ограниченной линиями

$$2y = x^2, y = x^2, x = 1, x = 2$$

29.10 Найти момент инерции площади, ограниченной линиями

$xy = 4, y = x, x = 4$ , относительно оси  $Oy$ .

29.11 Вычислить

$\iiint_V \frac{dx dy dz}{(1 + x + y + z)^3}$ ; если  $V$  – тетраэдр, ограниченный поверхностями

$$z + x + y = 1, y = 0, x = 0, z = 0.$$

29.12 Найти статические моменты тела, ограниченного эллипсоидом

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ и плоскостью } Oxy, \text{ относительно этой плоскости.}$$

29.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\oint (x^2 + 5y^2)dx + 2x^2 dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

29.14 проверить является ли выражение

$$(2x - 5y^2)dx + (2 - 10xy)dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 29 ВАРИАНТ

29.1 Построить область интегрирования  $\int_0^4 dx \int_x^{\sqrt{2rx-x^2}} f(x, y)dy$ .

29.2 Вычислить  $\int_0^2 \int_0^1 (x + xy - x^2 - y^2) dx dy$ .

29.3 Вычислить

$\iint_S (x - y) dx dy$ ; если  $S$  ограничена линиями  $y = 2 - x^2$ ,  $y = 2x - 1$ .

29.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dy \int_y^{2-y} f(x, y) dx$ .

29.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \geq 2, x^2 + y^2 \leq 4, y \geq x, x \geq 0$ .

29.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y^2 + 2y - 3x + 1 = 0, 3x - 3y - 7 = 0$

29.7 Вычислить объем тела, ограниченного плоскостями координат, плоскостями  $x = a, y = b$  и эллиптическим параболоидом вращения

$$z^2 = \frac{y^2}{2q} + \frac{x^2}{2p}$$

29.8 Вычислить площадь части поверхности  $z = y^2 + x^2$ , вырезанной цилиндром  $z^2 = 2py$ .

29.9 Найти центр тяжести площади, ограниченной линиями  $2y = x^2$ ,  $y = x^2$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$

29.10 Найти момент инерции площади, ограниченной линиями  $xy = 4$ ,  $y = x$ ,  $x = 4$ , относительно оси  $Oy$ .

29.11 Вычислить

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{(1+x+y+z)^3}$$
; если  $V$  – тетраэдр, ограниченный поверхностями  $z+x+y=1$ ,  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $z=0$ .

29.12 Найти статические моменты тела, ограниченного эллипсоидом  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  и плоскостью  $Oxy$ , относительно этой плоскости.

29.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x^2 + 5y^2) dx + 2x^2 dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

29.14 проверить является ли выражение

$$(2x - 5y^2) dx + (2 - 10xy) dy$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$ .

## 30 ВАРИАНТ

30.1 Построить область интегрирования  $\int_0^1 dx \int_x^{2-x^2} f(x, y) dy$ .

30.2 Вычислить  $\int_1^3 dx \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{x}{2}} \frac{x^2}{y^2} dy$ .

30.3 Вычислить

$$\iint_S \cos(x+y) dx dy; S: x \geq 0, y \leq \pi, y \geq x.$$

$S$

30.4 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^{\sin x} f(x, y) dy$ .

30.5 Переходя к полярным координатам, вычислить

$$\iint_S \arctg \frac{y}{x} dx dy; S: x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 9, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x\sqrt{3}.$$

30.6 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $x^2 + y^2 = 2y, y = x, x = 0$ .

30.7 Вычислить объем тела, ограниченного плоскостями

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 6 - x^2 - y^2$$

30.8 Вычислить площадь части поверхности тела, ограниченного поверхностями  $z^2 + x^2 = 4, z^2 + y^2 = 4$ .

30.9 Найти центр тяжести пластинки, ограниченной линиями  $y = x^2, y = 1$ .

30.10 Найти момент инерции прямоугольной пластинки, ограниченной прямыми  $x = 0, x = 3, y = 0, y = 7$ , относительно начала координат.

30.11 Вычислить

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{z}; V: z^2 \leq x^2 + y^2, z \geq 1, z \leq 4.$$

$$z + x + y = 1, y = 0, x = 0, z = 0.$$

30.12 Найти момент инерции куба  $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a, 0 \leq z \leq a$  относительно его ребра.

30.13 Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\int (3xy + x^2) dx + 8x^2 dy$ ,

$L$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(3;1)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

30.14 проверить является ли выражение

$$\frac{xdx + ydy}{x + y^2}$$

полным дифференциалом. Если является, то найти функцию  $U$

### Ряды.

#### *Задания к вариантам.*

1. Найти общий член ряда.
2. Найти сумму ряда или установить его сходимость.
3. Исследовать сходимость ряда.
4. Исследовать сходимость ряда.
5. Исследовать сходимость ряда.
6. Исследовать сходимость ряда.
7. Исследовать сходимость ряда.
8. Исследовать сходимость ряда.
9. Исследовать сходимость ряда.
10. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.
11. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.
12. Разложить функцию в ряд Тейлора.
13. Разложить функцию в ряд Маклорена.
14. Вычислить.
15. Вычислить.

#### *Варианты заданий.*

##### *1 вариант.*

1.  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{17} + \frac{1}{26} + \dots$

2.  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ .

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{n}}{(n+2) \cdot \sqrt{n}}$

5.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ .

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (n+1)}{3^{2n}}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n+1}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^5}}$$

$$10. \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}$$

12. Разложить функцию  $x^3 - 2x^2 - 5x - 2$  в ряд по степеням  $x+4$ .

13. Разложить функцию  $x \cdot e^{-2x}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $e$  с точностью до 0,001.

15. Вычислить  $\ln 1,6$  с точностью до 0,001.

### 2 вариант

$$1. \frac{1}{11} + \frac{2}{101} + \frac{3}{1001} + \frac{4}{10001} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sqrt{3n-1})}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\sqrt{4n+1})}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2^n}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{5^n}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{3n}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5n^2+1}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{(x-5)^n}{n \cdot 3^n}.$$

12. Разложить функцию  $\ln x$  в ряд по степеням  $(x-1)$ .

13. Разложить функцию  $e^{x^2}$  в ряд по степеням  $x$ .  
 14. Вычислить число  $\sin 0,4$  с точностью до 0,001.  
 15. Вычислить  $\ln 1,7$  с точностью до 0,001.

### 3 вариант

1.  $1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \frac{5}{16} + \dots$
2.  $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2) \cdot (3n+1)} + \dots$
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$
5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4n}$
6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{e^{3n}}$
7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{n^n}$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot n!}{n^2 + 1}$
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}}$
10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$
11.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$

12. Разложить функцию  $\frac{1}{x}$  в ряд по степеням  $(x-1)$ .
13. Разложить функцию  $\operatorname{sh} x$  в ряд по степеням  $x$ .
14. Вычислить число  $e^{-0,4}$  с точностью до 0,0001.
15. Вычислить  $\ln 1,8$  с точностью до 0,001.

### 4 вариант

1.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \dots$
2.  $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} + \frac{1}{45} + \frac{1}{135} + \dots$
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + \sqrt{10}}$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 10}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{3^n}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 8 \cdot 14 \cdot \dots \cdot (6n - 4)}{3 \cdot 10 \cdot 17 \cdot \dots \cdot (7n - 4)}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{n}}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n}{(3n - 2)!}.$$

$$9. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{\ln n}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} \cdot x^{2n-1}}{(4n - 3)^2}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x + 3)^n}{n^2}.$$

12. Разложить  $\frac{1}{x^2}$  в ряд по степеням  $(x+1)$ .

13. Разложить функцию  $\sin 3x + x \cdot \cos 3x$  в ряд по степеням  $x$

14. Вычислить число  $e^{0,5}$  с точностью до 0,01.

15. Вычислить  $\ln 1,9$  с точностью до 0,001.

### 5 вариант

$$1. 1 + \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{1 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10} \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n - 4) \cdot (5n + 1)}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt[n]{5}}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n - 1}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 10 \cdot 17 \cdot \dots \cdot (7n - 4)}{2 \cdot 8 \cdot 14 \cdot \dots \cdot (6n - 4)}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{\sqrt{n}}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{2n + 1}{n \cdot (n + 1)}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n!)^2}{(2n)!}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot x^n}{n}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} n^n \cdot (x+3)^n$$

12. Разложить функцию  $e^x$  в ряд по степеням  $(x-1)$ .

13. Разложить функцию  $\frac{1}{1+x^2}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\cos 10^\circ$  с точностью до 0,001.

15. Вычислить  $\ln 2$  с точностью до 0,001.

### 6 вариант

$$1. 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(6n-5)(6n+1)}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{10n+1}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n^2+2}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(10n-1)}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n.$$

$$7. 1000 + \frac{1000 \cdot 1002}{1 \cdot 4} + \dots + \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \cdot \dots \cdot (998 + 2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)} + \dots$$

$$8. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2 n}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2^{n-1}}{n^n}.$$

$$10. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^5 \cdot x^{2n}}{(2n+1)}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot (x+1)^n}{4^{n-1} \cdot \sqrt{n}}.$$

12. Разложить  $\sqrt{x}$  в ряд по степеням  $(x-4)$ .

13. Разложить  $\frac{x}{9+x^2}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\sin 10^\circ$  с точностью до 0,001.

15. Вычислить  $\ln 2,1$  с точностью до 0,001.

### 7 вариант

$$1. 1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{7} + \frac{4}{15} + \frac{5}{31} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(7n-6)(7n+1)}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{n \cdot (n+1)}}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)^3}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{4^n}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^4}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{\ln^n 10}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{2n+1}.$$

$$10. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot (2n+1)^2 \cdot x^n.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x)^{2n-1}}{(2n-1)!}.$$

12. Разложить  $\cos x$  в ряд по степеням  $(x - \frac{\pi}{2})$ .

13. Разложить  $\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$  с точностью до 0,0001.

15. Вычислить  $\ln 2,2$  с точностью до 0,001.

### Вариант

$$1. 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(8n-7)(8n+1)}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(2n)^2 + 1}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+1}{(7n+3)^2}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+4)^2}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{e^{2n}}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}.$$

$$8. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \cdot \ln n$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (2n+1)^2}{3^n}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(4n-3) \cdot 3^n}.$$

12. Разложить  $\cos^2 x$  в ряд по степеням  $(x - \frac{\pi}{4})$ .

13. Разложить  $\sqrt[3]{8+x}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить  $\sqrt[4]{19}$  с точностью до 0,001.

15. Вычислить  $\ln 2,3$  с точностью до 0,001.

### Вариант

$$1. \frac{3}{4} + \frac{4}{9} + \frac{5}{16} + \frac{6}{25} + \frac{7}{36} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(9n-8)(9n+1)}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+5}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)^2}.$$

$$5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n)^2 - n}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^n}{(\sqrt{3})^n}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdot \dots \cdot (5n-3)}{1 \cdot 7 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (6n-5)}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n-1}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n^2}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} n! \cdot x^n.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{2n}.$$

12. Разложить  $\sin \frac{\pi x}{4}$  в ряд по степеням  $(x-2)$ .

13. Разложить  $\frac{1}{4-x^2}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить  $\frac{1}{e}$  с точностью до 0,001.

15. Вычислить  $\ln 2,4$  с точностью до 0,001.

### 10 вариант

1.  $\frac{2}{5} + \frac{4}{8} + \frac{6}{11} + \frac{8}{14} + \dots$

2.  $\frac{1}{1 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 21} + \frac{1}{21 \cdot 31} + \dots + \frac{1}{(10n-9)(10n+1)} + \dots$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2n + 1}{3n^2 + 6n + 9}$ .

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1) \cdot \sqrt{n}}$ .

5.  $\sum_{n=2}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2n}$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8 \cdot 15 \cdot 22 \cdot \dots \cdot (7n+1)}{1^2 \cdot 5^2 \cdot 9^2 \cdot (4n-3)^2}$ .

7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n+1)!}$ .

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3}$ .

9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{2n+5}}$

10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$ .

11.  $\sum_{n=1}^{\infty} n! \cdot (x+4)^n$ .

12. Разложить  $\cos x$  в ряд по степеням  $(x - \frac{\pi}{4})$ .

13. Разложить  $\frac{3}{(1-x) \cdot (1+2x)}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить  $\frac{1}{\sqrt{e}}$  с точностью до 0,001.

15. Вычислить  $\ln 2,5$  с точностью до 0,001

### 11 вариант

1.  $\frac{1}{2} + \frac{3}{6} + \frac{5}{12} + \frac{7}{20} + \frac{9}{30} + \dots$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n})$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2n + 1}{5n^2 + 4n + 5}$ .

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-2)}$ .

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot \sin \frac{\pi}{4^n}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{.5^n}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{\sqrt{n+1}-1}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2n+5}}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{2n}$$

12. Разложить  $\cos^2 x$  в ряд по степеням  $(x - \frac{\pi}{3})$ .

13. Разложить  $\frac{3}{(1-x) \cdot (1+2x)}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $e^{-0,4}$  с точностью до 0,0001

15. Вычислить  $\ln 2,6$  с точностью до 0,001

### 12вариант

$$1. 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{8}{7} + \frac{16}{9} + \frac{32}{11} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{7n^2-1}}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(7n+3)^2}$$

$$5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n^3}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{e^{+n}}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6 \cdot 11 \cdot 16 \cdot 21 \dots \cdot (5n+1)}{5 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 23 \dots \cdot (6n-1)}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot 2^{n+1}}{n \cdot (n+1)}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n^3}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(4n-3)3^n}.$$

12. Разложить  $\cos^2 x$  в ряд по степеням  $(x - \frac{\pi}{4})$ .

13. Разложить  $\frac{1}{4-x^4}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $e$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 2,7$  с точностью до 0,001

### 13 вариант

$$1. \frac{3}{2^{10}} + \frac{6}{3^{10}} + \frac{9}{4^{10}} + \frac{12}{5^{10}} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{4n-1}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(3n-2)}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+1)^3}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot n}{7n^2 - 4}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{3^n}{n^2}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} n! \cdot x^n.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{2n}.$$

12. Разложить  $\sin x$  в ряд по степеням  $(x-a)$ .

13. Разложить  $\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\sin 0,4$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 2,8$  с точностью до 0,001

### 14 вариант

$$1. 1 + \frac{2}{5} + \frac{3}{25} + \frac{4}{125} + \frac{5}{625} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-3) \cdot (4n+1)}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+10}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n \cdot (n+1)}}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{\sqrt{n}}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2^{n-1}}{(3n+2)!}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot (2n+1)^2 \cdot x^n.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}.$$

12. Разложить  $\cos^2 x$  в ряд по степеням  $(x - \frac{\pi}{2})$ .

13. Разложить  $\sqrt[3]{8-x}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\sqrt{\frac{1}{e}}$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 2,9$  с точностью до 0,001

### 15вариант

$$1. \frac{2}{5} + \frac{4}{8} + \frac{6}{11} + \frac{8}{14} + \dots$$

$$2. \frac{1}{1 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 28} + \dots + \frac{1}{(9n-8)(9n+1)}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \binom{n}{n+1}^2.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{10n+1}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(6n+4)^3}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8 \cdot 15 \cdot 22 \cdot \dots \cdot (7n+1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{n^2+1}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} \cdot x^{2n-1}}{(4n-3)^2}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{(x-5)^n}{n \cdot 3^n}$$

12. Разложить  $x^3 - 2x^2 - 5x - 2$  в ряд по степеням  $(x+4)$ .

13. Разложить  $\frac{x}{9+x^2}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\frac{1}{e}$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 3$  с точностью до 0,001

### 16вариант

$$1. \frac{3}{4} + \frac{4}{9} + \frac{5}{16} + \frac{6}{25} + \frac{7}{36} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10n-9)(10n+1)}$$

$$3. 1,1 + 1,01 + 1,001 + 1,0001 + \dots$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+1}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+5)^3}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{(\sqrt{5})^n}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{n}}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n+1}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n!^2}{2n!}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}$$

12. Разложить функцию  $\ln x$  в ряд по степеням  $(x-1)$ .

13. Разложить функцию  $x \cdot e^{-2x}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить  $\sqrt[4]{19}$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 1,6$  с точностью до 0,001

### 17вариант

$$1. 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n+1}{n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n+5}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n^2+8}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(3n+2)}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (n+1)}{3^n}$$

$$7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{3n-1}}{(n-1)!}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \sin \frac{\pi}{2^n}$$

$$10. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^5 \cdot x^{2n}}{2n+1}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{(x+1)^n}{4^{n-1} \cdot \sqrt{n}}$$

12. Разложить функцию  $\frac{1}{x}$  в ряд по степеням  $(x-1)$ .

13. Разложить функцию  $e^{x^2}$  в ряд по степеням  $x$

14. Вычислить  $\sqrt[3]{7}$  с точностью до 0,01

15. Вычислить  $\ln 1,7$  с точностью до 0,001

### 18вариант

$$1. 1 + \frac{1}{2} + 3 + \frac{1}{4} + 5 + \frac{1}{6} + \dots$$

$$2. \frac{1}{1 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(6n-5)(6n+1)}$$

$$3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2+n}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{5n}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^n}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{2n+1}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)!}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}.$$

12. Разложить  $\frac{1}{x^2}$  в ряд по степеням  $(x+1)$ .

13. Разложить функцию  $\operatorname{sh} x$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить  $\sin 10$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 1,8$  с точностью до 0,001

### 19 вариант

$$1. \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{17}} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{10^n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n+8}}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^2+9}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{3 \cdot 10 \cdot 17 \cdot \dots \cdot (7n-4)}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \binom{2}{n}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3} \cdot 5^{n-1} \cdot (2n-1)!$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5n+1}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} n^n \cdot (x+3)^n.$$

12. Разложить функцию  $e^x$  в ряд по степеням  $(x+2)$ .

13. Разложить функцию  $\sin 3x + x \cdot \cos 3x$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить  $\cos 10$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 1,9$  с точностью до 0,001

### 20 вариант

$$1. \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(8n-7) \cdot (8n+1)}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{10^n}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+2) \cdot \sqrt{n}}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n^2+4)^2}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n^2+2n+1}{7n^2+3n+1} \right)^n$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\alpha}{n^3}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^5}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$$

12. Разложить функцию  $\sqrt{x}$  в ряд по степеням  $(x-4)$ .

13. Разложить функцию  $\frac{1}{1+x^2}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $e^{0.5}$  с точностью до 0,01.

15. Вычислить  $\ln 2$  с точностью до 0,001

### 21вариант

$$1. \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \dots$$

$$2. 2 + \frac{1}{5} + \frac{1}{50} + \frac{1}{500} + \frac{1}{5000} + \dots$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n-1)}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(3n+1)}$$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{5n-3}}{(n+1)!}$
7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^5}$
9.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n \cdot \sqrt{n} - 1}$
10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$
11.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{2n}$
12. Разложить функцию  $\ln(5x+3)$  в ряд по степеням  $(x-1)$ .
13. Разложить функцию  $\frac{3}{(1-x) \cdot (1+2x)}$  в ряд по степеням  $x$ .
14. Вычислить число  $e^{-0,4}$  с точностью до 0,0001
15. Вычислить  $\ln 2,1$  с точностью до 0,001

**22 вариант**

1.  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(9n-8) \cdot (9n+1)}$
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 2n + 1}{9n^2 + 2n + 1}$
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+5)^2}$
5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$
6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n}{(\sqrt{5})^n}$
7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{4n-3}}{\sqrt{n}}$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{2n+1}{n \cdot (n+1)}$
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n-2)!}$
10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot x^n}{n}$
11.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}$

12. Разложить функцию  $5x^3 - 2x^2 - 5x - 2$  в ряд по степеням  $(x+4)$ .

13. Разложить функцию  $\frac{1}{4-x^4}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $e$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 2,2$  с точностью до 0,001

### 23 вариант

1.  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n}{n+1}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{7n}$ .

5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot e^{2n}}{n^n}$ .

7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n}{5n-4}$ .

9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^9}$

10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} \cdot x^{2n-1}}{4n-3^2}$

11.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$ .

12. Разложить функцию  $\ln x$  в ряд по степеням  $(x-1)$ .

13. Разложить функцию  $\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\sin 0,4$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 2,3$  с точностью до 0,001

### 24 вариант

1.  $-1 + \frac{2}{2} - \frac{3}{4} + \frac{4}{8} - \frac{5}{16} + \dots$

2.  $\frac{1}{1 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 15} + \frac{1}{15 \cdot 22} + \dots + \frac{1}{(7n-6)(7n+1)}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3 + 5n - 1}{4n^3 + 6n + 1}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n^2 - 1}}$ .

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n^2 + 5)^2}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 8 \cdot 14 \cdot \dots \cdot (6n - 4)}{6 \cdot 11 \cdot 16 \cdot \dots \cdot (5n + 1)}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{e^n}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2 \cdot \sqrt{n}}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(2n + 1)}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{(x+1)^n}{4^{n-4} \cdot \sqrt{n}}$$

12. Разложить функцию  $e^x$  в ряд по степеням  $(x+2)$ .

13. Разложить функцию  $\sqrt[3]{8+x}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\frac{1}{e}$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 2,4$  с точностью до 0,001

### 25вариант

$$1. \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{8}} + \frac{4}{\sqrt{11}} + \frac{5}{\sqrt{14}} + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{7^n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{2n+1}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{5n+8}}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^{3n-1}}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$$

$$9. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 \cdot \ln n}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$$

$$11. \sum_{n=2}^{\infty} n^n \cdot (x+3)^n.$$

12. Разложить функцию  $\sqrt{x}$  в ряд по степеням  $(x-4)$ .

13. Разложить функцию  $\frac{x}{9-x^2}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $e^{0,5}$  с точностью до 0,01

15. Вычислить  $\ln 2,5$  с точностью до 0,001

### 26 вариант

$$1. 0,1 - 0,01 + 0,001 - 0,0001 + 0,00001 - \dots$$

$$2. \frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 16} + \dots + \frac{1}{(5n-4)(5n+1)} + \dots$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{2n-1}{n}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{6n+5}}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n + 1}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 11 \cdot 21 \cdot \dots \cdot (10n-9)}{2 \cdot 8 \cdot 14 \cdot \dots \cdot (6n-4)}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n^2 + 5}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{3n+2}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n$$

$$11. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}.$$

12. Разложить функцию  $\frac{1}{x^2}$  в ряд по степеням  $(x+1)$ .

13. Разложить функцию  $x \cdot e^{-2x}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\frac{1}{\sqrt{e}}$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 2,6$  с точностью до 0,001

### 27 вариант

$$1. \frac{2}{5} + \frac{4}{8} + \frac{6}{11} + \frac{8}{14} + \dots$$

$$2. \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} + \dots$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{5n+1}$
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n+2}}$ .
5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+9}$
6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 10 \cdot 17 \cdot \dots \cdot (7n-4)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n}$
7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^{3n+3}}$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(5n-3)}$ .
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{n+4}}{n^n}$
10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$
11.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n-1}}{(2n-1)!}$ .

12. Разложить функцию  $\frac{1}{x}$  в ряд по степеням  $(x-1)$ .

13. Разложить функцию  $e^{x^2}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\frac{1}{\sqrt{e}}$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 2,7$  с точностью до 0,001

### 28вариант

1.  $\frac{3}{4} - \frac{4}{9} + \frac{5}{10} - \frac{6}{25} + \dots$
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{9}}$
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+1}{(7n+8)^2}$ .
5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+1)^3}$
6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (n+1)}{5^{2n}}$
7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^n}$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{5n+4}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n^2+1}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} n! \cdot x^n$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{2n}.$$

12. Разложить функцию  $\frac{1}{x^2-4x+3}$  в ряд по степеням  $(x-2)$ .

13. Разложить функцию  $shx$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\sin 10$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 2,8$  с точностью до 0,001

### 29 вариант

$$1. \frac{1}{1} + \frac{1 \cdot 3}{4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{9} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{16} + \dots$$

$$2. \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \dots$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{5n-1}}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9n+1}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{(3n+5)^3}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{5^n}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{e^{4n-3}}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot \frac{n}{4^n}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{2n+9}}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n!}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} n! \cdot (x-5)^n.$$

12. Разложить функцию  $\sqrt{x}$  в ряд по степеням  $(x-4)$ .

13. Разложить функцию  $\sin 3x + x \cdot \cos 3x$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\sqrt[3]{7}$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 2,9$  с точностью до 0,001

### 30 вариант

$$1. \frac{2}{3} + \left(\frac{3}{8}\right)^2 + \left(\frac{4}{13}\right)^3 + \left(\frac{5}{18}\right)^4 + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{5^n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+1}}{8n+3}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n^2+2}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{10n}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{e^{3n}}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\alpha}{n \cdot \sqrt{n}}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{(4n-3)^2}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot (n+3)}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{(3n-2)!}$$

12. Разложить функцию  $x^4 + 9x^3 + 27x^2 + 27x$  в ряд по степеням  $(x+3)$ .

13. Разложить функцию  $x \cdot \cos \sqrt{x}$  в ряд по степеням  $x$ .

14. Вычислить число  $\sqrt[3]{80}$  с точностью до 0,001

15. Вычислить  $\ln 3$  с точностью до 0,0001

## **ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.**

### **Задание к выполнению типового расчета**

1. Найти  $z^n$ .

2. Решить уравнение.

3. Найти действительную и мнимую часть заданной функции.

4. Проверить выполнение условия Коши-Римана и в случае их выполнения найти  $f'(z)$ .
5. Найти аналитическую функцию по заданной действительной или мнимой части.
6. Вычислить интеграл.
7. Вычислить интеграл (применить теорему Коши или интегральную формулу Коши).
8. Исследовать на сходимость ряд.
9. **Найти радиус сходимости степенного ряда.**
10. Разложить заданную функцию в ряд Лорана в окрестности указанной точки  $z_0$  и определить область сходимости этого разложения.
11. Найти нули функции и определить их порядок.
12. Найти особые точки и определить их порядок.
13. Найти вычеты в особых точках.
14. Вычислить интеграл (применить теорему о вычетах).
15. Вычислить интеграл.

### 1 ВАРИАНТ

1.  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^4$ .
2.  $z^8 = 1 + i$ .
3.  $z^{-1}$ .
4.  $ze^z$ .
5.  $u = x^2 - y^2 + xy$ .
6.  $\int z \operatorname{Im} z^2 dz$ ,  $c: |z| = 1, -\pi \leq \operatorname{arg} z \leq 0$
7.  $\int_{|z|=1} \frac{e^z}{z^2+2z} dz$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos in}{2^n}$ .
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{in} z^n$ .
10.  $\frac{\sin z}{z^2}, z_0 = 0$ .
11.  $(z^2 - 4)^3 e^z$ .
12.  $\frac{e^z}{(z+2)^3}$ .
13.  $\frac{z^2}{z-2}$ .
14.  $\int_{|z|=2} \frac{\sin z dz}{(z+1)^3}$ .
15.  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$ .

### 2 ВАРИАНТ

1.  $(\sqrt{3} - i)^5$ .
2.  $z^7 = -1$ .
3.  $\operatorname{ch}(z - i)$ .
4.  $e^{z^2}$ .
5.  $v = -\frac{y}{(x+1)^2+y^2}$ .
6.  $\int_c z \operatorname{Re} z dz$ ,  $c: |z| = 1$ , обход против часовой стрелки
7.  $\int_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^3} dz$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin in}{3^n}$ .
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{i\frac{\pi}{4}} z^n$ .
10.  $\frac{\sin^2 z}{z}, z_0 = 0$ .
11.  $(z^2 + 9)^2$ .
12.  $\frac{\cos z}{z^2+4}$ .

$$13. \frac{1}{\sin z}.$$

$$14. \int_{|z|=2} \frac{zdz}{1-2\sin^2 z}.$$

$$15. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx.$$

### 3 ВАРИАНТ

$$1. \frac{(2+5i)^2}{(2-5i)^3}$$

$$2. z^4 + 8 + 8\sqrt{3}i = 0.$$

$$3. z + z^2.$$

$$4. \cos z.$$

$$5. v = 2xy + 3x.$$

$$6. \int_c |z|dz, \quad c: \text{отрезок, соединяющий точки } -1 \text{ и } 1.$$

$$7. \int_{|z|=1} \frac{sh^2 z}{z^3} dz$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i2n}}{n\sqrt{n}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{in}\right)^n.$$

$$10. \frac{e^z}{z}, z_0 = 0.$$

$$11. z \sin z.$$

$$12. \frac{z+2}{(z-1)^3(z+1)}.$$

$$13. \frac{1}{(z^2+1)^3}.$$

$$14. \int_{|z|=1} zt g \pi z dz.$$

$$15. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+9)(x^2+4)} dx.$$

### 4 ВАРИАНТ

$$1. (1 + i\sqrt{3})^3$$

$$2. z^2 = 3 - 4i.$$

$$3. tgz.$$

$$4. z^2 \bar{z}.$$

$$5. u = x^2 - y^2 + 2x.$$

$$6. \int_1^i ze^z dz.$$

$$7. \int_{|z|=2} \frac{\sin iz}{z^2-4z+3} dz$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos in^2}{5n^2}.$$

$$9. \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{1-i}\right)^n.$$

$$10. \frac{z}{(z+1)^2}, z_0 = -1.$$

$$11. 1 - e^z.$$

$$12. \frac{\sin z}{z^3}.$$

$$13. \frac{z+1}{z^2+4}.$$

$$14. \int_{|z-1|=1} \frac{dz}{z^4+1}.$$

$$15. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)^2} dx.$$

### 5 ВАРИАНТ

$$1. \frac{2}{(1-3i)^2}$$

$$2. z^2 - 2iz - 5 = 0.$$

$$3. shz.$$

$$4. z^3.$$

$$5. u = \frac{x}{x^2+y^2}.$$

$$6. \int_{1+i}^{-1-i} (2z+1) dz.$$

$$7. \int_{|z-1|=2} \frac{\sin \frac{\pi z}{2} dz}{z^2+2z-3}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{n}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} ch \frac{i}{n} z^n.$$

$$10. \frac{\sin z}{z-2}, z_0 = 2.$$

$$11. \frac{\sin^3 z}{z}.$$

$$12. \frac{1}{(z^2+i)^3}.$$

$$13. \frac{z^2+1}{z-2}.$$

$$14. \int_{|z|=3/2} \frac{zdz}{(z-1)^2(z+2)}.$$

$$15. \int_0^\infty \frac{dx}{(x^2+9)^2}.$$

### 6 ВАРИАНТ

$$1. \left( \frac{1-i\sqrt{3}}{1-i} \right)^{20}$$

$$2. z^2 - 20z + 92 + 6i = 0.$$

$$3. e^{-z}.$$

$$4. e^{3z}.$$

$$5. v = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

$$6. \int_c \operatorname{Im} z dz, \quad c: \text{прямолинейный отрезок, соединяющий точки } 0 \text{ и } z+i.$$

$$7. \int_{|z-1|=1} \frac{\sin \frac{\pi z}{4} dz}{(z-1)^2(z-3)}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{2^{\frac{n}{2}} \cos in}.$$

$$9. \sum_{n=0}^{\infty} i^n z^n.$$

$$10. \frac{e^z}{z^3}, z_0 = 0.$$

$$11. z^4 + 4z^2.$$

$$12. \frac{1}{\sin z}.$$

$$13. \frac{e^{\pi z}}{z-i}$$

$$14. \int_{|z|=2} \frac{e^z dz}{z^3(z+1)}.$$

$$15. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2+4x+20)^2}.$$

### 7 ВАРИАНТ

$$1. \left( \frac{-1+i\sqrt{3}}{1-i} \right)^3.$$

$$2. z^5 - 1 - i\sqrt{3} = 0.$$

$$3. 2^{z^2}.$$

$$4. \sin \frac{z}{3}.$$

$$5. u = \frac{x}{x^2+y^2} - 2y.$$

$$6. \int_0^{i+1} z^3 dz.$$

$$7. \int_{|z-1|=1} \frac{e^{iz} dz}{z^2+1}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2+i)^n}{2^n}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi i}{n} z^n.$$

$$10. ze^{\frac{1}{z+i}}, z_0 = -i.$$

$$11. \frac{\sin z}{z}.$$

$$12. \frac{\cos z}{(z^2-\pi^2)^3}.$$

$$13. \frac{z^2}{z-1}.$$

$$14. \int_{|z-i|=3} \frac{e^{z^2-1}}{z^3-iz^2} dz$$

$$15. \int_0^\infty \frac{x^2+1}{x^4+1} dx.$$

### 8 ВАРИАНТ

1.  $\frac{1}{(1-i\sqrt{3})^{10}}$
2.  $z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0.$
3.  $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2i}.$
4.  $shz.$
5.  $v = 2(chx \sin y - xy).$
6.  $\int_c Imzdz,$   $c:$  прямолинейный отрезок, соединяющий точки 0 и  $i.$
7.  $\int_{|z|=2} \frac{zshz}{(z^2-1)^2} dz.$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+i}}.$
9.  $\sum_{n=0}^{\infty} (n+i)z^n.$
10.  $z^3 e^{\frac{1}{z}}, z_0 = 0.$
11.  $z^2 \sin z.$
12.  $\frac{1}{e^z-2}.$
13.  $\frac{z^2}{(z^2+1)^2}$
14.  $\int_{|z|=\frac{1}{2}} z^2 \sin \frac{1}{z} dz.$
15.  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2+4)(x^2+16)}.$

### 9 ВАРИАНТ

1.  $\left(\frac{\sqrt{2}-i}{1+i\sqrt{2}}\right)^{18}.$
2.  $z^4 - 4z^3 + 7z^2 - 16z + 12 = 0.$
3.  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^2.$
4.  $|z|Imz.$
5.  $u = 2e^x \sin y.$
6.  $\int_1^i (3z^4 - 2z^3) dz.$
7.  $\int_{|z|=1} \frac{tgz}{ze^{\frac{1}{z+2}}} dz$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}}.$
9.  $\sum_{n=0}^{\infty} \cos(in) z^n.$
10.  $\frac{1}{(z-2)(z-3)}, 2 < |z| < 3.$
11.  $z - z^3.$
12.  $\frac{1}{1-\sin z}.$
13.  $\frac{1}{z^3-z^5}.$
14.  $\int_{|z|=\sqrt{3}} \frac{\sin \pi z}{z^2-z} dz$
15.  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^3}.$

### 10 ВАРИАНТ

1.  $\left((\sqrt{3}+i)(1-i\sqrt{3})\right)^{16}.$
2.  $z^5 + 2z^4 + 4z^3 + 8z^2 + 16z + 32 = 0.$
3.  $(1-i)^{3-3i}.$
4.  $\frac{1}{z^2}, |z| > 0.$
5.  $v = 2(shx \sin y + xy).$
6.  $\int_c Imzdz,$   $c:$  прямолинейный отрезок, соединяющий точки  $i$  и  $i+2.$
7.  $\int_{|z-3|=6} \frac{zdz}{(z-2)^3(z+4)}.$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+i)\sqrt{n}}.$
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n!}.$
10.  $z^4 \cos \frac{1}{z}, z_0 = 0.$
11.  $1 + z^4.$
12.  $e^{\frac{1}{z+2}}.$

13.  $e^{\frac{1}{z}}$

14.  $\int_{|z+1|=4} \frac{zdz}{e^z+3}$

15.  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{xdx}{(x^2+4x+13)^2}$

## 11 ВАРИАНТ

1.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{30}$

2.  $z^2 = 3 - 4i$

3.  $e^{\frac{\pi i}{4}}$

4.  $\cos 3z - 2i$

5.  $u = 2 \sin x \operatorname{ch} y - x$

6.  $\int_0^i z \cos z dz$

7.  $\int_{|z|=3} \frac{\cos(z+i\pi)dz}{z(e^z+2)}$

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(3+i)^n}$

9.  $\sum_{n=1}^{\infty} n!(z-1-i)^n$

10.  $\frac{1}{z^2+z}, 0 < |z| < 1$

11.  $(1-z)^2$

12.  $\cos \frac{1}{z}$

13.  $\frac{\operatorname{tg} z}{z^2 - \frac{\pi}{4}z}$

14.  $\int_{|z-2|=2} \frac{zdz}{(z-1)(z-2)}$

15.  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+9)(x^2+16)}$

## 12 ВАРИАНТ

1.  $\left(\frac{i}{1+i}\right)^{10}$

2.  $z^2 - (2+i)z - 1 + 7i = 0$

3.  $\sin(\pi i)$

4.  $e^{2z-3i}$

5.  $v = 2 \sin x \operatorname{sh} y$

6.  $\int_c |z|dz$ ,  $c$ : верхняя часть полуок – ти  $|z| = 1$ ,  $-1$  начальная точка,  $1$  конечная.

7.  $\int_{|z|=1/2} \frac{1-\sin z}{z^2} dz$

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$

9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2}$

10.  $\frac{1}{z} \sin^2 \frac{2}{z}, z_0 = 0$

11.  $z(z^2 + 4)$

12.  $\frac{z}{z^5+2z^4+z^3}$

13.  $\cos \frac{1}{z}$

14.  $\int_{|z|=1/2} \frac{zdz}{(z-1)(z-2)}$

15.  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^4}$

## 13 ВАРИАНТ

1.  $\left(\frac{1+2i}{1-i}\right)^4$

2.  $z^3 - 6z - 9 = 0$

3.  $\operatorname{tg} \frac{\pi i}{2}$

4.  $z \operatorname{Re} z$

5.  $u = 2^x \cos(y \ln 2)$

6.  $\int_1^i z \sin z dz$

$$7. \int_{|z|=4} \frac{dz}{(z^2+9)(z+9)} \quad 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i+n\sqrt{n}}{n^2}. \quad 9. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+4)z^n}{5^n}.$$

$$10. \frac{1}{z^2+z}, 0 < |z| < \infty. \quad 11. (1-z)^2. \quad 12. \frac{z^2}{\cos z - 1}.$$

$$13. z^3 e^{\frac{1}{z}}. \quad 14. \int_{|z|=1} \frac{dz}{(z-0.5)(z-3)^2} \quad 15. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^6}.$$

#### 14 ВАРИАНТ

$$1. \left( \frac{4}{1+i\sqrt{3}} \right)^5. \quad 2. z^5 = -4 + 3i. \quad 3. \cos(\pi i)$$

$$4. |z|\bar{z}. \quad 5. v = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, |z| > 0|$$

$$6. \int_c (1+i-2\bar{z}) dz, \text{ с: прямая соединяющая точки } 0 \text{ и } 1+i.$$

$$7. \int_{|z-i|=1} \frac{e^{iz} dz}{(z^2+1)^2} \quad 8. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} + \frac{i}{2^n} \right). \quad 9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-3i)^n}{4^n}.$$

$$10. \frac{1-\cos z}{z^2}, z_0 = 0. \quad 11. e^z - 1. \quad 12. \frac{z^2-3z+2}{z^2-2z+1}.$$

$$13. \frac{e^z}{z^3(z-1)}. \quad 14. \int_{|z|=1} \frac{e^z dz}{z^2(z+9)} \quad 15. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+2x+2)^2}.$$

#### 15 ВАРИАНТ

$$1. \left( \frac{3-i}{1-i} \right)^4. \quad 2. z^3 = -2 + 2i. \quad 3. \cos(1+i).$$

$$4. \sin z. \quad 5. u = x^3 - 3xy^2 \quad 6. \int_{-i}^i z e^{z^2} dz.$$

$$7. \int_{|z|=2} \frac{chiz dz}{z^2+4z+3} \quad 8. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n\sqrt{n}} + \frac{i}{n!} \right). \quad 9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^n}{n3^n}.$$

$$10. \frac{1}{(z+2)(1+z^2)}, 1 < |z| < 4. \quad 11. z(1-e^{-z}). \quad 12. \frac{\sin z}{z^2}.$$

$$13. \frac{e^{-\frac{1}{z^2}}}{1+z}. \quad 14. \int_{|z|=2} \frac{(z+1)dz}{e^z+1} \quad 15. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+4)^2}.$$

## 16 ВАРИАНТ

1.  $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}\right)^{15}$ .
2.  $z^2 + (5 - 2i)z + 5(1 - i) = 0$ .
3.  $2^i$
4.  $z\bar{z}$ .
5.  $v = xy$
6.  $\int_C^i (1 + i - 2\bar{z}) dz$ , с: часть параболы  $y = x^2$ ,  $z_1 = 0$ ,  $z_2 = 1 + i$ .
7.  $\int_{|z-1|=1} \frac{\sin \pi z dz}{(z^2-1)^2}$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} + \frac{n+1}{n+2} i\right)$ .
9.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(z-2)^n}{7^n}$ .
10.  $\frac{e^z-1}{z}$ ,  $z_0 = 0$ .
11.  $2 + e^z$ .
12.  $\frac{\sin^2 z}{z}$ .
13.  $z^2 \sin \frac{1}{z}$ .
14.  $\int_{|z-2|=1/2} \frac{z dz}{(z-1)(z-2)^2}$
15.  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x(x^2+1)^2}$ .

## 17 ВАРИАНТ

1.  $\frac{6}{(1-i)^6}$ .
2.  $z^2 + (2i - 3)z + 5 - i = 0$ .
3.  $\sin i$
4.  $e^{-3z}$ .
5.  $u = x^2 - y^2 + xy$
6.  $\int_{1-i}^{2+i} (3z^2 + 2z) dz$ .
7.  $\int_{|z-2|=1} \frac{e^{z^2}}{z^2-6z} dz$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+i}}$ .
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+i)^n (z-i)^n}{n}$ .
10.  $\frac{2z+3}{z^2+3z+2}$ ,  $1 < |z| < 2$ .
11.  $ze^{\frac{1}{z}}$ .
12.  $\frac{e^{z+e}}{z+e}$ .
13.  $e^{z^2+\frac{1}{z^2}}$
14.  $\int_{|z|=1} \frac{e^z dz}{z^2(z^2-9)}$
15.  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^4}$ .

## 18 ВАРИАНТ

1.  $\left(\frac{2+i}{1+i}\right)^4$ .
2.  $(z + 1)^4 + 16 = 0$ .
3.  $\cos(2 + i)$ . 1
4.  $\cos 2z$ .
5.  $u = x^3 + 6yx^2 - 3xy^2 - 2y^3$ .
6.  $\int_0^i z \cos z dz$ .
7.  $\int_{|z|=2} \frac{chz dz}{(z+1)^3(z-1)}$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2 i}\right)$ .
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + ni)z^n$ .
10.  $\frac{1+\cos z}{z^4}$ ,  $z_0 = 0$
11.  $e^{\frac{z}{1-z}}$ .
12.  $\frac{1}{(z^2+i)^3}$ .

$$13. \frac{z^4}{(1-z)^2}$$

$$14. \int_{|z|=3} \frac{(z+1)dz}{z^2+4}$$

$$15. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+9)}$$

### 19 ВАРИАНТ

$$1. \left(\frac{3-i}{1-i}\right)^4$$

$$2. z^3 = -2 + 2i$$

$$3. \cos(1+i)$$

$$4. \sin z$$

$$5. u = x^3 - 3xy^2$$

$$6. \int_{-i}^i z e^{z^2} dz$$

$$7. \int_{|z|=2} \frac{chizdz}{z^2+4z+3}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n\sqrt{n}} + \frac{i}{n!}\right)$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^n}{n3^n}$$

$$10. \frac{2}{z^2-1}, 1 < |z+2| < 3$$

$$11. (z^2+i)^3$$

$$12. \frac{z+2}{z(z+1)(z-1)^3}$$

$$13. \frac{z^6}{(z-1)^3}$$

$$14. \int_{|z|=3} \frac{2z-1}{z-1} dz$$

$$15. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+4)(x^2+16)}$$

### 20 ВАРИАНТ

$$1. \left(\frac{1-i\sqrt{3}}{i}\right)^8$$

$$2. z^4 + 4z^2 + 3 = 0$$

$$3. \operatorname{tg} z$$

$$4. \sin 2z + i$$

$$5. u = x \cos x \operatorname{ch} y + y \sin x \operatorname{sh} y$$

$$6. \int_c \operatorname{Re} z |z| dz, c: |z| = 1, \arg z \in [0, \pi]$$

$$7. \int_{|z-i|=1} \frac{\cos z dz}{(z-i)^3}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos i^n}{5n^2}$$

$$9. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{z^n}$$

$$10. \frac{1-e^{-z}}{z^3}, z_0 = 0$$

$$11. z(z+1)(z-1)^3$$

$$12. \frac{1}{\sin z}$$

$$13. \frac{1}{z(1-z^2)}$$

$$14. \int_{|z-i|=1} \frac{e^z}{z^4+2z^2+1} dz$$

$$15. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4+1}$$

### 21 ВАРИАНТ

$$1. \left(\frac{\sqrt{2}+2}{1-i\sqrt{2}}\right)^{12}$$

$$2. z^4 - (1+i)z^2 + 2(1+i) = 0$$

$$3. \operatorname{sh} z$$

$$4. \frac{1}{z}, |z| > 0$$

$$5. v = 3 + x^2 - y^2 \frac{y}{2(x^2+y^2)}$$

$$6. \int_0^i z \sin z dz$$

$$7. \int_{|z-2|=5} \frac{e^{z^2} dz}{z^2-6z} \quad 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i\pi}}{\sqrt{n}} \quad 9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^n}{n!}$$

$$10. \frac{1}{(z-2)(z-4)}, z_0 = 2, |z-2| > 2. \quad 11. \sin z. \quad 12. \operatorname{tg}^2 z.$$

$$13. \frac{1}{z^2-z^5}. \quad 14. \int_{|z|=4} \frac{e^{iz}}{(z-\pi)^3} dz \quad 15. \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+9)}.$$

## 22 ВАРИАНТ

$$1. ((1-2i)(1+i))^4. \quad 2. z^4 + 9z^2 + 20 = 0. \quad 3. \operatorname{tg}(2-i).$$

$$4. \bar{z} \operatorname{Re} z \quad 5. u = x^2 - y^2 + 5x + y - \frac{y}{x^2+y^2}. \quad 6. \int_i^1 z dz.$$

$$7. \int_{|z|=3} \frac{z^2 dz}{z-2i} \quad 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2+i)^n}{2^n}. \quad 9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{2^n}.$$

$$10. \frac{1}{3z-2}, z_0 = 0. \quad 11. (z^2 + 1)^2. \quad 12. e^{\frac{1}{z-3i}}.$$

$$13. \frac{z^2}{(z^2+1)^2}. \quad 14. \int_c \frac{\cos \frac{z}{2}}{z^2-4} dz, c: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$15. \int_0^{\infty} \frac{\cos 3x}{x^4+4} dx.$$

## 23 ВАРИАНТ

$$1. \left(\frac{i}{i+1}\right)^7. \quad 2. z^6 + 4z^3 + 3 = 0. \quad 3. ze^z.$$

$$4. (x^2 + y^2) - 2xyi. \quad 5. v = \ln(x^2 - y^2) + x - 2y. \quad 6. \int_i^1 ze^z dz.$$

$$7. \int_{|z-2i|=2} \frac{dz}{(z^2+9)^2} \quad 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin in}{3^n}. \quad 9. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4-3i)^n}{(z-1)^n}.$$

$$10. \frac{1}{z(z-1)}, z_0 = 0, 0 < |z| < 1. \quad 11. z^2(z^2 + 9). \quad 12. \operatorname{tg} \frac{1}{z-1}.$$

$$13. \frac{1}{z(1-z^2)}. \quad 14. \int_c \frac{e^{2z}}{z^3-1} dz, c: x^2 + y^2 - 2x = 0$$

$$15. \int_0^{\infty} \frac{\sin 3x}{x^2+4} dx.$$

## 24 ВАРИАНТ

1.  $(i(1+i))^{20}$ .
2.  $z^8 + 15z^4 - 16 = 0$ .
3.  $e^{5-3i}$ .
4.  $\cos \frac{z}{2}$ .
5.  $u = 3xy^2 - x^3$ .
6.  $\int_0^{i+1} z \cos z \, dz$ .
7.  $\int_{|z|=1} \frac{z^2 dz}{z-2i}$ .
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i2n}}{n\sqrt{n}}$ .
9.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n+1}}{5n+1}$ .
10.  $\frac{1}{1-z^2}, z_0 = 1, 2 < |z-1| < \infty$ .
11.  $z^2(z-1)$ .
12.  $\frac{e^{\frac{1}{z}}}{1-z}$ .
13.  $\frac{z^2+z-1}{z^2(z-1)}$ .
14.  $\int_c \frac{\sin \pi n}{(z^2-1)^2} dz, c: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$
15.  $\int_0^{\infty} \frac{x \cos x}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$ .

## 25 ВАРИАНТ

1.  $\left(\frac{1}{1+3i}\right)^5$
2.  $z^8 + i = 1$ .
3.  $(1+i)^{1+i}$ .
4.  $x^3 - 3xy^2 + i(3x^2 - y^3)$ .
5.  $v = 2 \cos x \operatorname{sh} y$
6.  $\int_c (z^3 - z) e^{\frac{x^2}{2}} dz, c: \text{отрезок прямой между точками } z_1 = 1 + i, z_2 = 2i$ .
7.  $\int_{|z+2i|=2} \frac{dz}{(z^2+9)^2}$ .
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)\sqrt{n}}$ .
9.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(z-2)^n}{3^n}$ .
10.  $\frac{z^2}{z-1}, z_0 = 0, |z| < 1$ .
11.  $z(1-z^2)$
12.  $\frac{\sin z}{z^5}$ .
13.  $\frac{e^z}{z^2(z^2+9)}$ .
14.  $\int_{|z|=4} \frac{(z+1)dz}{z^2+2z-3}$ .
15.  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$ .

## 26 ВАРИАНТ

1.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{11}$ .
2.  $z^7 + z^6 + 64z + 64 = 0$ .
3.  $\cos(5-i)$ .
4.  $z^2$
5.  $u = 2e^x \cos y$

6.  $\int_c (1 + i - 2\bar{z})dz$ ,  $c: y = x^2$ ,  $z_1 = 0$ ,  $z_2 = 1 + i$ .

7.  $\int_{|z+i|=1} \frac{\sin z dz}{z+i}$

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(3+i)^n}$ .

9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n(z-2-i)^n}$ .

10.  $\frac{z^4}{(z-2)^2}$ ,  $z_0 = 2$ .

11.  $z^2 - z^5$ .

12.  $\frac{1}{e^{z-3}}$ .

13.  $\sin \frac{1}{z}$ .

14.  $\int_c \frac{z \sin z}{(z-1)^5} dz$ ,  $c: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{9} = 1$

15.  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4+1} dx$ .

### 27 ВАРИАНТ

1.  $\left(\frac{i}{1-i}\right)^6$

2.  $z^3 + 2 = 2i$ .

3.  $e^{1-2z}$ .

4.  $\sin xchy + i \cos xshy$ .

5.  $v = 2e^x \cos y$

6.  $\int_c \operatorname{Re} z dz$ ,  $c$ : радиус – вектор точки  $2 + i$ .

7.  $\int_{|z-2i|=2} \frac{dz}{z^2+9}$ .

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$ .

9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z-i}{3i+4}\right)^n$ .

10.  $\frac{1}{z-2}$ ,  $z_0 = 0$ .

11.  $(1-z)^2$

12.  $\frac{z^2-1}{z-1}$ .

13.  $\frac{1}{z^2-z^5}$

14.  $\int_c \frac{dz}{z^4+1}$ ,  $c: x^2 + y^2 = 2x$ .

15.  $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x dx}{x^2+1}$ .

### 28 ВАРИАНТ

1.  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{15}$

2.  $z^4 + i = 0$ .

3.  $\operatorname{tg} iz$ .

4.  $e^{z-i}$ .

5.  $u = 1 - \frac{x}{x^2+y^2}$ ,  $|z| > 0$

6.  $\int_c ze^z dz$ ,  $c$ : отрезок прямой между точками  $z_1 = 1$ ,  $z_2 = i$ .

7.  $\int_{|z|=3} \frac{2z-1}{z(z-1)} dz$

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i+n\sqrt{n}}{n^2}$ .

9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{2n}}{n!}$ .

10.  $\frac{1}{(z-1)^2}$ ,  $z_0 = 0$ .

11.  $(z-1)^2(z^2+1)$

12.  $\frac{z}{\sin z}$ .

$$13. \frac{\sin 2z}{(z+1)^4}$$

$$14. \int_{|z|=1} z^3 \sin \frac{1}{z} dz.$$

$$15. \int_0^{\infty} \frac{x \cos x dx}{x^2 - 2x + 10}.$$

### 29 ВАРИАНТ

$$1. \left(\frac{2-i}{1-i}\right)^8.$$

$$2. z^2 + 2iz + i - 1 = 0.$$

$$3. \sin(2 + i).$$

$$4. e^x \cos y + ie^x \sin y.$$

$$5. u = 1 - 2 \cos x \operatorname{ch} y$$

$$6. \int_c |z| dz, c: |z| = R.$$

$$7. \int_{|z|=3} \frac{dz}{z-4}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n\sqrt{n}} + \frac{i}{2^n}\right).$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} i^n z^n.$$

$$10. \frac{1}{z(1-z)}, z_0 = 1, 1 < |z| < \infty.$$

$$11. z^2 + 9.$$

$$12. z^2 \sin \frac{z}{z+1}.$$

$$13. \operatorname{tg} z.$$

$$14. \int_{|z|=\frac{1}{3}} (z+1)e^{\frac{1}{z}} dz.$$

$$15. \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx.$$

### 30 ВАРИАНТ

$$1. (1-i)^{20}$$

$$2. z^4 + 1 = i.$$

$$3. \operatorname{Arctg} \frac{i}{3}$$

$$4. \frac{1}{z-2}.$$

$$5. v = x^2 - y^2 - 1.$$

$$6. \int_0^{2i} z \sin z dz.$$

$$7. \int_{|z-2|=3} \frac{e^z dz}{z^3(z-1)}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(i+2)}{n^2}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} (z-i)^n.$$

$$10. \frac{1}{z(1-z)}, z_0 = 1, 0 < |z| < 1.$$

$$11. z - z^3.$$

$$12. \frac{\sin z}{4z+3}.$$

$$13. \frac{z^6}{(z-1)^4}.$$

$$14. \int_{|z|=1} \frac{\operatorname{ctg} z dz}{4z-\pi}.$$

$$15. \int_0^{\infty} \frac{\cos x dx}{x^2+9}.$$

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю). (при необходимости)**

**8.1 Перечень информационных технологий.**

Информационные технологии - не предусмотрены.

**8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

Программное обеспечение – не предусмотрено.

**8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран)
2.	Практические занятия	Аудитория
3.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория
4.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.