



1920

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
филиал Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
в г. Новороссийске
Кафедра информатики и математики

УТВЕРЖДАЮ



Проректор по работе с филиалами
ФГБОУ ВО «Кубанский
государственный университет»
А.А.Евдокимов

 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.04 УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль): Системный анализ, исследование операций и управление (Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности)

Программа подготовки: академическая

Форма обучения: очная

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Краснодар 2018

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 228 от 12 марта 2015 года.

Программу составил(и):

И.Г.Рзун , доцент канд.физ.-мат.наук

С.В. Дьяченко доцент канд.физ.-мат.наук

Рабочая программа дисциплины Уравнения математической физики утверждена на заседании кафедры Информатики и математики протокол № 1 от 30.08. 2018 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Рзун И.Г.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Информатики и математики протокол № 1 от 30.08. 2018 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Рзун И.Г.

Рабочая программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии филиала УГС 01.00.00 «Математика и механика» 30.08. 2018 г. протокол № 1

Председатель УМК

С.В. Дьяченко

Рецензенты:

Сулимов А.В. Директор ООО «Центр компьютерной техники»

Посаженников А.В. Директор ООО «Профессиональные информационные технологии»

Содержание рабочей программы дисциплины

- 1 Цели и задачи изучения дисциплины.
 - 1.1 Цель освоения дисциплины
 - 1.2 Задачи дисциплины.
 - 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы
 - 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.
2. Структура и содержание дисциплины.
 - 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.
 - 2.2 Структура дисциплины
 - 2.3 Содержание разделов дисциплины
 - 2.3.1 Занятия лекционного типа.
 - 2.3.2 Занятия семинарского типа.
 - 2.3.3 Лабораторные занятия.
 - 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине
3. Образовательные технологии.
4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.
 - 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.
 - 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.
5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины .
 - 5.1 Основная литература
 - 5.2 Дополнительная литература
 - 5.3. Периодические издания:
6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины .
7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .
8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине .
 - 8.1 Перечень информационных технологий.
 - 8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.
 - 8.3 Перечень информационных справочных систем
9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине .

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель дисциплины

Данная дисциплина ставит своей целью изучение фундаментальных основ теории уравнений математической физики в объеме, необходимом для общего развития и освоения смежных дисциплин физико-математического цикла, овладение аппаратом математической физики и подготовку к сознательному восприятию процедур прикладного анализа, освоение методов построения математических моделей на основе уравнений математической физики.

1.2 Задачи дисциплины

Основные задачи дисциплины: усвоение основных идей, понятий и фактов уравнений математической физики, необходимых для решения теоретических и прикладных задач применения дисциплины; формирование навыков математически формулировать и решать задачи, создавать и использовать математические модели процессов и объектов; расширение и углубление теоретических знаний и развитие логического мышления; подъем общего уровня математической культуры; формирование творческого подхода к изучению физических процессов.

Задачи дисциплины вырабатывать:

- способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;
- способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к вариативной части учебного плана. Место курса в профессиональной подготовке выпускника определяется выдающейся ролью методов и идей уравнений математической физики в формировании специалиста по любой области знаний, серьезно использующей математику; кроме того, многие дискретные, "конечные" модели, задачи и алгоритмы, характерные для данной специальности, имеют своим источником, прообразом или предельным случаем ту или иную бесконечномерную ситуацию, а потому требуют свободного владения идеями и подходами, выработанными в математической физике. Данный курс наиболее тесно связан с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений, поскольку большинство уравнений математической физики сводятся тем или иным способом к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Необходимым требованием к «входным» знаниям, умениям и опыту деятельности обучающегося при освоении данной дисциплины, приобретенным в результате изучения предшествующих дисциплин, является освоения курсов математического анализа, линейной алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений, в объеме, предусмотренном для соответствующей специальности.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
В процессе освоения дисциплины у студента формируются следующие компетенции: ОПК-1, ПК-2.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1	способностью использовать базовые знания	- понятие информации; - основные	- работать в качестве пользователя	- навыками подготовки сложных

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	положения теории информации и кодирования; - общую характеристику процессов сбора, передачи, обработки и накопления информации; - технические и программные средства реализации информационных процессов; - современное состояние и направления развития вычислительной техники и программных средств; - закономерности протекания информационных процессов в системах обработки информации; - принципы использования современных информационных технологий и инструментальных средств для решения различных задач в своей профессиональной деятельности; - основы	персонального компьютера; - самостоятельно использовать внешние носители информации для обмена данными между машинами; - создавать резервные копии и архивы данных и программ; - работать с программными средствами общего назначения, соответствующими современным требованиям мирового рынка; - использовать информационные системы и средства вычислительной техники в решении задач сбора, передачи, хранения и обработки экономической информации; - формулировать требования и принимать обоснованные решения по выбору аппаратно-программных средств для	иллюстрированных текстовых документов с использованием MS Word; - навыками решения расчетных экономических задач с применением MS Excel; - навыками создания и обработки реляционных баз данных средствами MS Access; - навыками подготовки электронных презентаций с использованием MS PowerPoint. - методами решения экономических задач с помощью специализированных программных продуктов; - навыками автоматизации и решения экономических задач; - технологиям и работам в локальных и глобальных информационных сетях;

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			защиты информации и сведений, составляющих государственну ю тайну; - методы обеспечения информационн ой безопасности экономическог о субъекта.	рационального решения задач, связанных с получением и преобразование м информации; - использовать в профессиональн ой деятельности сетевые средства поиска и обмена информацией.	- приемами антивирусно й защиты; - навыками работы с программами автоматизаци и бухгалтерско го учета.
	ПК-2	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	современный математически й аппарат.	строго доказывать математические утверждения, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; на основе анализа увидеть и корректно сформулировать математически точный результат; применять современный математический аппарат в исследовательск ой и прикладной деятельности, изучать информационны е системы методами математического прогнозирования и системного анализа, изучать большие системы современными методами высокопроизвод ительных	навыками применения современного математическ ого аппарата для решения стандартных математическ их задач. навыками применения современного математическ ого аппарата для решения профессионал ьных задач

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
				вычислительных технологий, применение современных компьютеров в проводимых исследованиях.	

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 7 зач.ед. (252 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Таблица 1. Распределение по видам работ - Очная форма обучения.

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)	
			5	6
Контактная работа, в том числе:		182,7	80,2	102,5
Аудиторные занятия (всего):		172	76	96
Занятия лекционного типа		86	38	48
Лабораторные занятия				
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		86	38	48
Иная контактная работа:		10,7	4,2	6,5
Контроль самостоятельной работы (КСР)		10	4	6
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,7	0,2	0,5
Самостоятельная работа, в том числе:		42,6	27,8	14,8
Курсовая работа				
Проработка учебного (теоретического) материала		25	15	10
Выполнение индивидуальных заданий		17,6	12,8	4,8
Реферат				
Подготовка к текущему контролю				
Контроль: зачет, экзамен		26,7		26,7
Подготовка к экзамену				
Общая трудоемкость	час.	252	108	144
	в том числе контактная работа	182,7	80,2	102,5
	зач. ед	7	3	4

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Объем трудоемкости: 7 зачетные единицы (252 часа)

№	Наименование разделов	Количество часов
---	-----------------------	------------------

разд ела		Всего	Контактная работа				Контр оль	Самост оательн ая работа
			Л	ЛР	КСР	ИК Р		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Постановка и классификация задач математической физики	34	14	14				6
2	Уравнения гиперболического типа. Основные задачи и методы их решения	38	14	14	2			8
3	Вариационные методы в математической физике	36	14	14	2			6
4	Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы их решения	38	14	14	2			8
5	Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала	36,6	14	14	2			6,6
6	Применение интегральных преобразований к решению задач математической физики	42	16	16	2			8
	Итого по дисциплине :	224,6	86	86	10			42,6
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,7				0,7		
	Контроль	26,7					26,7	
	Всего:	252	86	86	10	0,7	26,7	42,6

2.3 Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Предмет и задачи математической физики, ее место в естествознании. Вывод основных уравнений математической физики. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Задача Коши. Теорема Ковалевской. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара. Понятие обобщенных решений задач математической физики и пространства Соболева. Принцип суперпозиции для линейных задач математической физики. Классификация уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду. ОПК-1, ОПК-2, ПК-2.

Раздел 2. Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Существование, единственность, устойчивость решения. Обобщенное решение. Решение задач на полупрямой. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Корректность постановки задачи Коши для волнового уравнения. Задача Коши для неоднородного уравнения.

Краевые задачи для волнового уравнения. Формулы Грина. Теоремы единственности, устойчивости. Задача Штурма–Лиувилля. Метод разделения переменных (Фурье). Теоремы существования. Решение неоднородных задач методом Фурье. Функции Бесселя. Задача о колебании круглой мембраны. ОПК-1, ОПК-2, ПК-2.

Раздел 3. Основные понятия вариационного исчисления: постановка задачи, уравнение Эйлера–Лагранжа Экстремумы функционалов. Вариация функционала. Вариационные задачи в математической физике. Вариационная задача для интеграла энергии. ОПК-1, ОПК-2, ПК-2.

Раздел 4. Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Метод Фурье решения краевых задач. Теоремы единственности, устойчивости. Существование решения. Задача Коши для уравнения теплопроводности.

Теоремы единственности, устойчивости. Фундаментальное решение. Интеграл Пуассона. δ -функция Дирака. Задачи на полупрямой. Метод функций Грина. ОПК-1, ОПК-2, ПК-2.

Раздел 5. Общие свойства гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа (в пространстве, на плоскости). Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Теоремы единственности. Функции Грина задачи Дирихле. Интегральные уравнения. Теория потенциала. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям. Существование решения. Метод разделения переменных решения краевых задач в простейших областях. ОПК-1, ОПК-2, ПК-2.

Раздел 6. Преобразование Лапласа. Преобразования Фурье (экспоненциальное, $\sin$ -, $\cos$ -преобразования, конечные. Преобразования Бесселя, Меллина. Примеры применения интегральных преобразований к решению задач математической физики. ОПК-1, ОПК-2, ПК-2.

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Постановка и классификация задач математической физики	Предмет и задачи математической физики, ее место в естествознании. Вывод основных уравнений математической физики. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Задача Коши. Теорема Ковалевской. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара. Понятие обобщенных решений задач математической физики и пространства Соболева. Принцип суперпозиции для линейных задач математической физики. Классификация уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду	Вопросы для устного опроса
2	Уравнения гиперболического типа. Основные задачи и методы их решения	Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Существование, единственность, устойчивость решения. Обобщенное решение. Решение задач на полупрямой. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Корректность постановки задачи Коши для волнового уравнения. Задача Коши для неоднородного уравнения. Краевые задачи для волнового	Вопросы для устного опроса

		уравнения. Формулы Грина. Теоремы единственности, устойчивости. Задача Штурма–Лиувилля. Метод разделения переменных (Фурье). Теоремы существования. Решение неоднородных задач методом Фурье. Функции Бесселя. Задача о колебании круглой мембраны.	
3	Вариационные методы в математической физике	Основные понятия вариационного исчисления: постановка задачи, уравнение Эйлера-Лагранжа Экстремумы функционалов. Вариация функционала. Вариационные задачи в математической физике. Вариационная задача для интеграла энергии.	Вопросы для устного опроса
4	Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы их решения	Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Метод Фурье решения краевых задач. Теоремы единственности, устойчивости. Существование решения. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности, устойчивости. Фундаментальное решение. Интеграл Пуассона. δ -функция Дирака. Задачи на полупрямой. Метод функций Грина.	Вопросы для устного опроса
5	Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала	Общие свойства гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа (в пространстве, на плоскости). Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Теоремы единственности. Функции Грина задачи Дирихле. Интегральные уравнения. Теория потенциала. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям. Существование решения. Метод разделения переменных решения краевых задач в простейших областях.	Вопросы для устного опроса
6	Применение интегральных	Преобразование Лапласа.	Вопросы для

	преобразований к решению задач математической физики	Преобразования Фурье (экспоненциальное, $\sin$ -, $\cos$ -преобразования, конечные. Преобразования Бесселя, Меллина. Примеры применения интегральных преобразований к решению задач математической физики.	устного опроса
--	--	--	----------------

Вопросы для устного опроса

1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными. Постановка задач математической физики. Типы краевых условий.
2. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара.
3. Вывод уравнения колебания струны. Примеры других уравнений математической физики.
4. Вывод уравнения теплопроводности.
5. Вывод уравнений гидродинамики и акустики.
6. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных (общий случай).
7. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическая поверхность. Примеры характеристик.
8. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными (гиперболического типа, параболического типа, эллиптического типа). Лемма о характеристиках
9. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Д'Аламбера
10. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Обобщенное решение.
11. Решение краевых задач для одномерного волнового уравнения на полупрямой.
12. Решение задачи Коши для двухмерного и трехмерного волновых уравнений. Формула Пуассона. Физический смысл решения.
13. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения.
14. Единственность и устойчивость решения задачи Коши для волнового уравнения (трехмерный случай).
15. Метод Фурье решения смешанных задач для волнового уравнения (для однородных и неоднородных уравнений и граничных условий). Единственность решения.
16. Примеры решения смешанных задач (задача о колебаниях ограниченной струны, задача о колебаниях круглой мембраны)
17. Функции Бесселя. Свойства функций Бесселя.
18. Смешанные задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Корректность постановки смешанных задач для уравнения теплопроводности.
19. Применение метода Фурье к решению смешанных задач для уравнения теплопроводности (однородного и неоднородного).
20. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод функций Грина.
21. Решение задачи о распространении тепла в трехмерном пространстве.
22. Основные типы краевых задач для уравнений эллиптического типа. Принцип максимума для гармонических функций. Формулы Грина.
23. Единственность решения краевых задач для уравнений эллиптического типа.
24. Функции Грина внутренних задач Дирихле и Неймана.
25. Применение метода функций Грина к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для шара)
26. Неравенство Гарнака. Свойства гармонических функций (функции, гармонические во всем пространстве, теоремы о последовательностях гармонических функций).

27. Объемный и поверхностные потенциалы и их свойства.
28. Решение задач Дирихле и Неймана с помощью потенциалов.
29. Применение метода Фурье к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге)
30. Интегральное преобразование Фурье (определение, свойства, пример применения преобразования Фурье к решению задач математической физики).
31. Интегральные преобразования на полупрямой (преобразование Лапласа, $\sin$, $\cos$ -преобразования Фурье, преобразование Ханкеля).
32. Вариация функционала. Экстремум функционала. Вариационные задачи в математической физике.

2.3.2 Занятия семинарского типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Постановка и классификация задач математической физики	Предмет и задачи математической физике, ее место в естествознании. Вывод основных уравнений математической физики. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Задача Коши. Теорема Ковалевской. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара. Понятие обобщенных решений задач математической физики и пространства Соболева. Принцип суперпозиции для линейных задач математической физики. Классификация уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду	Решение задач
2	Уравнения гиперболического типа. Основные задачи и методы их решения	Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Существование, единственность, устойчивость решения. Обобщенное решение. Решение задач на полупрямой. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Корректность постановки задачи Коши для волнового уравнения. Задача Коши для неоднородного уравнения. Краевые задачи для волнового уравнения. Формулы Грина. Теоремы единственности,	Решение задач

		устойчивости. Задача Штурма–Лиувилля. Метод разделения переменных (Фурье). Теоремы существования. Решение неоднородных задач методом Фурье. Функции Бесселя. Задача о колебании круглой мембраны.	
3	Вариационные методы в математической физике	Основные понятия вариационного исчисления: постановка задачи, уравнение Эйлера-Лагранжа Экстремумы функционалов. Вариация функционала. Вариационные задачи в математической физике. Вариационная задача для интеграла энергии.	Решение задач
4	Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы их решения	Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Метод Фурье решения краевых задач. Теоремы единственности, устойчивости. Существование решения. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности, устойчивости. Фундаментальное решение. Интеграл Пуассона. δ -функция Дирака. Задачи на полупрямой. Метод функций Грина.	Решение задач
5	Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала	Общие свойства гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа (в пространстве, на плоскости). Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Теоремы единственности. Функции Грина задачи Дирихле. Интегральные уравнения. Теория потенциала. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям. Существование решения. Метод разделения переменных решения краевых задач в простейших областях.	Решение задач
6	Применение интегральных преобразований к решению задач математической	Преобразование Лапласа. Преобразования Фурье (экспоненциальное, $\sin$ -, $\cos$ -	Решение задач

	физики	преобразования, конечные. Преобразования Бесселя, Меллина. Примеры применения интегральных преобразований к решению задач математической физики.	
--	--------	--	--

2.3.3 Лабораторные занятия

Лабораторные занятия - не предусмотрены

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Проработка учебного (теоретического) материала	Байков, В. А. Уравнения математической физики : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. А. Байков, А. В. Жибер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. https://www.biblio-online.ru/viewer/E4CC7C7D-F3F0-4CD2-8080-579C7F19DA97#page/1, 05.05.2017 Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. https://www.biblio-online.ru/viewer/771C984F-6865-4C58-975B-8020A14E00FF#/, 05.05.2017 Высшая математика [Текст] : учебник для студентов вузов / В. А. Ильин, А. В. Куркина ; Моск. гос ун-т им. М. В. Ломоносова. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Проспект : Изд-во МГУ, 2016.
2.	Выполнение индивидуальных заданий	Байков, В. А. Уравнения математической физики : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. А. Байков, А. В. Жибер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. https://www.biblio-online.ru/viewer/E4CC7C7D-F3F0-4CD2-8080-579C7F19DA97#page/1, 05.05.2017 Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. https://www.biblio-online.ru/viewer/771C984F-6865-4C58-975B-8020A14E00FF#/, 05.05.2017 Высшая математика [Текст] : учебник для студентов вузов / В. А. Ильин, А. В. Куркина ; Моск. гос ун-т им. М. В. Ломоносова. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Проспект :

		Изд-во МГУ, 2016.
--	--	-------------------

3. Образовательные технологии

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин. Интерактивные занятия не запланированы.

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров программа по дисциплине «Уравнения математической физики» предусматривает использование в учебном процессе следующие образовательные технологии: чтение лекций с использованием мультимедийных технологий; разбор конкретных ситуаций.

Компьютерные технологии позволяют проводить сравнительный анализ научных исследований по данной проблеме, являясь средством разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и бакалаврами во время лекций и анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе работы с уравнениями математической физики часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций. Особенно этот подход широко используется при определении адекватности математической модели, результатам компьютерных экспериментов.

Цель *лекции* – обзор понятий методов теории операторов.

Цель *практического занятия* – научить применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач.

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лекционных и практических занятий.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и решения индивидуальных задач повышенной сложности.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. примерные варианты контрольных работ, индивидуальных заданий, задач и вопросов) и итоговой аттестации (экзамена).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: устного опроса при сдаче выполненных самостоятельных заданий, ответов на экзамене.

Аттестация по учебной дисциплине проводится в виде экзамена. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и одну задачу. Студент готовит ответы на билет в письменной форме в течение установленного времени. Далее экзамен протекает в форме собеседования.

Примерное содержание контрольных работ

1. Контрольная №1 (Постановка задач математической физики).

Примерные задачи контрольной работы № 1

Вариант 2

Поставить краевую задачу:

Упругий стержень переменного сечения $S(x)$, концы которого упруго закреплены (коэффициент упругого закрепления k), совершает свободные малые продольные колебания, вызванные некоторым начальным возмущением. Плотность массы равна $\rho(x)$, модуль упругости – $E(x)$.

Вариант 2

Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня $0 \leq x \leq l$ теплоизолирована. Начальная температура стержня нулевая, один конец поддерживается при нулевой температуре, а другой теплоизолирован и с момента $t = 0$ действует распределенный внутренний источник тепла мощности $q(x)$.

Вариант 3

Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня теплоизолирована, а на концах происходит конвективный теплообмен со средами, температура которых u_1 и u_2 . Начальная температура стержня нулевая

Вариант 4

Поставить краевую задачу:

На боковой поверхности тонкого стержня происходит конвективный теплообмен по закону Ньютона со средой, температура которой $u_{cp} = \varphi(t)$. На одном конце его поддерживается температура $f(t)$, а на другой теплоизолирован. Начальная температура точек стержня равна нулю.

Вариант 5

Поставить краевую задачу:

Струна длины l плотностью $\rho(x)$ с жестко закрепленными концами совершает свободные малые поперечные колебания под действием импульса $P(x)$, сообщенного точкам струны в момент времени $t = 0$, смещения точек струны в начальный момент равны нулю.

Вариант 6

Поставить краевую задачу:

Однородный стержень плотностью $\rho(x)$ длины l , один конец которого закреплен жестко, а к другому с момента $t = 0$ приложена сила $F_0 = const$, совершает свободные малые продольные колебания. Начальные условия произвольные

Вариант 7

Поставить краевую задачу:

Однородная струна длины l с линейной плотностью $\rho(x)$ совершает малые поперечные колебания в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости. Концы струны закреплены жестко. В начальный момент времени струна имеет форму $x(l-x)$, начальные скорости точек струны нулевые, внешние воздействия отсутствуют.

Вариант 8

Поставить краевую задачу:

Однородный стержень плотностью $\rho(x)$ длины l , конец которого $x=0$ закреплен, а к противоположному концу приложена сила Q , направленная вдоль стержня, совершает свободные малые продольные колебания. Скорости точек стержня в момент времени $t = 0$ описываются функцией $v(x)$, смещения в начальный момент равны нулю.

Вариант 9

Поставить краевую задачу:

Однородная струна, натянутая между точками $x = 0$ и $x = l$, совершает вынужденные малые поперечные колебания под действием силы $f(x, t)$, рассчитанной на единицу длины. В точке $x = l/2$ струна оттягивается на небольшое расстояние h от положения равновесия и в момент времени $t = 0$ отпускается без начальной скорости.

Вариант 10

Поставить краевую задачу:

Однородная струна, жестко закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, имеет в начальный момент форму $u_0(x) = a \sin\left(\frac{2\pi}{l}x\right)$. Струна совершает свободные малые поперечные колебания. Начальные скорости отсутствуют.

Вариант 11

Поставить краевую задачу:

Один конец стержня длины d и площадью поперечного сечения S и плотностью $\rho(x)$ закреплен упруго (коэффициент упругости k), а другой – свободен, совершает вынужденные продольные колебания под действием распределенной силы $G(t)$, действующей вдоль стержня, при произвольных начальных данных.

Вариант 12

Поставить краевую задачу:

К концам однородного стержня длины d с площадью поперечного сечения S и плотностью $\rho(x)$ приложены сжимающие силы $F(t)$ и $G(t)$, начиная с момента $t = 0$. Стержень совершает вынужденные продольные колебания под действием постоянной распределенной силы P , при нулевых начальных данных.

2. Контрольная №2 (Приведение к каноническому и простейшему виду уравнений с двумя независимыми переменными).

Евдокимов А.А., Павлова А.В., Рубцов С.Е. Уравнения математической физики. Методические указания. №№ 9–25 стр. 14, 16–25 стр.15.

Примерные задачи контрольной работы № 2

Вариант 1

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, x < 0;$

б) $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 7y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$$u''_{xx} + 4u''_{xy} + 4u''_{yy} + 3u'_x + 6u'_y = 0.$$

Вариант 2

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, x > 0;$

б) $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\sqrt{xy} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$$u''_{xx} + 2u''_{xy} + 5u''_{yy} + \frac{1}{2}u'_x + 2u'_y = 0.$$

Вариант 3

1. Привести к каноническому виду уравнения:

$$a) x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

$$б) x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial u}{\partial x} + u = 0. \quad y < 0$$

2. Привести к простейшему виду уравнение:
 $3u''_{xx} - 5u''_{xy} - 2u''_{yy} + 3u'_x + u'_y = 0.$

Вариант 4

1. Привести к каноническому виду уравнения:

$$a) y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 4 \frac{\partial u}{\partial y} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} - u = 0. \quad x < 0$$

$$б) y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 9x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

2. Привести к простейшему виду уравнение:
 $u''_{xx} + 4u''_{xy} + 5u''_{yy} + u'_x - u'_y + 4u = 0.$

Вариант 5

1. Привести к каноническому виду уравнения:

$$a) x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad x < 0$$

$$б) y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\sqrt{xy} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\sqrt{x}} - \sqrt{y} \right) \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

2. Привести к простейшему виду уравнение:
 $2u''_{xx} - 7u''_{xy} + 6u''_{yy} + 3u'_x + 5u = 0.$

Вариант 6

1. Привести к каноническому виду уравнения:

$$a) x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad x > 0;$$

$$б) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

2. Привести к простейшему виду уравнение:
 $u''_{xx} - 6u''_{xy} + 25u''_{yy} + 4u'_x + 8u'_y = 0.$

Вариант 7

1. Привести к каноническому виду уравнения:

$$a) y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

$$б) y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad x > 0, y > 0$$

2. Привести к простейшему виду уравнение:
 $u''_{xx} - 2u''_{xy} - 3u''_{yy} + u'_y = 0.$

Вариант 8

1. Привести к каноническому виду уравнения:

$$a) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad y > 0$$

$$б) y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$$u''_{xx} + 2u''_{xy} + u''_{yy} + 3u'_x - 5u'_y + 4u = 0.$$

Вариант 9

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, y < 0$

б) $y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2x \frac{\partial u}{\partial x} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$$4u''_{xx} - 4u''_{xy} + u''_{yy} + 6u'_x + 5u'_y = 0.$$

Вариант 10

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2y \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0.$

б) $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, x < 0, y < 0$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$$u''_{xx} + 3u''_{xy} + 2u''_{yy} + 3u'_x - 3u'_y - u = 0.$$

Вариант 11

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $xy \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{y}{2} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2y} \frac{\partial u}{\partial y} = 0, x > 0, y < 0$

б) $y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$$u''_{xx} - 2u''_{xy} + u''_{yy} + 9u'_x + 9u'_y - 9u = 0.$$

Вариант 12

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + xy \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{x}{2} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{2x} \frac{\partial u}{\partial x} = 0, x < 0, y < 0$

б) $e^{2x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2e^x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$$u''_{xx} + 4u''_{xy} + 3u''_{yy} + 5u'_x + u'_y + 4u = 0.$$

3. Контрольная №3 (Решение задачи Коши для уравнений гиперболического типа. Решение задачи Коши и задач на полупрямой для волнового уравнения).
Евдокимов А.А., Павлова А.В., Рубцов С.Е. Уравнения математической физики. Методические указания. №№ 2,6,7,9,10,12 стр. 18, 5,6,7,8 стр.22.

Примерные задачи контрольной работы № 3

Вариант 1

Найти решение задачи Коши:

а) $u''_{xx} - u''_{xy} - 12u''_{yy} = 0, |x| < \infty, y > 0; u|_{y=0} = e^x, u'_y|_{y=0} = 0.$

$$\text{б) } u''_{tt} = u''_{xx} + x \sin t, \quad t > 0, \quad |x| < \infty; \quad u|_{t=0} = 3e^{-x}, \quad u'_t|_{t=0} = \frac{1}{x+1}$$

Решить смешанные задачи:

$$\text{а) } u''_{tt} = 9u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = x^2, \quad u'_t(x,0) = x, \quad u(0,t) = t^2.$$

$$\text{б) } 4u''_{tt} = u''_{xx} + 6xt, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = \cos x, \quad u'_t(x,0) = 0, \quad u'_x(0,t) = \sin t$$

Вариант 2

Найти решение задачи Коши

$$\text{а) } u''_{xx} - 4u''_{xy} + 3u''_{yy} = 0, \quad (x < \infty, \quad y > 0; \quad u|_{y=0} = 0, \quad u'_y|_{y=0} = \sin x.$$

$$\text{б) } u''_{tt} = 9u''_{xx} + x^2 + t^2, \quad t > 0, \quad |x| < \infty; \quad u|_{t=0} = x^2 \sin x, \quad u'_t|_{t=0} = \cos 2x.$$

Решить смешанные задачи:

$$\text{а) } u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = \sin x, \quad u'_t(x,0) = 1, \quad u'_x(0,t) = \cos t$$

$$\text{б) } u''_{tt} = 9u''_{xx} + e^{-(x+t)}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = 1 + x, \quad u'_t(x,0) = 1 - \cos x, \quad u(0,t) = \cos t$$

Вариант 3

Найти решение задачи Коши

$$\text{а) } u''_{xx} + u''_{xy} - 2u''_{yy} = 0, \quad (x < \infty, \quad y > 0; \quad u|_{y=0} = \cos x, \quad u'_y|_{y=0} = 1 - \sin x.$$

$$\text{б) } u''_{tt} = 4u''_{xx} + (x+t)^2, \quad t > 0, \quad |x| < \infty; \quad u|_{t=0} = \ln(x^2 + 1), \quad u'_t|_{t=0} = \cos 2x.$$

Решить смешанные задачи:

$$\text{а) } u''_{tt} = 9u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = x^3, \quad u'_t(x,0) = 3x^2, \quad u'_x(0,t) = 9t$$

$$\text{б) } 25u''_{tt} = u''_{xx} + e^{-x}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = x, \quad u'_t(x,0) = \sin x, \quad u(0,t) = \sin t$$

Вариант 4

Найти решение задачи Коши

$$\text{а) } u''_{xx} - 5u''_{xy} + 4u''_{yy} = 0, \quad |x| < \infty, \quad y > 0; \quad u|_{y=0} = \frac{1}{x+1}, \quad u'_y|_{y=0} = x.$$

$$\text{б) } u''_{tt} = 25u''_{xx} + e^{-2t}, \quad t > 0, \quad |x| < \infty; \quad u|_{t=0} = \frac{1}{x^2 + 1}, \quad u'_t|_{t=0} = \sin x.$$

Решить смешанную задачу

$$\text{а) } u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = x \cos x, \quad u'_t(x,0) = 1, \quad u(0,t) = \sin t \cdot \ln(1+t)$$

$$\text{б) } 0,25u''_{tt} = u''_{xx} - xt, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = \cos x, \quad u'_t(x,0) = 0, \quad u'_x(0,t) = \sin t$$

Вариант 5

Найти решение задачи Коши

$$\text{а) } u''_{xx} + 4u''_{xy} + 3u''_{yy} = 0, \quad (x < \infty, \quad y > 0; \quad u|_{y=0} = 2, \quad u'_y|_{y=0} = \sin x.$$

$$\text{б) } u''_{tt} = 16\{u''_{xx} + 6, \quad t > 0, \quad (x < \infty; \quad u|_{t=0} = x^2, \quad u'_t|_{t=0} = 4x.$$

Решить смешанные задачи:

$$\text{а) } u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = x^2 + x, \quad u'_t(x,0) = 2x, \quad u'_x(0,t) = \sin t$$

$$\text{б) } u''_{tt} = 4u''_{xx} + x \sin t, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = \cos x, \quad u'_t(x,0) = 1, \quad u(0,t) = 1 + \sin t$$

Вариант 6

Найти решение задачи Коши

$$\text{а) } u''_{xx} + u''_{xy} - 6u''_{yy} = 0, \quad |x| < \infty, \quad y > 0; \quad u|_{y=0} = e^x, \quad u'_y|_{y=0} = 0.$$

$$\text{б) } u''_{tt} = 9u''_{xx} + e^t, \quad |x| < \infty, \quad t > 0, \quad u(x,0) = 1 + x, \quad u'_t(x,0) = 4 - 3 \cos \frac{x}{3}$$

Решить смешанные задачи:

$$\text{а) } 9u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = e^{-x}, \quad u'_t(x,0) = 0, \quad u'_x(0,t) = e^{-t}$$

$$\text{б) } u''_{tt} = u''_{xx} + x^2 + t^2, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = x^2, \quad u'_t(x,0) = x, \quad u(0,t) = \ln(1+t)$$

Вариант 7

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} + 4u''_{xy} + 3u''_{yy} = 0, \quad |x| < \infty, \quad y > 0; \quad u|_{y=0} = 1, \quad u'_y|_{y=0} = e^x.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + e^x, \quad t > 0, \quad |x| < \infty; \quad u|_{t=0} = \sin x, \quad u'_t|_{t=0} = \cos x.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 4u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = 1 + x, \quad u'_t(x, 0) = \cos x, \quad u(0, t) = 1 - \sin t$

б) $0,25u''_{tt} = u''_{xx} - e^{-t}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = \cos x, \quad u'_t(x, 0) = 0, \quad u'_x(0, t) = t^2$

Вариант 8

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} + 3u''_{xy} - 4u''_{yy} = 0, \quad |x| < \infty, \quad y > 0; \quad u|_{y=0} = \sin 2x, \quad u'_y|_{y=0} = \sin x.$

б) $u''_{tt} = 9u''_{xx} + e^{-t}, \quad t > 0, \quad |x| < \infty; \quad u|_{t=0} = \frac{1}{x^2 + 1}, \quad u'_t|_{t=0} = \sin x.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 0,01 \cdot u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = (x + 1)^2, \quad u'_t(x, 0) = 1, \quad u'_x(0, t) = \cos(10t)$

б) $u''_{tt} = 4u''_{xx} + (2t - x)^2, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = \cos x, \quad u'_t(x, 0) = 1, \quad u(0, t) = \ln(1 + t) + \cos t$

Вариант 9

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} + 3u''_{xy} - 4u''_{yy} = 0, \quad |x| < \infty, \quad y > 0; \quad u|_{y=0} = \cos 2x, \quad u'_y|_{y=0} = \cos x.$

б) $u''_{tt} = 9u''_{xx} - 6xt, \quad |x| < \infty, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = x^2 + 1, \quad u'_t(x, 0) = 4x.$

Решить смешанную задачу

а) $u''_{tt} = 16u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = x, \quad u'_t(x, 0) = \sin x, \quad u'_x(0, t) = \cos t$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + (t + x)^2, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = x^2, \quad u'_t(x, 0) = x, \quad u(0, t) = 1 - \cos t$

Вариант 10

Найти решение задачи Коши

а) $2u''_{xx} + 3u''_{xy} + u''_{yy} = 0, \quad |x| < \infty, \quad y > 0; \quad u|_{y=0} = \cos x, \quad u'_y|_{y=0} = \sin x.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} - 4x^2, \quad |x| < \infty, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = \sqrt{x^2 + 1}, \quad u'_t(x, 0) = x^2.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 4u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = e^{-x}, \quad u'_t(x, 0) = \cos x, \quad u'_x(0, t) = t$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + \sin(t + x), \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = x^2 - 1, \quad u'_t(x, 0) = 0, \quad u(0, t) = t - \cos t$

Вариант 11

Найти решение задачи Коши

а) $2u''_{xx} - u''_{xy} - u''_{yy} = 0, \quad |x| < \infty, \quad y > 0; \quad u|_{y=0} = \sin x, \quad u'_y|_{y=0} = \cos x.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + xe^{-t}, \quad |x| < \infty, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = \cos^2 x, \quad u'_t(x, 0) = 1.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 16u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = x, \quad u'_t(x, 0) = \sin x, \quad u'_x(0, t) = \cos t$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} - t \sin x, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = 2, \quad u'_t(x, 0) = x - 1, \quad u'_x(0, t) = t^2 + t$

Вариант 12

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} - u''_{yy} + 2u'_x + 2u'_y = 0, \quad |y| < \infty, \quad x > 0; \quad u|_{x=0} = -y^2, \quad u'_x|_{x=0} = 1 - y.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + x \sin t, \quad |x| < \infty, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = \sin^2 x, \quad u'_t(x, 0) = x.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 4u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = x^3, \quad u'_t(x, 0) = 0, \quad u(0, t) = t^3.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + e^{-(x+t)}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = \sqrt{x}, \quad u'_t(x, 0) = 0, \quad u'_x(0, t) = 4t$

4. Контрольная № 4 (Метод Фурье решения смешанных задач для уравнений гиперболического и параболического типов).
Евдокимов А.А., Павлова А.В., Рубцов С.Е. Уравнения математической физики. Методические указания. №№ 14,16 стр. 33, 19,21–23,26–29 стр.34.

Примерные задачи контрольной работы №4

Вариант 1

Решить смешанные задачи:

- а) $u_{tt} = 36u_{xx}, t > 0, 0 < x < 1, u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, u(x, 0) = 5 \sin \pi x, u_t(x, 0) = 0.$
 б) $u_t = u_{xx} + u + xt(2-t), t > 0, 0 < x < \pi, u_x(0, t) = t^2, u_x(\pi, t) = t^2, u(x, 0) = \cos 2x.$
-

Вариант 2

Решить смешанные задачи:

- а) $u_{tt} = 16u_{xx}, t > 0, 0 < x < 1, u_x(0, t) = 0, u(1, t) = 0, u(x, 0) = \cos \frac{3\pi}{2}x, u_t(x, 0) = \cos \frac{\pi}{2}x.$
 б) $u_t = u_{xx} + u, t > 0, 0 < x < l, u(0, t) = 0, u(l, t) = 0, u(x, 0) = 1.$
-

Вариант 3

Решить смешанные задачи:

- а) $u_{tt} = 4u_{xx} + t, t > 0, 0 < x < l, u_x(0, t) = 0, u_x(l, t) = t, u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0.$
 б) $u_t = 9u_{xx} + 2u, t > 0, 0 < x < l, u(0, t) = 0, u(l, t) = 0, u(x, 0) = 1.$
-

Вариант 4

Решить смешанную задачу

- а) $u_{tt} = 9u_{xx} + e^{-t}, t > 0, 0 < x < \pi, u(0, t) = 0, u_x(\pi, t) = 0, u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 1 - x.$
 б) $u_t = u_{xx} - 4u + \sin \frac{2\pi}{l}, t > 0, 0 < x < l, u(0, t) = 0, u(l, t) = 0, u(x, 0) = x.$
-

Вариант 5

Решить смешанные задачи:

- а) $u_{tt} + 2u_t = u_{xx} - u, t > 0, 0 < x < \pi, u(0, t) = 0, u(\pi, t) = t, u(x, 0) = \pi x - x^2, u_t(x, 0) = 0.$
 б) $u_{tt} = 9u_{xx}, t > 0, 0 < x < 1, u(0, t) = t + 1, u(1, t) = t^3 + 2, u(x, 0) = x + 1, u_t(x, 0) = 0.$
-

Вариант 6

Решить смешанные задачи:

- а) $u_{tt} = u_{xx} - 2u_t - u, t > 0, 0 < x < \pi, u(0, t) = 0, u(\pi, t) = 0, u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = x.$
 б) $u_t = u_{xx}, t > 0, 0 < x < \frac{\pi}{2}, u_x(0, t) = 0, u\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, u(x, 0) = \frac{\pi}{2} - x.$
-

Вариант 7

Решить смешанные задачи:

- а) $u_{tt} = 36u_{xx} + 9 \sin t, t > 0, 0 < x < l, u(0, t) = 0, u_x(l, t) = 0, u(x, 0) = x, u_t(x, 0) = 0.$
 б) $u_t = u_{xx} - t \cos x, t > 0, 0 < x < \frac{\pi}{2}, u_x(0, t) = 0, u\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, u(x, 0) = \frac{\pi}{2} - x.$
-

Вариант 8

Решить смешанные задачи:

- а) $u_{tt} = u_{xx} + x, t > 0, 0 < x < \pi, u(0, t) = 0, u(\pi, t) = 0, u(x, 0) = \sin 2x, u_t(x, 0) = 0.$
б) $u_t = 4u_{xx} + u + xt(2-t), t > 0, 0 < x < \pi, u_x(0, t) = t^2, u_x(\pi, t) = t^2, u(x, 0) = \cos x.$

Вариант 9

Решить смешанные задачи

- а) $u_{tt} = u_{xx} + xe^{-t}, t > 0, 0 < x < 1, u(0, t) = 0, u_x(1, t) = 0, u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 1 - x.$
б) $u_t = u_{xx} - 4u, t > 0, 0 < x < \pi, u(0, t) = 0, u(\pi, t) = 0, u(x, 0) = x^2 - \pi x.$

Вариант 10

Решить смешанные задачи:

- а) $u_{tt} = 25u_{xx} + x \sin t, t > 0, 0 < x < 1, u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0.$
б) $u_t = u_{xx} - u, t > 0, 0 < x < l, u(0, t) = 0, u(l, t) = 0, u(x, 0) = (l - x)x.$

Вариант 11

Решить смешанные задачи:

- а) $u_{tt} = 16u_{xx} + 5 \sin t, t > 0, 0 < x < l, u(0, t) = 0, u_x(l, t) = 0, u(x, 0) = x, u_t(x, 0) = 0.$
б) $u_t = u_{xx}, t > 0, 0 < x < \frac{\pi}{2}, u_x(0, t) = 0, u\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, u(x, 0) = \frac{\pi}{2} - 2x.$

Вариант 12

Решить смешанные задачи:

- а) $25u_{tt} = 4u_{xx}, t > 0, 0 < x < 2, u(0, t) = 0, u_x(2, t) = 0, u(x, 0) = \sin \frac{\pi}{4} x, u_t(x, 0) = \cos \frac{3\pi}{2} x.$
б) $u_t = u_{xx} - e^{-t} \sin 3x, t > 0, 0 < x < \pi, u(x, 0) = 0, u(0, t) = 0, u_x(\pi, t) = 0.$

5. Контрольная № 5 (Метод Фурье решения краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона).

Примеры зачетных заданий

Вариант 1

1. Поставить краевую задачу:

Упругий стержень переменного сечения $S(x)$, концы которого упруго закреплены (коэффициент упругого закрепления k), совершает свободные малые продольные колебания, вызванные некоторым начальным возмущением. Плотность массы равна $\rho(x)$, модуль упругости – $E(x)$.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

- а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, x < 0;$
б) $u''_{xx} + 4u''_{xy} + 4u''_{yy} + 3u'_x + 6u'_y = 0.$

Вариант 2

1. Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня $0 \leq x \leq l$ теплоизолирована. Начальная температура стержня нулевая, один конец поддерживается при нулевой температуре, а другой теплоизолирован и с момента $t = 0$ действует распределенный внутренний источник тепла мощности $q(x)$.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

$$a) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, x > 0;$$

$$б) u''_{xx} + 2u''_{xy} + 5u''_{yy} + \frac{1}{2}u'_x + 2u'_y = 0.$$

Вариант 3

1. Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня теплоизолирована, а на концах происходит конвективный теплообмен со средами, температура которых u_1 и u_2 . Начальная температура стержня нулевая

2. Привести к каноническому виду уравнения:

$$a) x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

$$б) 3u''_{xx} - 5u''_{xy} - 2u''_{yy} + 3u'_x + u'_y = 0.$$

Вариант 4

1. Поставить краевую задачу:

На боковой поверхности тонкого стержня происходит конвективный теплообмен по закону Ньютона со средой, температура которой $u_{cp} = \varphi(t)$. На одном конце его поддерживается температура $f(t)$, а на другой теплоизолирован. Начальная температура точек стержня равна нулю.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

$$a) y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2x \frac{\partial u}{\partial x} = 0.$$

$$б) u''_{xx} + 4u''_{xy} + 5u''_{yy} + u'_x - u'_y + 4u = 0.$$

Вариант 5

1. Поставить краевую задачу:

Струна длины l плотностью $\rho(x)$ с жестко закрепленными концами совершает свободные малые поперечные колебания под действием импульса $P(x)$, сообщенного точкам струны в момент времени $t = 0$, смещения точек струны в начальный момент равны нулю.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

$$a) x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, x < 0;$$

$$б) 2u''_{xx} - 7u''_{xy} + 6u''_{yy} + 3u'_x + 5u = 0.$$

Вариант 6

1. Поставить краевую задачу:

Однородный стержень плотностью $\rho(x)$ длины l , один конец которого закреплен жестко, а к другому с момента $t = 0$ приложена сила $F_0 = const$, совершает свободные малые продольные колебания. Начальные условия произвольные

2. Привести к каноническому виду уравнения:

$$a) x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, x > 0;$$

$$б) u''_{xx} - 6u''_{xy} + 25u''_{yy} + 4u'_x + 8u'_y = 0.$$

Вариант 7

3. Поставить краевую задачу:

Однородная струна длины l с линейной плотностью $\rho(x)$ совершает малые поперечные колебания в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости. Концы струны закреплены жестко. В начальный момент времени струна имеет форму $x(l-x)$, начальные скорости точек струны нулевые, внешние воздействия отсутствуют.

4. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

б) $u''_{xx} - 2u''_{xy} - 3u''_{yy} + u'_y = 0.$

Вариант 8

1. Поставить краевую задачу:

Однородный стержень плотностью $\rho(x)$ длины l , конец которого $x=0$ закреплен, а к противоположному концу приложена сила Q , направленная вдоль стержня, совершает свободные малые продольные колебания. Скорости точек стержня в момент времени $t=0$ описываются функцией $v(x)$, смещения в начальный момент равны нулю.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, y > 0;$

б) $3u''_{xx} + 10u''_{xy} + 3u''_{yy} + 2u'_x + 4u = 0.$

Вариант 9

1. Поставить краевую задачу:

Однородная струна, натянутая между точками $x=0$ и $x=l$, совершает вынужденные малые поперечные колебания под действием силы $f(x,t)$, рассчитанной на единицу длины. В точке $x=l/2$ струна оттягивается на небольшое расстояние h от положения равновесия и в момент времени $t=0$ отпускается без начальной скорости.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, y < 0;$

б) $4u''_{xx} - 4u''_{xy} + u''_{yy} + 6u'_x + 5u'_y = 0.$

Вариант 10

1. Поставить краевую задачу:

Однородная струна, жестко закрепленная на концах $x=0$ и $x=l$, имеет в начальный момент форму $u_0(x) = a \sin\left(\frac{2\pi}{l}x\right)$. Струна совершает свободные малые поперечные колебания. Начальные скорости отсутствуют.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$

б) $u''_{xx} + 3u''_{xy} + 2u''_{yy} + 3u'_x - 3u'_y - u = 0.$

Вариант 11

1. Поставить краевую задачу:

Один конец стержня длины d и площадью поперечного сечения S и плотностью $\rho(x)$ закреплен упруго (коэффициент упругости k), а другой – свободен, совершает вынужденные продольные колебания под действием распределенной силы $G(t)$, действующей вдоль стержня, при произвольных начальных данных.

- Привести к каноническому виду уравнения:

- $xy \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{y}{2} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2y} \frac{\partial u}{\partial y} = 0. \quad x > 0, y < 0$
- $u''_{xx} - 2u''_{xy} + u''_{yy} + 9u'_x + 9u'_y - 9u = 0.$

Вариант 12

- Поставить краевую задачу:

К концам однородного стержня длины d с площадью поперечного сечения S и плотностью $\rho(x)$ приложены сжимающие силы $F(t)$ и $G(t)$, начиная с момента $t = 0$. Стержень совершает вынужденные продольные колебания под действием постоянной распределенной силы P , при нулевых начальных данных.

- Привести к каноническому виду уравнения:

- $xy \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{y}{2} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2y} \frac{\partial u}{\partial y} = 0. \quad x < 0, y < 0$
- $u''_{xx} + 4u''_{xy} + 3u''_{yy} + 5u'_x + u'_y + 4u = 0.$

Вариант 13

- Поставить краевую задачу:

Начальная температура тонкого однородного стержня длиной l равна нулю. Конец $x = 0$ стержня поддерживается при постоянной температуре u_0 , а на конце $x = l$ происходит теплообмен с окружающей средой, температура которой равна нулю. Внутренних источников тепла стержень не имеет.

- Привести к каноническому виду уравнения:

- $y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad x < 0, y < 0$
- $9u''_{xx} - 6u''_{xy} + u''_{yy} - 4u'_x + 6u'_y + 12u = 0.$

Вариант 14

- Поставить краевую задачу:

Дана тонкая прямоугольная пластинка со сторонами l, m для которой известно начальное распределение температуры $f(x, y)$. Боковые стороны $x = 0$ и $x = l$ все время наблюдения удерживаются при температуре, равной нулю, а оба основания имеют заданное распределение температуры: $g_0(x, 0, t), g_1(x, m, t)$.

- Привести к каноническому виду уравнения:

- $y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad x < 0, y > 0$
- $2u''_{xx} + 2u''_{xy} + u''_{yy} + 4u'_x + 4u'_y + u = 0.$

Вариант 15

- Поставить краевую задачу:

Концы однородной струны длиной l упруго закреплены (коэффициент упругости k). Струна совершает свободные поперечные колебания при известных начальных смещениях $a(x)$ и скоростях $v(x)$.

- Привести к каноническому виду уравнения:

- $y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 4 \frac{\partial u}{\partial y} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} - u = 0. \quad x > 0$
- $2u''_{xx} + 3u''_{xy} - 2u''_{yy} - 2u'_x + 5u'_y - u = 0.$

Вариант 16

- Поставить краевую задачу:

Однородная струна длины l с линейной плотностью $\rho(x)$ совершает малые поперечные колебания в среде с сопротивлением, пропорциональным квадрату скорости. Концы струны закреплены жестко. В начальный момент времени струна имеет форму $\sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$, начальные скорости точек струны нулевые, внешние воздействия отсутствуют.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial u}{\partial x} + u = 0, y < 0$

б) $2u''_{xx} - 5u''_{xy} + 2u''_{yy} + u'_x + 4u'_y + 3u = 0.$

Вариант 17

1. Поставить краевую задачу:

На боковой поверхности тонкого стержня происходит конвективный теплообмен по закону Ньютона со средой, температура которой u_0 . На одном конце его поддерживается температура $f(t)$, а другой теплоизолирован. Начальная температура точек стержня равна нулю.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\sqrt{xy} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\sqrt{x}} - \sqrt{y} \right) \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$

б) $u''_{xx} - 3u''_{xy} + 2u''_{yy} + 4u'_x + 4u'_y = 0.$

Вариант 18

1. Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня теплоизолирована, на одном конце происходит конвективный теплообмен со средой, температура которой u_1 , а на другом поддерживается постоянная температура u_2 . Начальная температура стержня нулевая

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

б) $u''_{xx} + 2u''_{xy} + u''_{yy} + 3u'_x - 5u'_y + 4u = 0.$

Вариант 19

1. Поставить краевую задачу:

Струна длины l плотностью $\rho(x)$ с упруго закрепленными концами (коэффициент упругости k) совершает свободные малые поперечные колебания под действием под действием внешней распределенной нагрузки $F(x)$ смещения точек струны и их скорости в начальный момент равны нулю.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 7y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

б) $4u''_{xx} + 4u''_{xy} + 5u''_{yy} - 2u'_x + 4u'_y + 2u = 0.$

Вариант 20

1. Поставить краевую задачу:

Один конец стержня длины d и площадью поперечного сечения $S(x)$ и плотностью $\rho(x)$ закреплен упруго (коэффициент упругости k), а другой – жестко, совершает свободные продольные колебания. В начальный момент времени стержень недеформирован, а его точки имеют скорость $v(x)$.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

- а) $y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 9x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$
- б) $u''_{xx} + 3u''_{xy} + 2u''_{yy} + 3u'_x - 3u'_y - u = 0.$

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену в 6 семестре

1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными. Постановка задач математической физики. Типы краевых условий.
2. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара.
3. Вывод уравнения колебания струны. Примеры других уравнений математической физики.
4. Вывод уравнения теплопроводности.
5. Вывод уравнений гидродинамики и акустики.
6. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных (общий случай).
7. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическая поверхность. Примеры характеристик.
8. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными (гиперболического типа, параболического типа, эллиптического типа). Лемма о характеристиках
9. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Д'Аламбера
10. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Обобщенное решение.
11. Решение краевых задач для одномерного волнового уравнения на полупрямой.
12. Решение задачи Коши для двухмерного и трехмерного волновых уравнений. Формула Пуассона. Физический смысл решения.
13. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения.
14. Единственность и устойчивость решения задачи Коши для волнового уравнения (трехмерный случай).
15. Метод Фурье решения смешанных задач для волнового уравнения (для однородных и неоднородных уравнений и граничных условий). Единственность решения.
16. Примеры решения смешанных задач (задача о колебаниях ограниченной струны, задача о колебаниях круглой мембраны)
17. Функции Бесселя. Свойства функций Бесселя.
18. Смешанные задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Корректность постановки смешанных задач для уравнения теплопроводности.
19. Применение метода Фурье к решению смешанных задач для уравнения теплопроводности (однородного и неоднородного).
20. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод функций Грина.
21. Решение задачи о распространении тепла в трехмерном пространстве.
22. Основные типы краевых задач для уравнений эллиптического типа. Принцип максимума для гармонических функций. Формулы Грина.
23. Единственность решения краевых задач для уравнений эллиптического типа.
24. Функции Грина внутренних задач Дирихле и Неймана.
25. Применение метода функций Грина к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для шара)
26. Неравенство Гарнака. Свойства гармонических функций (функции, гармонические во всем пространстве, теоремы о последовательностях гармонических функций).
27. Объемный и поверхностные потенциалы и их свойства.
28. Решение задач Дирихле и Неймана с помощью потенциалов.

29. Применение метода Фурье к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге)
30. Интегральное преобразование Фурье (определение, свойства, пример применения преобразования Фурье к решению задач математической физики).
31. Интегральные преобразования на полупрямой (преобразование Лапласа, $\sin$, $\cos$ -преобразования Фурье, преобразование Ханкеля).
32. Вариация функционала. Экстремум функционала. Вариационные задачи в математической физике.

Вопросы к зачету в 5 семестре

1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными. Постановка задач математической физики. Типы краевых условий.
2. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара.
3. Вывод уравнения колебания струны. Примеры других уравнений математической физики.
4. Вывод уравнения теплопроводности.
5. Вывод уравнений гидродинамики и акустики.
6. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных (общий случай).
7. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическая поверхность. Примеры характеристик.
8. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными (гиперболического типа, параболического типа, эллиптического типа). Лемма о характеристиках
9. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Д'Аламбера
10. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Обобщенное решение.
11. Решение краевых задач для одномерного волнового уравнения на полупрямой.
12. Решение задачи Коши для двухмерного и трехмерного волновых уравнений. Формула Пуассона. Физический смысл решения.
13. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения.
14. Единственность и устойчивость решения задачи Коши для волнового уравнения (трехмерный случай).
15. Метод Фурье решения смешанных задач для волнового уравнения (для однородных и неоднородных уравнений и граничных условий). Единственность решения.
16. Примеры решения смешанных задач (задача о колебаниях ограниченной струны, задача о колебаниях круглой мембраны)

Вопросы к зачету в 6 семестре

1. Функции Бесселя. Свойства функций Бесселя.
2. Смешанные задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Корректность постановки смешанных задач для уравнения теплопроводности.
3. Применение метода Фурье к решению смешанных задач для уравнения теплопроводности (однородного и неоднородного).
4. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод функций Грина.
5. Решение задачи о распространении тепла в трехмерном пространстве.
6. Основные типы краевых задач для уравнений эллиптического типа. Принцип максимума для гармонических функций. Формулы Грина.
7. Единственность решения краевых задач для уравнений эллиптического типа.
8. Функции Грина внутренних задач Дирихле и Неймана.

9. Применение метода функций Грина к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для шара)
10. Неравенство Гарнака. Свойства гармонических функций (функции, гармонические во всем пространстве, теоремы о последовательностях гармонических функций).
11. Объемный и поверхностные потенциалы и их свойства.
12. Решение задач Дирихле и Неймана с помощью потенциалов.
13. Применение метода Фурье к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге)
14. Интегральное преобразование Фурье (определение, свойства, пример применения преобразования Фурье к решению задач математической физики).
15. Интегральные преобразования на полупрямой (преобразование Лапласа, $\sin$, $\cos$ -преобразования Фурье, преобразование Ханкеля).
16. Вариация функционала. Экстремум функционала. Вариационные задачи в математической физике.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Байков, В. А. Уравнения математической физики : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. А. Байков, А. В. Жибер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. <https://www.biblio-online.ru/viewer/E4CC7C7D-F3F0-4CD2-8080-579C7F19DA97#page/1>, 05.05.2017
2. Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. https://www.biblio-online.ru/viewer/771C984F-6865-4C58-975B-8020A14E00FF#, 05.05.2017

5.2 Дополнительная литература

1. Ерофеев, Виктор Тихонович. Уравнения с частными производными и математические модели в экономике [Текст] : курс лекций / В. Т. Ерофеев, И. С. Козловская. - Изд. стер. - Москва : URSS : [ЛИБРОКОМ], 2016. - 244 с. - Библиогр.: с. 241.
2. Тихонов, Андрей Николаевич. Уравнения математической физики [Текст] : учебник для студентов физико-математических специальностей университетов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 7-е изд. - Москва : Изд-во Московского университета : Наука, 2013. - 798 с.
3. Омельченко, Александр Владимирович. Методы интегральных преобразований в задачах математической физики [Текст] : [учебное пособие] / А. В. Омельченко. - Москва : МЦНМО, 2010. - 181 с.
4. Захаров, Евгений Владимирович. Уравнения математической физики [Текст] : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Механика", "Прикладная механика", "Прикладная математика и информатика" / Е. В. Захаров, И. В. Дмитриева, С. И. Орлик. - Москва : Академия, 2010. - 315 с.
5. Шалдырван, Валерий Анатольевич. Методы математической физики [Текст] : [учебное пособие] / В. А. Шалдырван, В. С. Герасимчук. - М. : Вузовская книга, 2006. - 511 с.
6. Будак, Борис Михайлович. Сборник задач по математической физике [Текст] : учебное пособие для студентов ун-тов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. - Изд. 4-е, испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 688 с.

7. Евдокимов, Александр Александрович (КубГУ). Уравнения математической физики [Текст] : Метод. указания / Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [Б. и.], 2002. - 36 с.
8. Емельянов, В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.М. Емельянов, Е.А. Рыбакина. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 216 с. — URL:<https://e.lanbook.com/book/71748>
9. Деревич, И.В. Практикум по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И.В. Деревич. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 428 с. — URL:<https://e.lanbook.com/book/95131>.
10. Прокудин, Д.А. Уравнения математической физики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Д.А. Прокудин, Т.В. Глухарева, И.В. Казаченко ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет». - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2014. - 163 с. - URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=278923>

5.3. Периодические издания:

1. Вестник МГУ сер.1 Математика. Механика.

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

№	Наименование электронного ресурса	Ссылка на электронный адрес
1.	Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ	https://www.kubsu.ru/
2.	Электронная библиотечная система «BOOK.ru» ООО «КноРус медиа»	https://www.book.ru
3.	Электронная библиотечная система "Университетская библиотека ONLINE"	www.biblioclub.ru
4.	Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM» ООО «ЗНАНИУМ»	www.znanium.com
5.	Электронная библиотечная система издательства "Лань"	http://e.lanbook.com/
6.	Электронная библиотечная система "Юрайт"	http://www.biblio-online.ru

1. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. URL: <http://school-collection.edu.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». URL: <http://window.edu.ru/>
3. Российское образование. Федеральный портал. URL: <http://www.edu.ru/>
- Сайт Министерства образования и науки Российской Федерации <http://минобрнауки.рф/>
4. Университетская библиотека ONLINE URL: <http://www.biblioclub.ru/>
5. Федеральный портал «Российское образование» URL: <http://www.edu.ru/>
6. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов. URL: <http://fcior.edu.ru/>
7. Электронная библиотека “Социология, психология, управление” URL: <http://soc.lib.ru>
8. Электронная библиотечная система издательства "Лань". URL: <http://e.lanbook.com/>
9. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ. URL: <http://www.kubsu.ru/University/library/resources/Poisk2012.php>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Согласно письма Министерства образования и науки РФ № МОН-25486 от 21.06.2017г «О разработке адаптированных образовательных программ» -Разработка адаптивной программы необходима в случае наличия в образовательной организации хотя бы одного обучающегося с ограниченными возможностями здоровья.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Система обучения основывается на рациональном сочетании нескольких видов учебных занятий (в первую очередь, лекций и практических (лабораторных) занятий), работа на которых обладает определенной спецификой.

Подготовка к лекциям.

Знакомство с дисциплиной происходит уже на первой лекции, где от требуется не просто внимание, но и самостоятельное оформление конспекта. Конспектирование лекций – сложный вид аудиторной работы, предполагающий интенсивную умственную деятельность студента. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Целесообразно вначале понять основную мысль, излагаемую лектором, а затем записать ее. Желательно запись осуществлять на одной странице листа или оставляя поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места.

Конспект лекции лучше подразделять на пункты, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать вопросы плана лекции, предложенные преподавателям. Следует обращать внимание на акценты, выводы, которые делает лектор, отмечая наиболее важные моменты в лекционном материале замечаниями «важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек, подчеркивая термины и определения.

Работая над конспектом лекций, Вам всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть теоретическим материалом.

Подготовка к практическим (лабораторным) занятиям.

Подготовку к каждому практическому занятию необходимо начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Подготовка к лабораторным занятиям и практикумам носит различный характер, как по содержанию, так и по сложности исполнения. Проведение прямых и косвенных измерений предполагает детальное знание измерительных приборов, их возможностей, умение вносить своевременные поправки для получения более точных результатов. Многие лабораторные занятия требуют большой исследовательской работы, изучения дополнительной научной литературы.

В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы. При всей полноте

конспектирования лекции в ней невозможно изложить весь материал. Поэтому самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала.

Защита лабораторных работ должна происходить, как правило, в часы, отведенные на лабораторные занятия. Студент может быть допущен к следующей лабораторной работе только в том случае, если у него не защищено не более двух предыдущих работ.

Рекомендации по работе с литературой.

Работу с литературой целесообразно начать с изучения общих работ по теме, а также учебников и учебных пособий. Далее рекомендуется перейти к анализу монографий и статей, рассматривающих отдельные аспекты проблем, изучаемых в рамках курса, а также официальных материалов и неопубликованных документов (научно-исследовательские работы, диссертации), в которых могут содержаться основные вопросы изучаемой проблемы.

Работу с источниками надо начинать с ознакомительного чтения, т.е. просмотреть текст, выделяя его структурные единицы. При ознакомительном чтении закладками отмечаются те страницы, которые требуют более внимательного изучения.

В зависимости от результатов ознакомительного чтения выбирается дальнейший способ работы с источником. Если для разрешения поставленной задачи требуется изучение некоторых фрагментов текста, то используется метод выборочного чтения. Если в книге нет подробного оглавления, следует обратить внимание ученика на предметные и именные указатели.

Избранные фрагменты или весь текст (если он целиком имеет отношение к теме) требуют вдумчивого, неторопливого чтения с «мысленной проработкой» материала. Такое чтение предполагает выделение: 1) главного в тексте; 2) основных аргументов; 3) выводов. Особое внимание следует обратить на то, вытекает тезис из аргументов или нет.

Необходимо также проанализировать, какие из утверждений автора носят проблематичный, гипотетический характер, и уловить скрытые вопросы.

Понятно, что умение таким образом работать с текстом приходит далеко не сразу. Наилучший способ научиться выделять главное в тексте, улавливать проблематичный характер утверждений, давать оценку авторской позиции – это сравнительное чтение, в ходе которого Вы знакомитесь с различными мнениями по одному и тому же вопросу, сравниваете весомость и доказательность аргументов сторон и делаете вывод о наибольшей убедительности той или иной позиции.

Если в литературе встречаются разные точки зрения по тому или иному вопросу из-за сложности прошедших событий и правовых явлений, нельзя их отвергать, не разобравшись. При наличии расхождений между авторами необходимо найти рациональное зерно у каждого из них, что позволит глубже усвоить предмет изучения и более критично оценивать изучаемые вопросы. Знакомясь с особыми позициями авторов, нужно определять их схожие суждения, аргументы, выводы, а затем сравнивать их между собой и применять из них ту, которая более убедительна.

Следующим этапом работы с литературными источниками является создание конспектов, фиксирующих основные тезисы и аргументы..

Таким образом, при работе с источниками и литературой важно уметь:

- ☐ сопоставлять, сравнивать, классифицировать, группировать, систематизировать информацию в соответствии с определенной учебной задачей;
- ☐ обобщать полученную информацию, оценивать прослушанное и прочитанное;
- ☐ фиксировать основное содержание сообщений; формулировать, устно и письменно, основную идею сообщения; составлять план, формулировать тезисы;

- ☐ готовить и презентовать развернутые сообщения типа доклада;
- ☐ работать в разных режимах (индивидуально, в паре, в группе), взаимодействуя друг с другом;
- ☐ пользоваться реферативными и справочными материалами;
- ☐ контролировать свои действия и действия своих товарищей, объективно оценивать свои действия;
- ☐ обращаться за помощью, дополнительными разъяснениями к преподавателю, другим студентам;
- ☐ пользоваться лингвистической или контекстуальной догадкой, словарями различного характера, различного рода подсказками, опорами в тексте (ключевые слова, структура текста, предваряющая информация и др.);
- ☐ использовать при говорении и письме перифраз, синонимичные средства, словоописания общих понятий, разъяснения, примеры, толкования, «словотворчество»;
- ☐ повторять или перефразировать реплику собеседника в подтверждении понимания его высказывания или вопроса;
- ☐ обратиться за помощью к собеседнику (уточнить вопрос, переспросить и др.);
- ☐ использовать мимику, жесты (вообще и в тех случаях, когда языковых средств не хватает для выражения тех или иных коммуникативных намерений).

Подготовка к промежуточной аттестации.

При подготовке к промежуточной аттестации целесообразно:

- ☐ внимательно изучить перечень вопросов и определить, в каких источниках находятся сведения, необходимые для ответа на них;
- ☐ внимательно прочитать рекомендованную литературу;
- ☐ составить краткие конспекты ответов (планы ответов).

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине .

8.1 Перечень информационных технологий.

- Компьютерное тестирование по итогам изучения разделов дисциплины.
- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

Операционная система Microsoft Windows, пакет офисных приложений Microsoft Office, антивирус Avast Free Antivirus.

8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Банк России (ЦБ): www.cbr.ru.
2. Московская Межбанковская валютная биржа: www.micex.ru.
3. Федеральная служба государственной статистики: www.gks.ru
4. Информационный портал Всемирного банка: <http://data.worldbank.org>.
5. Эконометрический пакет Eviews <http://www.eviews.com/home.html>
6. Eviews <http://statmethods.ru/trainings/eviews.html>

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине .

№	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Номера аудиторий / кабинетов
1.	учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	501,502,503,505,506,507,508, 509, 510,513,514
2.	учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа	501,502,503,505,506,507,508, 509, 510,513,514

3.	Компьютерные классы с выходом в Интернет	503,509,510
4.	учебные аудитории для выполнения научно – исследовательской работы (курсового проектирования)	Кабинет курсового проектирования (выполнения курсовых работ) - № 503 Оборудование: мультимедийный проектор, экран, персональные компьютеры, учебная мебель, доска учебная, выход в Интернет, учебно-наглядные пособия (тематические иллюстрации), принтер, презентации на электронном носителе, сплит-система
5.	учебные аудитории для самостоятельной работы, с рабочими местами, оснащенными компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением неограниченного доступа в электронную информационно-образовательную среду организации для каждого обучающегося, в соответствии с объемом изучаемых дисциплин	Кабинет для самостоятельной работы - № 504 Оборудование: персональные компьютеры, учебная мебель, доска учебная, выход в Интернет
6.	Исследовательские лаборатории (центров), оснащенные лабораторным оборудованием	Компьютерный класс № 510 : мультимедийный проектор, экран, персональные компьютеры, учебная мебель, доска учебная, выход в Интернет, наглядные пособия. Сетевое оборудование CISCO (маршрутизаторы, коммутаторы, 19-ти дюймовый сетевой шкаф) сплит-система, стенд «Архитектура ПЭВМ»
7.	Кабинет групповых и индивидуальных консультаций	№508 Оборудование: персональный компьютер, учебная мебель, доска учебная, учебно-наглядные пособия (тематические иллюстрации), сканер, доска магнитно-маркерная, стеллажи с учебной и периодической литературой
8.	Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования	Помещение № 511, Помещение № 516, Помещение № 517, Помещение № 518
9.	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации	501,502,503,505,506,507,508, 509, 510,513,514

Согласно письма Министерства образования и науки РФ № МОН-25486 от 21.06.2017г «О разработке адаптированных образовательных программ» -Разработка адаптивной программы необходима в случае наличия в образовательной организации хотя бы одного

обучающегося с ограниченными возможностями здоровья

Для обучающихся из числа инвалидов обучение проводится организацией с учетом особенностей их психофизического развития, их индивидуальных возможностей и состояния здоровья (далее - индивидуальные особенности).

При проведении обучения инвалидов обеспечивается соблюдение следующих общих требований:

- проведение обучения для инвалидов в одной аудитории совместно с обучающимися, не имеющими ограниченных возможностей здоровья, если это не создает трудностей для обучающихся;

- присутствие в аудитории ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся инвалидам необходимую техническую помощь с учетом их индивидуальных особенностей;

- пользование необходимыми обучающимся инвалидам техническими средствами с учетом их индивидуальных особенностей;

- обеспечение возможности беспрепятственного доступа обучающихся инвалидов в аудитории, туалетные и другие помещения, а также их пребывания в указанных помещениях;

В зависимости от индивидуальных особенностей обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, организация обеспечивает выполнение следующих требований при проведении занятий:

а) для слепых:

- на компьютере со специализированным программным обеспечением для слепых, либо надиктовываются ассистенту;

б) для слабовидящих:

- задания и иные материалы оформляются увеличенным шрифтом;

- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- при необходимости обучающимся предоставляется увеличивающее устройство, допускается использование увеличивающих устройств, имеющихся у обучающихся;

в) для глухих и слабослышащих, с тяжелыми нарушениями речи:

- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости обучающимся предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

г) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются обучающимися на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

Обучающийся инвалид при поступлении подает письменное заявление о необходимости создания для него специальных условий при проведении обучения с указанием особенностей его психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья (далее - индивидуальные особенности). К заявлению прилагаются документы, подтверждающие наличие у обучающегося индивидуальных особенностей (при отсутствии указанных документов в организации).