Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
_________________ Хагуров Т.А.

«27» апреля 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.10 ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль): Вычислительные, программные, информационные системы и компьютерные технологии;
Алгебра, теория чисел и дискретный анализ;
Математическое и компьютерное моделирование

Программа подготовки академическая

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

Краснодар 2018

Рабочая программа дисциплины «ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составили:
Г.Н. Титов, канд. физ.-мат. наук, доцент

А.Н. Марковский, канд. физ.-мат. наук, доцент

Рабочая программа дисциплины «ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры
протокол № 10 «10» апреля 2018 г.
Заведующая кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры (выпускающей) вычислительной математики и информатики
протокол № 12 «10» апреля 2018 г.
Заведующий кафедрой (выпускающей) Гайденко С.В.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «17» апреля 2018 г, протокол № 2.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.

Рецензенты:
Терещенко И.В., заведующий кафедрой общей математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», кандидат физ.–мат. наук, доцент;
Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физ.-мат. наук, доцент.

1. Цели и задачи освоения дисциплины.

1.1 Цель дисциплины

Формирование у студентов факультета математики и компьютерных наук (направления 02.03.01) базовых знаний по фундаментальной и компьютерной алгебре в течение первых четырех семестров.

1.2. Задачи дисциплины

Получение основных теоретических сведений, развитие познавательной деятельности и приобретение практических навыков работы с понятиями по следующим разделам алгебры: системы линейных уравнений, матрицы и действия над ними, определители комплексные числа, многочлены, алгебраические системы (группы, кольца, векторные пространства, алгебры), конечномерные векторные пространства, линейные отображения векторных пространств, инвариантные подпространства линейных операторов, жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора, сопряженное отображение, канонический вид матриц линейных (нормального, самосопряженного, ортогонального или унитарного) операторов, билинейные и квадратичные формы, метрические векторные пространства, классификация квадрик, группы преобразований и классификация движений, основы теории алгоритмов и оценка их сложности, классические алгоритмы целочисленной арифметики, элементы теории чисел, поля с конечным числом элементов, цепные дроби, функция Эйлера, модулярная арифметика, начала теории полиномов, отделение и аппроксимация корней полиномиальных уравнений.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина (Б1.Б.10) «Фундаментальная и компьютерная алгебра» по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) относится к базовой части, являющейся структурным элементом ООП ВО. Дисциплина изучается с 1-го по 4-й семестры, знания, полученные в процессе ее изучения, используются в аналитической геометрии, математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др.. Слушатели в первом семестре должны владеть математическими знаниями в рамках программы средней школы, а слушатели во 2-м, 3-м и 4-м семестрах – знаниями, полученными по данной дисциплине, в предыдущих семестрах.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

При освоении дисциплины «Фундаментальная и компьютерная алгебра» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с компьютерными приложениями алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОПК-1, ПК-3, ПК-9.

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
1.	ОПК-1	Готовность использовать фундаментальные знания в области алгебры в будущей профессиональной деятельности.	основные теоремы алгебры, а также некоторые ее приложения с целью применения в будущей профессиональной деятельности;	использовать приобретенные знания в последующих научных исследованиях;	алгебраическими методами исследований для использования их при решении прикладных вопросов;
2.	ПК-3	Способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.	различные методы доказательств утверждений, формулировки основных понятий и теорем курса алгебры;	формулировать определения и основные теоремы курса алгебры, строго доказывать утверждения и следствия из них;	навыками доказательств утверждений на основе определений и доказанных теорем.
3.	ПК-9	Способность к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика) .	основные понятия и утверждения дисциплины, пути организации поиска информации для самостоятельного изучения других ее разделов;	использовать источники информации с целью организации учебной деятельности по тематике дисциплины;	навыками организации в среде учащихся учебной деятельности по алгебре.

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц (540 часов, из них контактных 283,2 часа: лекционных 136 часов, лабораторных занятий 136 часов, контроль самостоятельной работы 10 часов и промежуточная аттестация 1,2 часа ; самостоятельная работа 105 часов; подготовка к экзаменам 151,8 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)

		1	2	3	4
Контактная работа, в том числе:					
Аудиторные занятия (всего):	**272**	**72**	**64**	**72**	**64**
Занятия лекционного типа	136	36	32	36	32
Лабораторные занятия	136	36	32	36	32
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-
Иная контактная работа:					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	10	2	2	4	2
Промежуточная аттестация (ИКР)	1,2	0,3	0,3	0,3	0,3
Самостоятельная работа, в том числе:					
- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;	30	8	10	8	4
- самостоятельное решение задач по темам лабораторных занятий;	50	12	16	16	6
- подготовка к реферативному докладу (третий и четвертый семестры)	7	0	0	4	3
Подготовка к текущему контролю (к контрольным работам и коллоквиумам)	18	5	7	4	2
Контроль:					
Подготовка к экзамену	151,8	44,7	44,7	35,7	26,7
Общая трудоемкость **час.**	**540**	**144**	**144**	**144**	**108**
в том числе контактная работа	**283,2**	**74,3**	**66,3**	**74,3**	**66,3**
зач. ед	**7**	**4**	**4**	**4**	**3**

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 1-4 семестрах *(очная форма)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1	Системы линейных уравнений	22	8	-	8	6
2	Матрицы	22	8	-	8	6
3	Определители	26	8	-	10	8
4	Отображения множеств	10	4	-	4	2
5	Алгебраические системы	17	8	-	6	3

	Итого по дисциплине в первом семестре :		**36**	**-**	**36**	**25**
6	Комплексные числа	24	8	-	8	8
7	Многочлены	24	8	-	8	8
8	Векторные пространства	24	8	-	8	8
9	Евклидово и унитарное пространства	25	8	-	8	9
	Итого по дисциплине во втором семестре :		**32**	**-**	**32**	**33**
10	Линейные отображения векторных пространств	28	10	-	10	8
11	Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств	28	10	-	10	8
12	Квадратичные формы	24	8	-	8	8
13	Элементы многомерной геометрии	24	8	-	8	8
	Итого по дисциплине в третьем семестре :		**36**	**-**	**36**	**32**
14	Классические алгоритмы и их сложность	19	8	-	8	3
15	Группы, кольца, поля, вычислительные аспекты	20	8	-	8	4
16	Элементы теории чисел	20	8	-	8	4
17	Основные сведения о полиномах	20	8	-	8	4
	Итого по дисциплине в четвертом семестре :		**32**	**-**	**32**	**15**
	Итого по дисциплине:		**136**	**-**	**136**	**105**

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Системы линейных уравнений (СЛУ)	Элементарные преобразования над уравнениями СЛУ, эквивалентность. Метод Гаусса, исследование СЛУ ступенчатого вида. Арифметическое линейное пространство строк R^n. Линейная комбинация строк (транзитивность),	Устный опрос, коллоквиум

		линейная зависимость. База системы строк, ранг. Подпространство в R^n, его базис и размерность. Однородная СЛУ, пространство ее решений, фундаментальная совокупность решений. Связь между множествами решений СЛУ и ассоциированной с ней однородной СЛУ.	
2	Матрицы	Матрицы с действительными элементами, их виды. Совпадение рангов матрицы по строкам и столбцам, ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Операции над матрицами: сложение и вычитание матриц, умножение матриц на числа и умножение матриц. Понятия о кольце и об алгебре. Алгебра (кольцо) матриц. Ранг произведения матриц.	Устный опрос, коллоквиум
3	Определители	Перестановки n символов, их четность. Изменение четности при транспозициях символов, количество четных и нечетных перестановок. Формальные подстановки n символов, их четность и нечетность, количество четных и нечетных подстановок. Определитель n-го порядка, простейшие свойства. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований над строками и столбцами. Минор матрицы, алгебраическое дополнение к элементу матрицы. Разложение определителя по строке (столбцу). Формула обратной матрицы. Правило Крамера решения определенной СЛУ. Базисный минор матрицы. Нахождение ранга матрицы методом окаймления минорами. Теорема Лапласа и следствия из нее. Определитель произведения матриц, формулировка теоремы Бине-Коши. Обобщенное правило Крамера решения произвольной СЛУ.	Устный опрос, коллоквиум
4	Отображения множеств	Отображения множеств, их виды. Равенство отображений. Умножение отображений, ассоциативность. Преобразования множества, их формальная запись, умножение преобразований. Подстановки множеств, их формальная запись, умножение подстановок. Единичная и обратная подстановки.	Устный опрос, коллоквиум

5	Алгебраические системы	Бинарные операции (алгебраические операции) на множествах. Группоиды, их виды и простейшие свойства. Таблица Кэли группоида, примеры. Симметрический моноид преобразований и симметрическая группа подстановок n-й степени. Кольца (в частности, поля), их виды и простейшие свойства, примеры. Кольцо многочленов над произвольным полем (взаимосвязь алгебраического и функционального взглядов на понятие «многочлен»). Векторные пространства над произвольными полями, определение и простейшие свойства, примеры. Алгебры над произвольными полями, определение и виды алгебр, примеры. Кольцо классов вычетов, критерий поля. Поле алгебраических чисел. Подгруппоиды, подкольца и подпространства, примеры. Понятие об изоморфизме алгебраических систем.	Устный опрос, коллоквиум.
6	Комплексные числа (КЧ)	Понятие о числовом поле. Построение поля комплексных чисел *C*. Алгебраическая форма записи КЧ и связанные с нею понятия, свойства сопряжения. Модуль КЧ, неравенство треугольника. Тригонометрическая форма записи КЧ, мультипликативные свойства модуля и аргумента. Действия над КЧ в комплексной плоскости с помощью циркуля и линейки. Формула Муавра. Извлечение корней из КЧ. Корни из единицы, первообразные корни. Формула Эйлера. Логарифмическая и показательная функции комплексных переменных.	Устный опрос, коллоквиум
7	Многочлены	Многочлены от одной переменной (функциональный взгляд), операции над ними. Кольца многочленов $R[x]$ и $C[x]$. Степень суммы и произведения многочленов. Деление с остатком и без остатка в кольце многочленов, свойства. НОД и НОК многочленов, алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема Безу, кратность корня многочлена. Схема Горнера и ее применения. Эквивалентные формулировки основной теоремы алгебры, следствия из нее: формулы Виета, интерполяционный многочлен Лагранжа, отделение кратных корней много-	Устный опрос, коллоквиум

		члена. Теорема Штурма и ее применение при отделении действительных корней многочлена из $R[x]$. Кольцо многочленов от многих переменных, лексикографическое упорядочение членов многочлена. Кольцо симметрических многочленов. Основная теорема о симметрических многочленах.	
8	Векторные пространства	Линейная зависимость и независимость системы векторов пространства над произвольным полем, свойства. Критерий подпространства, линейная оболочка. Максимальная линейно независимая подсистема (база) системы векторов, ранг. Базис векторного пространства (подпространства), размерность. Матрица перехода от одного базиса пространства к другому. Координаты вектора в данном базисе, их изменение при переходе к другому базису. Изоморфизм векторных пространств. Пересечение и сумма подпространств. Прямая сумма подпространств. Фактор-пространство. Линейные функции на векторном пространстве, их определяемость образами базиса. Сопряженное пространство, дуальный базис, естественный изоморфизм.	Устный опрос, коллоквиум
9	Евклидово и унитарное пространства	Евклидово пространство, свойства скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского. Метрические соотношения в евклидовом пространстве. Ортогональная система векторов, процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Существование ортонормированного базиса. Ортогональное дополнение к подпространству и ортогональная проекция вектора на подпространство евклидова пространства. Евклидов изоморфизм. Ортонормированные базисы евклидовых пространств, ортогональность матрицы перехода от одного такого базиса к другому. Унитарные пространства, полуторалинейные комплексные формы. Метрические соотношения и вопросы, связанные с ортогональностью, в унитарном пространстве.	Устный опрос, коллоквиум

10	Линейные отображения векторных пространств	Линейные отображения (операторы) векторных пространств над одним и тем же полем. Образ и ядро линейного отображения, ранг и дефект, их связь с размерностью области определения отображения. Матрицы линейных отображений (операторов), их изменение при переходе к другим базисам. Пространство линейных отображений, алгебра линейных операторов, полная линейная группа невырожденных линейных операторов. Изоморфизм пространств линейных отображений и прямоугольных матриц. Изоморфизм алгебр (полных линейных групп невырожденных) линейных операторов и квадратных (невырожденных) матриц. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Диагонализируемые операторы. Характеристический многочлен оператора. Теорема Гамильтона-Кэли. Минимальный многочлен оператора. Жорданова нормальная форма (ЖНФ) матрицы оператора. Инвариантные подпространства линейного оператора, разложение пространства в прямую сумму инвариантных подпространств. Прямая сумма линейных операторов. Корневые подпространства линейного оператора, действующего над полем *C*. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств линейного оператора. Алгоритм нахождения базиса, в котором матрица линейного оператора имеет ЖНФ. Минимальный многочлен и ЖНФ. Критерий диагонализируемости линейного оператора, действующего в пространстве над полем *C*.	Устный опрос, коллоквиум, контролирование подготовки доклада
11	Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств	Сопряженное отображение (оператор) унитарных (евклидовых) пространств, его существование и единственность для данного линейного отображения (оператора). Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе, свойства. Теорема Шура для линейного оператора унитарного пространства. Нормальный оператор унитарного пространства, существование для него базиса из собственных векторов. Унитарный оператор унитарного пространства, критерий унитарности оператора в	Устный опрос, коллоквиум, контролирование подготовки доклада

		терминах его собственных значений; другие критерии. Эрмитов (самосопряженный) оператор унитарного пространства, критерии эрмитовости оператора. Положительно (неотрицательно) определенные эрмитовы операторы, свойства. Арифметический корень из неотрицательно определенного эрмитова оператора. Разложение унитарного (евклидова) пространства в прямую сумму ядра данного линейного оператора и образа сопряженного к нему оператора. Биортонормированные базисы унитарного (евклидова) пространства, связь между матрицами оператора и сопряженного к нему оператора. Построение сингулярных базисов для линейного отображения унитарных пространств. Разложения линейных операторов унитарного пространства.	
12	Квадратичные формы	Квадратичная форма, ее матрица. Изменение матрицы при линейном преобразовании переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Нормальный вид квадратичной формы, эквивалентность квадратичных форм. Закон инерции действительных квадратичных форм. Распадающиеся квадратичные формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных. Понятие о полилинейной функции на векторном пространстве. Представление полилинейной функции в виде полилинейной формы в фиксированном базисе пространства. Линейные, билинейные и полуторалинейные функции, их формы. Симметрические формы и их связь с квадратичными формами.	Устный опрос, коллоквиум, контролирование подготовки доклада
13	Элементы многомерной геометрии	Аффинное и евклидово точечное пространства. Аффинные и декартовы координаты, расстояние между точками. Плоскость в аффинном пространстве, параметрическое задание и задание системой точек в общем расположении. Общие уравнения плоскости в евклидовом то-	Устный опрос, коллоквиум, контролирование подготовки до-

		чечном пространстве, взаимное расположение плоскостей. Луч, отрезок, полупространство и полуплоскость в евклидовом точечном пространстве, перпендикуляр к плоскости. Преобразования координат. Движения, их аналитическое задание, группа движений. Виды движений, их классификация. Аффинные преобразования евклидовых точечных пространств. Выпуклые многогранники, симплекс. Определитель Грама. Параллелепипед и его объем в евклидовом точечном пространстве. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Квадрики, их аффинная классификация. Теоретико-групповая точка зрения на геометрию: евклидова, аффинная и другие виды геометрий.	клада
14	Классические алгоритмы и их сложность	Компьютерная алгебра и численный анализ. Модель чисел с плавающей точкой, преимущества, недостатки. Ошибки округления, нарушение ассоциативности. Точная целочисленная арифметика, вычислительная модель. Алгоритмы и их сложность. Классические алгоритмы целочисленной арифметики. Деление больших чисел. Счетчики в системе с заданным основанием. Оценка сложности. Алгоритм Евклида нахождение НОД. Оценка сложности алгоритмов	
15	Группы, кольца, поля, вычислительные аспекты	Множества. Разбиение на подмножества. Отношение эквивалентности. Отображения и алгебраические системы. Группы. Кольца. Поля. Поля с конечным числом элементов.	
16	Элементы теории чисел	Делимость целых чисел. Оценки наихудшего случая. Алгоритм Евклида и цепные дроби. Представление иррациональных чисел в виде цепной дроби. Разложение целых чисел на множители. Простые числа. Основная теорема Арифметики. Функция Эйлера, свойства. Алгоритм генерации простых чисел. Целые числа по модулю m. Вычеты, свойства. Применение линейных сравнений по модулю m. Теоремы Ферма, Эйлера, Вильсона. Греко-китайская	

		теорема об остатках. Тесты простоты. Разложение на множители больших целых чисел.	
17	Основные сведения о полиномах	Списочное представление полиномов. Классические алгоритмы полиномиальной арифметики и их сложность. Основные сведения о полиномах, свойство евклидовости. Метод Руффини-Горнера. Интерполяция Лагранжа над полем. Делимость полиномов. Алгоритм Евклида над полем. Неприводимые сомножители полиномов. Отделение и аппроксимация корней полиномиальных уравнений. Теорема Фурье и метод Штурма отделение вещественных корней.	

2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Системы линейных уравнений (СЛУ)	Метод Гаусса решения системы линейных уравнений (СЛУ). Алгоритм нахождения фундаментальной совокупности решений системы линейных однородных уравнений (СЛОУ). Алгоритм нахождения основной системы решений СЛУ.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
2	Матрицы	Нахождение ранга матрицы с помощью элементарных преобразований над ее рядами. Операции над матрицами: сложение и вычитание матриц, умножение матриц на числа и умножение матриц.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
3	Определители	Перестановки n символов, их четность. Подстановки n символов, их четность и нечетность. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований над его рядами. Разложение определителя по строке (столбцу). Применение формулы обратной матрицы. Применение теоремы Лапласа. Правило Крамера решения определенной СЛУ. Метод окаймления миноров нахождения ранга матрицы и базисного минора. Обобщенное правило	Проверка домашнего задания, контрольная работа.

		Крамера решения произвольной СЛУ.	
4	Отображения множеств	Преобразования множества, их формальная запись и умножение. Подстановки множеств, их формальная запись, умножение подстановок. Единичная и обратная подстановки.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
5	Алгебраические системы	Задачи на классификацию группоидов. Таблица Кэли группоида, примеры. Операции в симметрическом моноиде преобразований и в симметрической группе подстановок n-элементного множества. Классификация колец. Примеры векторных пространств и алгебр над произвольными полями.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
6	Комплексные числа (КЧ)	Действия над КЧ в алгебраической форме и в тригонометрической форме. Возведение КЧ в степень с использованием формулы Муавра.. Действия над КЧ в комплексной плоскости с помощью циркуля и линейки. Извлечение корней из КЧ. Отыскание первообразных корней из единицы.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
7	Многочлены	Операции над многочленами с одной переменной. Деление с остатком в кольце многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД многочленов. Схема Горнера и ее применения. Задачи на применение формул Виета и построение интерполяционного многочлена Лагранжа. Алгоритм отделения кратных корней многочлена.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
8	Векторные пространства	Задачи на применение критерия подпространства векторного пространства. Отыскание максимальной линейно независимой подсистемы (базы) системы векторов и линейных выражений векторов системы через векторы найденной базы. Отыскание базиса линейной оболочки и координат вектора в заданном базисе.. Построение матрицы перехода от одного базиса пространства к другому. Нахождение координат вектора в различных базисах. Нахождение базиса суммы и пересечения подпространств арифметического пространства строк.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
9	Евклидово и унитарное пространства	Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Нахождение ортонормированного базиса линейной оболочки. Отыскание базиса ортогональное дополнение к линейной оболочке. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей вектора на подпро-	Проверка домашнего задания, контрольная работа.

		странство.	
10	Линейные отображения векторных пространств	Построение матрицы линейных отображений (операторов). Изменение матрицы отображения (оператора) при переходе к другим базисам. Отыскание собственных значений и собственных векторов линейных операторов. Нахождение характеристический многочлена матрицы (оператора). Теорема Гамильтона-Кэли и ее применение для нахождения обратной матрицы. Отыскание минимального многочлена матрицы (оператора). Корневые подпространства относительно линейного оператора. Определение вида жордановой нормальной формы матрицы оператора.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, слушание доклада.
11	Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств	Построение матрицы сопряженного оператора в заданном базисе унитарного или евклидова пространства. Отыскание базиса из собственных векторов для нормального оператора унитарного пространства. Классификация операторов унитарного (эрмитов и унитарный) и евклидова (симметрический и ортогональный).	Проверка домашнего задания, контрольная работа, слушание доклада.
12	Квадратичные формы	Приведение квадратичной формы к каноническому, а затем и к нормальному виду методом Лагранжа. Отыскание индексов инерции и сигнатуры действительной квадратичной формы. Разложение квадратичной формы в произведение двух линейных форм. Применение критерия Сильвестра для положительно и отрицательно определенных действительных квадратичных форм. Приведение действительной квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, слушание доклада.

13	Элементы многомерной геометрии	Задачи на определение аффинных и декартовых координат, на нахождение расстояний между точками. Плоскость в аффинном пространстве, параметрическое задание и задание системой точек в общем расположении. Общие уравнения плоскости в евклидовом точечном пространстве, взаимное расположение плоскостей. Луч, отрезок, полупространство и полуплоскость в евклидовом точечном пространстве, перпендикуляр к плоскости. Преобразования координат. Движения, их аналитическое задание, группа движений. Виды движений, их классификация.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, слушание доклада.
14	Классические алгоритмы и их сложность	Модель чисел с плавающей точкой, реализация на компьютере множества F. Деление больших чисел, реализация на компьютере. Счетчики в системе с заданным основанием, реализация на компьютере. Алгоритм Евклида, нахождение НОД, реализация на компьютере.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, слушание доклада.
15	Группы, кольца, поля, вычислительны аспекты	Симметрическая группа, реализация на компьютере. Кольцо вычетов Z_n, реализация на компьютере. Поле с конечным числом элементов GF(n)., реализация на компьютере	Проверка домашнего задания, контрольная работа, слушание доклада.
16	Элементы теории чисел	Алгоритм Евклида и цепные дроби. Разложение целых чисел на множители. Функция Эйлера, свойства. Алгоритм генерации простых чисел. Тесты простоты. Разложение на множители больших целых чисел.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, слушание доклада.
17	Основные сведения о полиномах	Списочное представление полиномов. Метод Руффини-Горнера, интерполяция Лагранжа над полем. Отделение и аппроксимация корней полиномиальных уравнений.	Проверка домашнего задания, слушание доклада.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы (источники литературы из из списков в пунктах 5.1-2 и 6)
1	2	3
1.	Системы линейных уравнений (СЛУ)	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
2.	Матрицы	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
3.	Определители	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
4.	Отображения множеств	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
5.	Алгебраические системы	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
6.	Комплексные числа (КЧ)	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
7.	Многочлены	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
8.	Векторные пространства	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
9.	Евклидово и унитарное пространства	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
10.	Линейные отображения вектор-	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры

	ных пространств	протокол № 1 от 31.08.2017 г.
11.	Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
12.	Квадратичные формы	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
13.	Элементы многомерной геометрии	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
14.	Классические алгоритмы и их сложность	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
15.	Группы, кольца, поля, вычислительны аспекты	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
16.	Элементы теории чисел	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.
17.	Основные сведения о полиномах	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
– в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3 Образовательные технологии

К образовательным технологиям относятся лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, коллоквиумы и экзамены. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому практическому занятию. В каждом из первых трех семестров проводится коллоквиум по теоретическому материалу и контрольные работы по практическому материалу. Экзамен сдается студентом только после решения заданий контрольных работ и выполнения работы по самостоятельному изучению предложенных преподавателем разделов курса. В ходе лекционных и практических занятий предполагается использование компьютерных технологий (презентации по некоторым темам курса). Студенты второго курса (в третьем и четвертом семестре) более активно начинают работать с современной научной математической литературой по алгебре и ее приложениям, самостоятельно готовя доклады по определенной тематике (указанной в пункте 2.3 во втором абзаце содержания темы) как на практические занятиях, так и в форме письменного отчета.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Фундаментальная и компьютерная алгебра» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, как на лекционных и на практических занятиях в ходе дискуссий или же в процессе докладов с использованием компьютерных технологий.

3.1. Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными, творческие доклады. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, обсудить доклад, высказать своё мнение. Основной объем использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий, как на лекционных, так и на практических занятиях.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

1. Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
2. Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Обсуждение логической составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контр-примеров.
5. Самостоятельное составление студентами опорных заданий по теме, характеризующих глубину понимания студентами соответствующего материала.

3.2. Доклад (презентация)

Применение на занятии компьютерных технологий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса фундаментальной и компьютерной алгебры более глубоко освоить некоторые понятия и доказательства утверждений. В этой связи определенные лекционные и практические занятия преподавателю целесообразно проводить в виде презентации. Также в таком виде на практических занятиях по некоторым темам студенты 2-го курса могут представлять и свои доклады.

Семестр	**Вид занятия (Л, ЛЗ)**	**Используемые интерактивные образовательные технологии**	**Количество часов**
1	*Л*	«Классификация алгебраических систем» (раздел 5) − *лекция в виде презентации.*	2
1	*ЛЗ*	«Метод Гаусса решения системы линейных уравнений» (раздел 1) − *лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора.*	2
2	*Л*	«Основная теорема алгебры» (раздел 7) – *лекция в виде презентации.*	2
2	*ЛЗ*	«Координаты вектора, их изменение при переходе к другому базису»» (раздел 8) – *лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора в режиме слайд-шоу.*	2
3	*Л*	«Собственные векторы и собственные значения линейного оператора» (раздел 10) – *лекция в виде презентации.*	2
3	*ЛЗ*	«Алгоритм приведения вещественной квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных» (раздел 12) – *лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора.*	2
4	*Л*	«Отделение и аппроксимация корней полиномиальных уравнений» (раздел 17) – *лекция в виде презентации.*	
4	*ЛЗ*	«Представление иррациональных чисел в виде цепной дроби» (раздел 16) – *лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора в режиме слайд-шоу.*	
Итого:			16

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

4.1.1 Примерные контрольные работы

В первом семестре перед контрольными работами сначала проводится самостоятельная (проверочная) работа (октябрь), которая длится 45 минут (5 заданий, каждое из которых оценивается в 3 балла; нижний порог – 6 баллов, на высшую оценку надо набрать 13 баллов; разрешается использовать конспекты практических занятий). Цель самостоятельной работы состоит в ознакомлении студентов первого курса с требованиями, предъявляемыми к написанию и оцениванию преподавателем контрольных работ.

Самостоятельная (проверочная) работа в первом семестре

1. С помощью элементарных преобразований над уравнениями приведите систему линейных уравнений (*) к ступенчатому виду и затем выразите главные неизвестные через свободные неизвестные.
2. Найдите фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений, ассоциированной с системой (*).
3. Опишите множество решений системы линейных однородных уравнений, ассоциированной с системой (*).
4. Найдите общее решение системы (*).
5. Найдите основные решения системы (*).

$$\begin{cases} x_1 & & -x_3 & & -x_5 & = & 1 \\ x_1 & +2x_2 & & & +x_5 & = & 1 \\ x_1 & +2x_2 & & +x_4 & +2x_5 & = & 2 \\ 2x_1 & +2x_2 & -x_3 & +x_4 & +x_5 & = & 3 \end{cases} \quad (*)$$

Контрольная работа в первом семестре

(темы разделов 1 – 3 из таблицы пункта 2.3.3)

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.
2. Найти фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений.
3. Произвести действия над матрицами.
4. Вычислить определитель с помощью элементарных преобразований.
5. Вычислить определитель разложением по данной системе строк (столбцов) с использованием теоремы Лапласа.
6. Найти обратную матрицу с помощью элементарных преобразований над строками и по формуле.
7. Решить систему линейных уравнений матричным методом.
8. Вычислить ранг матрицы методом окаймления минорами.
9. Показать, что данная система строк образует базис арифметического пространства R^3 и найти координаты данной строки в этом базисе.
10. Решить систему линейных уравнений по обобщенному правилу Крамера.

Контрольная работа №1 во втором семестре

(темы разделов 6 – 7 из таблицы пункта 2.3.3)

1. Произвести действия над комплексными числами в алгебраической форме.
2. Найти комплексные корни квадратного уравнения и записать их в алгебраической форме.
3. Представить комплексное число в тригонометрической форме.
4. Вычислить степень комплексного числа по формуле Муавра.
5. Извлечь корень заданной степени из комплексного числа.
6. Найти наибольший общий делитель (НОД) многочленов.
7. Выразить линейно НОД через многочлены.
8. Разложить многочлен по степеням данного бинома.
9. Отделить кратные корни многочлена.
10. Используя интерполяционную формулу Лагранжа, найти по заданным значениям многочлен.

Контрольная работа №2 во втором семестре

(темы разделов 8 – 9 из таблицы пункта 2.3.3)

1. Найти максимальную независимую подсистему системы векторов и выразить линейно все векторы системы через векторы найденной подсистемы.
2. Найти базис линейной оболочки и выяснить лежит ли данный вектор в этой оболочке.
3. Даны два базиса пространства. Зная координаты вектора в одном базисе, найти его координаты в другом.
4. Найти базис суммы подпространств и определить размерность их пересечения.
5. Найти базис пересечения подпространств и определить размерность их суммы.
6. Выяснить является ли сумма данных подпространств некоторого пространства прямой суммой.
7. Ортогонализовать систему векторов данного евклидова пространства.
8. Найти базис ортогонального дополнения к данному подпространству евклидова пространства.
9. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора на подпространство евклидова пространства.
10. В унитарном пространстве найти длины двух данных векторов и угол между ними.

Контрольная работа № 1 в третьем семестре

(темы разделов 10 – 11 из таблицы пункта 2.3.3)

1. Найти базисы образа и ядра линейного оператора, заданного своей матрицей в стандартном базисе пространства R^n.
2. Зная матрицу оператора в одном базисе, найти его матрицу в другом базисе этого же пространства.
3. Найти характеристический и минимальный многочлены оператора, заданного своей матрицей в некотором базисе.
4. Найти собственные значения и соответствующие им собственные векторы опера-

тора, заданного своей матрицей в стандартном базисе.

5. Определить жорданову нормальную форму матрицы оператора, действующего в пространстве C^3.
6. Найти матрицу сопряженного оператора к сумме (разности, произведению) двух операторов, заданных матрицами в некотором ортонормированном базисе евклидова пространства.
7. Найти матрицу сопряженного оператора в данном не ортонормированном базисе, зная его матрицу в этом базисе.
8. Показать, что данный оператор унитарного пространства, заданный своей матрицей в ортонормированном базисе, является нормальным и найти ортонормированный базис из его собственных векторов.
9. Проверить, является ли оператор, заданный матрицей в некотором базисе евклидова пространства, ортогональным.
10. Показать, что оператор унитарного пространства, заданный своей матрицей в некотором базисе, является эрмитовым.

Контрольная работа № 2 в третьем семестре

(темы разделов 12 – 13 из таблицы 2.3.3)

1. Привести действительную квадратичную форму к нормальному виду, используя метод Лагранжа.
2. Найти индексы инерции и сигнатуру данной действительной квадратичной формы и показать, что она эквивалентна форме из задания 1.
3. Привести комплексную квадратичную форму к сумме квадратов.
4. Показать, что данная квадратичная форма является распадающейся.
5. Определить в данном списке действительных квадратичных форм, какие из них являются положительно или отрицательно определенными.
6. Указать ортогональное преобразование переменных, приводящее данную квадратичную форму к каноническому виду.
7. Для плоскости точечного евклидова пространства, заданной системой уравнений, указать какую-нибудь систему точек, задающих ее в общем расположении.
8. Определить угол между данной прямой и данной плоскостью евклидова точечного пространства.
9. Найти расстояние от данной точки до гиперплоскости, заданной системой точек в общем расположении в евклидовом точечном пространстве.
10. Найти угол между плоскостями в евклидовом точечном пространстве, заданными системами уравнений.

Контрольная работа в четвертом семестре

(темы разделов 14 – 16 из таблицы пункта 2.3.3)

Контрольная работа в четвертом семестре

1. Оценить количество одноразрядных умножений, используемых при умножении столбиком m-значного числа на n-значное.

2. Показать, что два двузначных числа можно перемножить, используя только 3 умножения однозначных чисел и увеличив число сложений.
3. Найти алгоритм деления длинных чисел, не требующий большого перебора при нахождении первой цифры частного.
4. Показать, что кольцо вычетов по модулю p^2 не изоморфно полю из p^2 элементов.
5. Для заданной матрицы размера p^2 на p^2, где $p=2$ или $p=3$, проверить, является ли она таблицей умножения в поле GF(p^2)при какой-либо нумерации элементов этого поля.
6. Установить взаимно однозначное соответствие между множеством рациональных дробей и некоторым подмножеством бесконечных периодических m-ичных дробей.
7. Доказать, что любое положительное рациональное число $0 < \alpha < 1$ можно представить в виде суммы обратных величин различных натуральных чисел. Показать, что такое представление не единственно.

4.1.2 Примерный перечень тем докладов

Третий семестр

1. Базисный минор матрицы. Нахождение ранга матрицы методом окаймления минорами.
2. Теорема Лапласа и следствия из нее.
3. Определитель произведения матриц, формулировка теоремы Бине-Коши.
4. Обобщенное правило Крамера решения произвольной системы линейных уравнений.
5. Теорема Штурма и ее применение при отделении действительных корней многочлена из $R[x]$.
6. Кольцо многочленов от многих переменных, лексикографическое упорядочение членов многочлена. Кольцо симметрических многочленов.
7. Основная теорема о симметрических многочленах.
8. Фактор-пространство.
9. Линейные функции на векторном пространстве, их определяемость образами базиса.
10. Сопряженное пространство, дуальный базис, естественный изоморфизм.
11. Кольцо классов вычетов, критерий поля.
12. Поле алгебраических чисел.
13. Подгруппоиды, подкольца и подпространства, примеры. Понятие об изоморфизме алгебраических систем.
14. Формула Эйлера. Логарифмическая и показательная функции комплексных переменных.
15. Инвариантные подпространства линейного оператора, разложение пространства в прямую сумму инвариантных подпространств. Прямая сумма линейных операторов.
16. Корневые подпространства линейного оператора, действующего над полем C. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств линейного оператора.

17. Алгоритм нахождения базиса, в котором матрица линейного оператора имеет ЖНФ.
18. Минимальный многочлен и ЖНФ. Критерий диагонализируемости линейного оператора, действующего в пространстве над полем *C*.
19. Положительно (неотрицательно) определенные эрмитовы операторы, свойства. Арифметический корень из неотрицательно определенного эрмитова оператора.
20. Разложение унитарного (евклидова) пространства в прямую сумму ядра данного линейного оператора и образа сопряженного к нему оператора.
21. Биортонормированные базисы унитарного (евклидова) пространства, связь между матрицами оператора и сопряженного к нему оператора.
22. Построение сингулярных базисов для линейного отображения унитарных пространств. Разложения линейных операторов унитарного пространства.
23. Понятие о полилинейной функции на векторном пространстве. Представление полилинейной функции в виде полилинейной формы в фиксированном базисе пространства.
24. Линейные, билинейные и полуторалинейные функции, их формы.
25. Симметрические формы и их связь с квадратичными формами.

Четвертый семестр

1. Модель чисел с плавающей точкой, преимущества, недостатки.
2. Ошибки округления, нарушение ассоциативности.
3. Точная целочисленная арифметика, вычислительная модель.
4. Классические алгоритмы целочисленной арифметики.
5. Деление больших чисел.
6. Алгоритм Евклида нахождение НОД.
7. Классические алгоритмы полиномиальной арифметики и их сложность.
8. Отношение эквивалентности.
9. Отображения и алгебраические системы.
10. Группы. Кольца. Поля.
11. Поля с конечным числом элементов.
12. Алгоритм Евклида и цепные дроби.
13. Представление иррациональных чисел в виде цепной дроби.
14. Разложение целых чисел на множители.
15. Простые числа. Основная теорема Арифметики.
16. Функция Эйлера, свойства.
17. Алгоритм генерации простых чисел.
18. Целые числа по модулю m.
19. Вычеты, свойства.
20. Разложение на множители больших целых чисел.
21. Метод Руффини-Горнера.
22. Интерполяция Лагранжа над полем.
23. Делимость полиномов.
24. Алгоритм Евклида над полем.
25. Неприводимые сомножители полиномов.
26. Отделение и аппроксимация корней полиномиальных уравнений.

4.1.3 Коллоквиумы

К текущей форме контроля относятся коллоквиумы. В каждом из семестров 1 – 3 проводится коллоквиум в целях закрепления студентами знаний теоретического материала. Коллоквиум может проводиться в устной и в письменной форме. При этом студент должен подготовить письменно ответ (для устной формы – тезисы ответа) на два вопроса из примерного перечня теоретических вопросов к экзамену, который приведен ниже в пункте 4.2.1. Положительный ответ студента может быть учтен при сдаче экзамена.

Коллоквиум	**1-й вопрос из перечня в пункте 4.2.1 среди вопросов под номерами**	**2-й вопрос из перечня в пункте 4.2.1 среди вопросов под номерами**	**Номера контролируемых разделов в таблице 2.3**
1-й семестр	15 – 29	30 – 39	3 – 5
2-й семестр	10 – 25	26 – 41	7 – 9
3-й семестр	1 – 14	15 – 28	10 – 11

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация в каждом из четырех семестров проводится в форме экзамена.

4.2.1 Примерный перечень вопросов к экзаменам

Первый семестр

1. Системы линейных уравнений и связанные с ними понятия.

2. Элементарные преобразования над уравнениями системы линейных уравнений. Понятие об эквивалентности систем (иллюстрация).

3. Схема доказательства теоремы об эквивалентности систем линейных уравнений.

4. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.

5. Исследование системы линейных уравнений ступенчатого вида.

6. Арифметическое пространство строк $\boldsymbol{R}^{n}$, подпространство.

7. Система однородных линейных уравнений (лемма и следствие из нее).

8. Пространство решений системы однородных линейных уравнений, фундаментальная система решений.

9. Алгоритм нахождения фундаментальной системы решений системы однородных линейных уравнений (иллюстрация).

10. Связь между множествами решений неоднородной и ассоциированной с ней однородной системы линейных уравнений.

11. Алгоритм нахождения основных решений системы линейных уравнений (иллюстрация).

12. Матрицы, их виды и связанные с ними понятия.

13. Сложение (вычитание) матриц и умножение матриц на числа, свойства.

14. Умножение матриц, свойства.

15. Перестановки n символов, их число. Четность перестановки и ее изменение при транспозиции. Число четных и нечетных перестановок.

16. Подстановки n-й степени, их число. Умножение подстановок (зависимость результата от выбора терминологии).

17. Четность подстановок n-й степени, ее независимость от вида записи подстановки. Число четных и нечетных подстановок.

18. Определение определителя n-го порядка. Правила Сарриуса.

19. Свойства определителей.

20. Алгоритм вычисления определителя с помощью элементарных преобразований над строками и столбцами. Примеры. Критерий равенства определителя нулю.

21. Разложение определителя по строке (столбцу).

22. Обратная матрица, вывод ее формулы. Два способа вычисления обратной матрицы.

23. Формулировка теоремы Лапласа. Следствия из теоремы.

24. Определитель произведения матриц, формулировка теоремы Бине-Коши. Примеры.

25. Ранг системы строк пространства $\boldsymbol{R}^{\boldsymbol{n}}$.

26. Приведение матрицы с помощью элементарных преобразований над её рядами к каноническому виду (иллюстрация).

27. Метод окаймления миноров (иллюстрация).

28. Правило Крамера решения системы линейных уравнений (иллюстрация).

29. Теорема Кронекера-Капелли (формулировка). Обобщенное правило Крамера решения системы линейных уравнений (иллюстрация).

30. Отображения множеств и связанные с ними понятия. Примеры.

31. Виды отображений множеств с иллюстрацией на примерах.

32. Преобразования множества, их умножение. Симметрический моноид преобразований.

33. Подстановки множества, их умножение. Симметрическая группа подстановок.

34. Группоиды, их виды и простейшие утверждения.

35. Терминология в теории группоидов. Примеры группоидов различных видов.

36. Определение кольца и определение поля. Пример поля и пример кольца, не являющегося полем.

37. Виды колец, примеры колец различных видов.

38. Определение векторного пространства над полем, примеры векторных пространств.
39. Определение алгебры над полем, примеры алгебр.

Второй семестр

1. Построение поля комплексных чисел.
2. Алгебраическая форма записи комплексного числа и связанные с нею понятия.
3. Сопряжение комплексных чисел, свойства.
4. Модуль комплексного числа, неравенство треугольника.
5. Тригонометрическая форма записи комплексного числа, мультипликативные свойства модуля и аргумента.
6. Действия над комплексными числами в комплексной плоскости с помощью циркуля и линейки.
7. Формула Муавра.
8. Извлечение корней из комплексных чисел.
9. Циклическая группа корней n-й степени из единицы.
10. Кольцо многочленов от одной переменной.
11. Деление с остатком в кольце многочленов.
12. Делимость многочленов, свойства.
13. НОД и НОК многочленов, алгоритм Евклида.
14. Первая формулировка теоремы Безу. Схема Горнера и некоторые ее применения.
15. Вторая формулировка теоремы Безу. Кратность корня многочлена. Примеры.
16. Отделение кратных корней многочлена.
17. Эквивалентные формулировки основной теоремы алгебры.
18. Формулы Виета.
19. Каноническое представление многочленов в R[x] и C[x].
20. Интерполяционная формула Лагранжа.
21. Линейная зависимость и независимость системы векторов векторного пространства, простейшие свойства.
22. Лемма о количестве векторов в линейной независимой системе, являющихся линейными комбинациями векторов другой системы.
23. Максимальная линейно независимая подсистема, ранг системы векторов.
24. Базис векторного пространства, размерность.
25. Матрица перехода от одного базиса пространства к другому, ее свойства.
26. Координаты вектора в заданном базисе и их изменение при переходе к другому базису пространства.
27. Изоморфизм векторных пространств.

28. Теорема о размерности суммы и пересечении подпространств.
29. Прямая сумма подпространств.
30. Евклидово пространство, свойства скалярного произведения.
31. Неравенство Коши – Буняковского.
32. Метрические соотношениия в евклидовом пространстве.
33. Ортогональная и ортонормированная системы векторов евклидова пространства, некоторые свойства.
34. Процесс ортогонализации Грамма – Шмидта системы векторов евклидова пространства.
35. Существование ортонормированного базиса в конечномерном евклидовом пространстве. Действия над векторами в координатной форме.
36. Ортогональное дополнение к подпространству конечномерного евклидова пространства, разложение пространства в прямую сумму подпространства и ортогонального дополнения к нему.
37. Ортогональная проекция вектора на подпространство.
38. Евклидов изоморфизм.
39. Унитарное пространство, свойства скалярного произведения.
40. Метрические соотношения в унитарном пространстве, неравенство Шварца.
41. Вопросы, связанные с ортогональностью в унитарном пространстве.

Третий семестр

1. Линейные отображения и операторы векторных пространств.
2. Матрица линейного отображения в некоторых базисах пространств. Координаты образа вектора при его линейном отображении.
3. Изменение матрицы линейного отображения (оператора) при изменении базисов пространств.
4. Образ и ядро линейного отображения.
5. Ранг и дефект линейного отображения, их сумма.
6. Пространство линейных отображений, алгебра линейных операторов.
7. Невырожденное линейное отображение. Полная линейная группа невырожденных линейных операторов.
8. Изоморфизм пространства линейных отображений пространству прямоугольных матриц.
9. Изоморфизм алгебры (группы невырожденных) операторов алгебре (группе с ненулевым определителем) квадратных матриц.
10. Инвариантные подпространства линейных операторов, инвариантность образа и ядра операторного многочлена.
11. Прямая сумма линейных операторов.
12. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов, собственные подпространства.

13. Диагонализируемые линейные операторы.
14. Характеристический многочлен квадратной матрицы (оператора).
15. Разложение пространства в прямую сумму инвариантных подпространств относительно оператора с помощью многочленов.
16. Корневые подпространства линейного оператора.
17. Теорема Гамильтона – Кэли.
18. Минимальный многочлен оператора.
19. Понятие о жордановой нормальной форме матрицы оператора.
20. Минимальный многочлен и ЖНФ матрицы оператора, критерий диагонализируемости оператора.
21. Сопряженное отображение к линейному отображению унитарных (евклидовых) пространств, его существование и единственность.
22. Матрица сопряженного отображения в ортонормированных базисах.
23. Разложение унитарного (евклидова) пространства в прямую сумму ядра оператора и образа сопряженного оператора.
24. Теорема Шура для линейного оператора унитарного пространства.
25. Нормальный оператор унитарного пространства, существование для него ортонормированного базиса из собственных векторов.
26. Унитарный оператор унитарного пространства, критерии унитарности оператора.
27. Эрмитов оператор унитарного пространства, критерии.
28. Ортогональный и симметрический операторы евклидовых пространств, свойства.
29. Квадратичная форма, ее матрица и ранг. Изменение матрицы формы при линейном преобразовании переменных.
30. Приведение квадратичной формы методом Лагранжа к каноническому виду.
31. Нормальный вид квадратичных форм.
32. Закон инерции действительных квадратичных форм.
33. Распадающиеся квадратичные формы.
34. Положительно определенные квадратичные формы, критерий.
35. Приведение действительной квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных.
36. Аффинное и евклидово точечное пространства, аффинные и декартовы координаты.
37. Плоскость в аффинном пространстве, параметрическое задание и задание системой точек в общем расположении.
38. Общие уравнения плоскостей в евклидовом точечном пространстве, взаимное расположение плоскостей.
39. Преобразования координат. Движения, их аналитическое задание.
40. Виды движений, их классификация.
41. Аффинные преобразования аффинных точечных пространств, геометрический смысл определителя аффинного преобразования.
42. Квадрики, их аффинная классификация.

43. Теоретико-групповая точка зрения на геометрию.

Четвертый семестр

1. Компьютерная алгебра и численный анализ.
2. Модель чисел с плавающей точкой, преимущества, недостатки.
3. Ошибки округления, нарушение ассоциативности.
4. Точная целочисленная арифметика, вычислительная модель.
5. Алгоритмы и их сложность.
6. Классические алгоритмы целочисленной арифметики.
7. Деление больших чисел.
8. Счетчики в системе с заданным основанием.
9. Алгоритм Евклида. Оценка сложности.
10. Отношение эквивалентности.
11. Отображения и алгебраические системы.
12. Группы. Кольца. Поля.
13. Поля с конечным числом элементов.
14. Делимость целых чисел. Оценки наихудшего случая.
15. Алгоритм Евклида и цепные дроби.
16. Представление иррациональных чисел в виде цепной дроби.
17. Разложение целых чисел на множители.
18. Простые числа. Основная теорема Арифметики.
19. Функция Эйлера, свойства.
20. Алгоритм генерации простых чисел.
21. Целые числа по модулю m. Вычеты, свойства.
22. Применение линейных сравнений по модулю m.
23. Теоремы Ферма, Эйлера, Вильсона.
24. Греко-китайская теорема об остатках.
25. Разложение на множители больших целых чисел.
26. Списочное представление полиномов.
27. Классические алгоритмы полиномиальной арифметики и их сложность.
28. Метод Руффини-Горнера.
29. Интерполяция Лагранжа над полем.
30. Делимость полиномов.
31. Алгоритм Евклида над полем.
32. Неприводимые сомножители полиномов.
33. Отделение и аппроксимация корней полиномиальных уравнений.

4.2.2 Список типовых практических заданий (для лабораторных занятий, контрольных работ и экзаменов)

1. Найдите множество решений системы линейных уравнений
$$\begin{cases} x_1 & -4x_2 & -x_3 & +3x_4 & =-3 \\ -2x_1 & +8x_2 & +3x_3 & -8x_4 & =8 \\ -x_1 & +4x_2 & +2x_3 & -5x_4 & =5 \end{cases}.$$

2. Найдите фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} x_1 & -4x_2 & -x_3 & +3x_4 & =0 \\ -2x_1 & +8x_2 & +3x_3 & -8x_4 & =0 \\ -x_1 & +4x_2 & +2x_3 & -5x_4 & =0 \end{cases}.$$

3. Вычислите матрицу $AB-2C$, где $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

4. С помощью элементарных преобразований найдите матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

5. По формуле найдите матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

6. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 4x & -5y & =4 \\ 5x & +2y & =3 \end{cases}$ матричным способом.

7. Разложите определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ a & b & c \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ по буквенному ряду.

8. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x & -7y & =3 \\ 4x & +3y & =5 \end{cases}$ по правилу Крамера.

9. С помощью элементарных преобразований вычислите определитель $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 6 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

10. Методом окаймления миноров вычислите ранг матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -2 & 1 \\ -4 & 6 & -2 & 4 & -2 \\ 4 & -6 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

11. По обобщенному правилу Крамера решите систему линейных уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 1 \\ -4x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 4x_4 = -2 \\ 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найдите какую-нибудь максимальную линейно независимую подсистему системы строк u_1, u_2, u_3, u_4, где

$u_1 =$ (3;–2; 1;–2),
$u_2 =$ (6;–4; 2;–4),
$u_3 =$ (3;–2; 1;–3),
$u_4 =$ (6;–4; 2;–3).

13. Строки u_1, u_2, u_3, u_4 выразите линейно через строки подсистемы, найденной в задании 12.

14. В линейной оболочке L (u_1, u_2, u_3, u_4) найдите такой базис, чтобы сумма компонент каждой его строки была равна 3.

15. Покажите, что система строк v_1, v_2, v_3 образует базис пространства R^3 и найдите координаты вектора v в этом базисе, где

$v_1 =$ (2; 1; 2),
$v_2 =$ (3; 1; 1),
$v_3 =$ (2; 2; 1),
$v =$ (1;–2; 1).

16. Представьте в алгебраической форме комплексное число

$$u=\frac{3-2i+(1-i)(1+2i)}{2-i}$$

17. Решить уравнение $x^2-(4+i)x+5-i=0$ и записать его комплексные корни в алгебраической форме.

18. Представить комплексное число $z=\dfrac{\sqrt{3}i-1}{1-i}$ в тригонометрической форме.

19. Представить комплексное число $z = \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{1 - i} \right)^{10}$ в алгебраической форме.

20. Выписать все комплексные корни пятой степени из числа $z = \frac{\sqrt{3}i - 1}{1 - i}$.

21. Найти частное и остаток при делении многочлена $x^5 + 5x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 3x + 1$ на многочлен $5x^4 + 20x^3 + 18x^2 - 4x - 3$.

22. Разложить многочлен $2x^3 - 3x^2 + 1$ по степеням бинома $x+3$.

23. Найти рациональные корни многочлена $3x^4 - 8x^3 + 7x^2 - 8x + 4$ и определить их кратность.

24. Найдите наибольший общий делитель $f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 - x + 3$ и $g(x) = x^3 - 1$.

25. Найдите линейное представление наибольшего общего делителя многочленов $f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 - x + 3$ и $g(x) = x^3 - 1$.

26. Данный многочлен $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$ представить в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов.

27. Найти ортонормированный базис подпространства $U = L(a_1, a_2)$ евклидова пространства R^4, где a_1=(1,0,-2,2), a_2=(2,3,-4,4).

28. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора b = (3,1,0,3) на подпространство L((1,0,-2,2), (2,3,-4,4)).

29. Найти базис ортогонального дополнения в R^4 к подпространству $L(a_1, a_2)$, где a_1=(1,0,-2,2), a_2=(2,3,-4,4).

30. Найти косинус угла между векторами $c_1=(2+i, -2)$ и $c_2=(1+i, 1-i)$ унитарного пространства C^2.

31. Найти какой-нибудь вектор единичной длины в унитарном пространстве C^2, который ортогонален вектору $c = (2+i, -2)$ и имеет вещественную первую компоненту.

32.Привести вещественную квадратичную форму $2x_1x_2 - x_2^2$ методом Лагранжа к каноническому, а затем и нормальному виду.

33. Определить ранг, индексы инерции и сигнатуру данной квадратичной формы $2x_1x_2 - x_2^2$.

34. Разложить в произведение двух вещественных линейных форм квадратичную форму $3x_1^2 + 4x_2^2 - x_3^2 + 8x_1x_2 + 2x_1x_3$.

35. Выяснить, какое из двух отображений R^3 в R^2, определенных по правилам $(x_1, x_2,) \mapsto (x_2-1,\ x_1+x_2)$ и $(x_1,\ x_2) \mapsto (2x_2,\ 2x_1-x_2)$ $\forall\, x_1,x_2 \in R$, является линейным оператором и указать его матрицу в стандартном базисе пространства R^2.

36. Линейный оператор A пространства R^2 в базисе $q_1 =(0,1)$, $q_2 =(1,1)$ имеет матрицу $[A]_q= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, а линейный оператор B того же пространства в стандартном базисе e_1,e_2 – матрицу $[B]_e = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $[AB\text{-}2A]_q$.

37. Матрица $\begin{pmatrix} 4 & 2 & -5 \\ 6 & 4 & -9 \\ 5 & 3 & -7 \end{pmatrix}$ является матрицей линейного оператора пространства R^3 в стандартном базисе. Найдите собственные значения и все соответствующие им собственные векторы оператора.

38. Линейные оператор A пространства C^2 в базисе $q_1 =(-1,0)$, $q_2 =(1,-1)$ имеет матрицу $[A]_q = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & i \end{pmatrix}$. Найти матрицу $[A^*]_q$.

39. Выяснить, какие из следующих четырех линейных операторов пространства C^2, имеющих матрицы вида $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ в стандартном базисе, являются нормальными, унитарными или эрмитовыми.

40. Указать ортогональное преобразование переменных, приводящее вещественную квадратичную форму $5x_1^2 + 8x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 4x_2x_3$ к каноническому виду.

41. Линейные подпространства L_1 и L_2 пространства R^4 натянуты на системы векторов a_1, a_2, a_3 и b_1, b_2, b_3 соответственно. Найти базис суммы и размерность пересечения подпространств L_1 и L_2, где

$$a_1 = (1;1;1;1),\ a_2 = (1;1;-1;-1),\ a_3 = (1;-1;1;-1),$$
$$b_1 = (1;-1;-1;1),\ b_2 = (2;-2;0;0),\ b_3 = (3;-1;1;1)$$

42.Найти базис пересечения подпространств L_1 и L_2 из задания 41.

43. Найти жорданову нормальную форму матрицы линейного оператора пространства R^3, матрица которого в стандартном базисе имеет вид $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & -4 \end{pmatrix}$.

44. Найти базис пространства R^3, в котором матрица оператора из задания 43 имеет жорданову нормальную форму.

45. Найти собственные подпространства оператора $A : R^3 \to R^3$, матрица которого в стандартном базисе имеет вид $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}$.

46. Найти ортонормированный базис, состоящий из собственных векторов оператора A из задания 45.

47. Найти ортогональную матрицу $\boldsymbol{T}$ и диагональную матрицу $\boldsymbol{B}$, для которых выполняется равенство $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{T}$, где $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

48. Выяснить имеет ли уравнение $\boldsymbol{X}^2 = \boldsymbol{A}$ решение в кольце матриц $\boldsymbol{M}_{3x3}(R)$, где $\boldsymbol{A} =$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

49. Показать, что векторы a_1, a_2, a_3, где $a_1 = v_1$, $a_2 = v_2$, $a_3 = v_4$, образуют не ортогональный базис линейного подпространства $U = L(v_1, v_2, v_3, v_4)$ евклидова пространства R^4 и определить координаты вектора v_3 в этом базисе, если

$$v_1 = (1;1;-1;-1),\ v_2 = (2;2;0;0),\ v_3 = (2;0;0;-2),\ v_4 = (1;3;-1;1),$$
$$v = (0;0;-2;2)$$

50. Применить процесс ортогонализации к системе векторов a_1, a_2, a_3 из задания 49.

51. Найти ортонормированный базис подпространства U из задания 49.

52. Найти ортогональную проекцию вектора v на подпространство $U = L(v_1, v_2, v_3, v_4)$ евклидова пространства R^4, где

$$v_1 = (1;1;1;1),\ v_2 = (0;2;0;2),\ v_3 = (2;0;0;2),\ v_4 = (1;1;-1;3),$$
$$v = (2;0;-2;0)$$

53. Найти базисы образа и ядра оператора пространства R^3, у которого матрица в стандартном базисе этого пространства имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & -4 \end{pmatrix}.$$

54. Представить в виде произведения независимых циклов в симметрической группе $\boldsymbol{S_9}$ подстановку $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 4 & 7 & 9 & 3 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}^{-2007}$ и определить ее четность.

55. Построить таблицы Кэли для мультипликативной группы $\sqrt[4]{1}$ и аддитивной группы $\boldsymbol{Z_4}$, доказать изоморфизм этих групп.

56. В аддитивной группе классов вычетов $\boldsymbol{Z_{18}}$ указать все ее подгруппы.

57. Разбить симметрическую группу $\boldsymbol{S_3}$ на левые смежные классы по подгруппе $H=\{e; (23)\}$.

58. Луч точечного евклидова пространства E^3 имеет начало в точке *(1; 0; 1)* и направление вектора *(1; 1; 2)*. Выяснить, пересекает ли он плоскость < *(1; 1; 1), (1; 0; -1)* >, и если пересекает, то указать координаты точки пересечения.

59. Пересекаются ли отрезки AB и CD точечного евклидова пространства E^3, если *A(3; 2; 5), B(-3; 2; 2), C(1; 0; 1)* и *D(-3; 4; 5).*

60. Найти расстояние между теми двумя точками из трех точек *A(1; 0; 1), B(0; 2; -1)* и *C(1; 3; -3)* точечного евклидова пространства E^3, которые лежат в одном и том же полупространстве относительно плоскости, заданной уравнением $x - 2y + z = 1$.

61. Указать возможные координаты конца B отрезка AB, перпендикулярного векторам *(1; 1; 1; 1), (1; -1; 1; -1)* и *(1; -1; -1; 1)*, если *A(1; 2; 3; 4)* и длина отрезка AB равна *5*.

62. Найти точку пересечения двух прямых $a_0 + a_1t$ и $b_0 + b_1t$, если $a_0 = (3;1;2;1;3)$, $a_1 = (1;0;1;1;2)$, $b_0 = (2;2;-1;-1;-2)$, $b_1 = (2;1;0;1;1)$.

63. Найти систему линейных уравнений, задающую плоскость точечного евклидова пространства E^4, проходящую через точки *(1;-1;1;0), (1;1;0;1)* и *(2;0;1;1).*

64. Указать какое-нибудь движение точечного евклидова пространства E^3, отображающее квадрику $(x_1+x_2)(x_1+x_3) = 0$, на квадрику, заданную каноническим уравнением.

65. Для плоскости аффинного пространства E^4, заданной системой уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$, указать какую-нибудь систему точек, задающих ее в общем расположении.

66. Определить угол между данной прямой *(1;1;1;0) + (0;1;0;1)t* и данной плоскостью евклидова *(0;0;0;1) + (1;0;0;1)s +(0;1;1;1)t + (0;0;1;1)r* точечного пространства E^4.

67. Найти расстояние от точки *(1;1;1;1)* до гиперплоскости, заданной системой точек в общем расположении *(0;0;0;1), (1;0;0;1), (0;1;1;1), (0;0;1;1)* в евклидовом точечном пространстве E^4..

68. Найти косинус угла между плоскостью *(1;1;2) +(1;0;1)s + (0;1;1)t* и плоскостью $x_1 + x_2 - 2x_3 = 1$ евклидова точечного пространства E^3.

69. Обозначим $F(k,t,\alpha,\beta)$, (k,t —натуральные, α,β —целые числа зависящие от компьютера) множество чисел вида $f = \pm\left(\frac{d_1}{k} + \frac{d_2}{k^2} + \cdots + \frac{d_t}{k^t}\right)k^{\gamma}$, где для неотрицательных d_i и целых γ выполняются условия: $d_i \le k - 1 \quad (i = 1,2,\dots,t)$ и $\alpha \le \gamma \le \beta$. Числа для которых $d_1 \neq 0$ называются нормализованными.

70. Построить нормализованное множество $F(2,3,-1,2)$ и изобразить его на прямой; показать, что на прямой элементы F распределены неравномерно.
71. Аппроксимация действительных чисел множеством F. Пусть $x \in \mathbb{R}$, если $x \notin F$ и $\delta = \min_{z \in F}|x - z|$, тогда если $y \in F : |x - y| = \delta$, то x отождествляется с y, с ошибкой округления δ. Вычислить ошибки округления чисел $\frac{1}{3}$ и $\frac{\sqrt{2}}{2}$ в $F(2,3,-1,2)$ и $F(2,4,-2,2)$.
72. Создать процедуры реализующие операции (сложение, вычитание, умножение, деление) на $F(2,3,-1,2)$. Показать, что операции на F не ассоциативны.
73. Решить систему алгебраических уравнений второго порядка и вычислить ее невязку.
74. Реализовать модель представления произвольно больших целых чисел в виде списков. Рациональные числа в виде пары длинных целых чисел.
75. Создать процедуры реализующие операции (сложение, вычитание, умножение, деление) с длинными целыми числами (используя классические алгоритмы).
76. Оценить количество одноразрядных умножений, используемых при умножении столбиком m-значного числа на n-значное.
77. Показать, что два двузначных числа можно перемножить, используя только 3 умножения однозначных чисел и увеличив число сложений.
78. Найти алгоритм деления длинных чисел, не требующий большого перебора при нахождении первой цифры частного.
79. Описать алгоритм перевода натуральных чисел из m-ичной системы счисления в n-ичную.
80. Сформулировать и реализовать алгоритм перевода числа из римской записи в десятичную и обратно.
81. Сформулировать и реализовать алгоритм сложения натуральных чисел в римской нумерации.
82. Написать программу, которая по данным (день недели, часы, минуты секунды) определяет, сколько секунд прошло с начала недели и выполняет обратное преобразование.
83. Показать, что кольцо вычетов по модулю p^2 не изоморфно полю из p^2 элементов.
84. Составить таблицу умножения и деления для колец Z_4 и Z_9 и для полей GF(4) и GF(9).
85. Для заданной матрицы размера p^2 на p^2, где p=2 или p=3 , проверить, является ли она таблицей умножения в поле GF(p^2) при какой-либо нумерации элементов этого поля.
86. Реализовать алгоритм деления в кольце вычетов Z_n(учитывая возможность получения неоднозначного результата).
87. Показать, что целые алгебраические числа образуют кольцо.
88. Показать, что целые алгебраические числа образуют поле.
89. Найти минимальный многочлен над Q для $\sqrt{2}+\sqrt{3}$.
90. Доказать, что рациональные числа могут быть представлены бесконечными периодическими m-ичными дробями, причем неоднозначно.
91. Доказать, что любая бесконечная периодическая m-ичная дробь представляет некоторое рациональное число.

92. Доказать, что любое положительное рациональное число $0 < \alpha < 1$ можно представить в виде суммы обратных величин различных натуральных чисел. Показать, что такое представление не единственно.
93. Описать алгоритм, выбирающий из всех возможных представлений такого вида единственное.
94. Дано k взаимно простых натуральных чисел $m_i > 1$. Для любого набора k целых чисел a_i, найти целое $a < \prod_i^k m_i$, такое, что $a = a_i (\mathrm{mod}\, m_i)$, для всех i от 1 до k.
95. Обобщить предыдущую задачу на случай, когда числа не обязательно взаимно просты.
96. Найти все неприводимые над полем Z_n многочлены степени n (n небольшое).
97. Сформулировать и реализовать алгоритм, представляющий любое положительное рациональное число $0 < \alpha < 1$ в виде суммы обратных величин различных натуральных чисел.
98. Установить взаимно-однозначное соответствие между множеством рациональных дробей и некоторым подмножеством бесконечных периодических m-ичных дробей.
99. Сформулировать и реализовать алгоритм перевода рациональных чисел в бесконечные периодические m-ичные дроби и обратно.
100. Сформулировать и реализовать алгоритмы арифметических операций над рациональными числами, представленными в виде бесконечных периодических m-ичных дробей.

4.2.3 Примерные билеты к экзаменам

Первый семестр

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кубанский государственный университет»

1920

Кафедра функционального анализа и алгебры

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Билет № *

по фундаментальной и компьютерной алгебре

1. Основная система решений системы линейных уравнений, алгоритм ее нахождения с иллюстрацией на примере.
2. Формулировка теоремы Лапласа, следствие и Заведующий кафедрой
3. Задача.

Заведующий кафедрой

Задача № *

(фундаментальная и компьютерная алгебра, 12-13 гр., 02.03.01, январь-2…)

Вычислите $\det(A^{-1}+3BC)$,

где $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 1 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ и $C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 2 & -2 & 3\end{pmatrix}$.

Второй семестр

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кубанский государственный университет»

1920

Кафедра функционального анализа и алгебры

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Билет № *

по фундаментальной и компьютерной алгебре

1. Формула Муавра.

2. Сумма и пересечение подпространств векторного пространства.

3. Задача.

Заведующий кафедрой

Задача № *

(фундаментальная и компьютерная алгебра, 12-13 гр., 02.03.01, июнь-2…)

Найдите наибольший общий делитель многочленов *c(x)* и *d(x)*, где

$c(x) = x^4 + 3x^3 - 2x - 2, \quad d(x) = x^3 + x^2 - 3x + 1.$

Третий семестр

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кубанский государственный университет»

1920

Кафедра функционального анализа и алгебры

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Билет № 25

по фундаментальной и компьютерной алгебре

1. Ортогональная система векторов, процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Примеры.
2. Сопряженное отображение к линейному отображению унитарных (евклидовых) пространств, его существование и единственность.
3. Задача.

Заведующий кафедрой

Задача № *

(фундаментальная и компьютерная алгебра, 22-33 гр., 02.03.01, январь-2…)

Привести комплексную квадратичную форму h к сумме квадратов и указать соответствующее невырожденное линейное преобразование переменных, если

$$h = x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_1x_2.$$

Четвертый семестр

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кубанский государственный университет»

1920

Кафедра функционального анализа и алгебры

Направление подготовки: 010200.62 Математика и компьютерные науки

Билет № *

по фундаментальной и компьютерной алгебре

1. Алгоритм генерации простых чисел.
2. Отделение и аппроксимация корней полиномиальных уравнений.
3. Задача.

Заведующий кафедрой

Задача №*

(фундаментальная и компьютерная алгебра, 22-33 гр., 02.03.01, июнь-2…)

Доказать, что любая бесконечная периодическая m-ичная дробь представляет некоторое рациональное число.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания ответа на экзамене

Оценивание ответа на экзамене, осуществляется по следующим критериям.

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач.

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

Итоговая оценка выставляется с учетом работы студента в семестре: учитываются результаты контрольных работ (двух в 1-3 семестрах и одной в четвертом семестре), а также результаты ответов на коллоквиумах (в 1-3 семестрах) и результат отчета по реферативному докладу (в 3-4 семестрах)..

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 432 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/30198

2. Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2007. — 416 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/397

5.2 Дополнительная литература:

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2001. — 272 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59284
2. Мальцев, А.И. Основы линейной алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 480 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/251/
3. Ермолаева, Н.Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.Н. Ермолаева, В.А. Козынченко, Г.И. Курбатова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/49469.
4. Биркгоф, Г. Современная прикладная алгебра / Г. Биркгоф, Т. Барти ; пер. с англ. Ю.И. Манина. - Москва : Мир, 1976. - 400 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464046.

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс]. - СПб.: Лань, 2010. - URL: http://e.lanbook.com/view/book/529/.
2. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре [Электронный ресурс]. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - URL: http://e.lanbook.com/view/book/2743/.
3. Фаддеев, Д.К. Задачи по высшей алгебре [Электронный ресурс] : учеб. / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 288 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/399

7 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, к коллоквиумам, к контрольным работам, к докладам (в 3-4 семестрах) и к экзаменам. Такой вид СР контролируется в ходе проверки домашних заданий, контрольных работ, коллоквиумов и экзаменов. Предполагается самостоятельное изучение студентами теоретического материала по темам, указанным в разделах таблицы 2.3.1 (во втором абзаце содержания раздела), а также подготовка студентами 2-го курса (в 3-ем и 4-ом семестре) докладов по самостоятельно изученным темам. Контроль выполнения этого вида самостоятельной работы студентов осуществляется во время консультаций (вызывных и по желанию студента), и на практических занятиях в ходе доклада (когда тема доклада соответствует теме занятия) или по письменному отчету о подготовке к докладу.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала. Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Виды самостоятельной работы

Обязательными при изучении дисциплины «Фундаментальная и компьютерная алгебра» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- самостоятельное решение задач по темам практических занятий;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к докладу;
- подготовка к коллоквиумам;
- подготовка к экзаменам.

7.1 Методические указания к самостоятельному изучению студентами теоретического материала

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы коллоквиумов и экзаменов студентам первого курса (1-2 семестры) достаточно использовать материал лекций, который также содержится в источниках [1 – 2] из пункта 5.1 в списке основной литературы. Однако студентам второго курса (3-й и 4-й семестры) материала лекций для подготовки докладов недостаточно. Весь теоретический материал, необходимый для сдачи экзаменов в первых трех семестрах, содержится в учебных пособиях из списка основной литературы в пункте 5.1, для решения задач в пункте 6, а для сдачи экзамена в 4-ом семестре желательно также использовать источники из пункта 5.2 в списке дополнительной литературы. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

7.2. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению заданий по темам лабораторных занятий

Для выполнения домашнего практического задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме практического занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретический материал, в краткой форме имеющийся в сборниках задач [1 – 3] в списке из пункта 6. Если студент не смог понять приведенный в указанных задачниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы самостоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может получить консультацию преподавателя.

7.3. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению контрольных работ

В 1-ом семестре проводится самостоятельная работа (разрешается использование дополнительных источников информации), а затем контрольная работа (не разрешается использование таких источников), во 2-ом и в 3-ем семестрах проводится по две контрольных работы, в 4-ом семестре – одна контрольная работа. Самостоятельная работа в 1-ом семестре (45 минут) состоит из пяти заданий, а каждая контрольная работа (90 минут) – из десяти заданий (одно задание оценивается в 3 балла, нижний порог успешности составляет 9 баллов, высокая оценка ставится при получении не менее 20 баллов). Для подготовки к контрольной работе необходимо выполнять задания в ходе практических занятий, а также домашние задания. В процессе самоподготовки студенту желательно ознакомиться с разбором опорных по рассматриваемым темам задач, имеющихся, например, в сборниках [1 – 3] в списке литературы из пункта 6 . В пункте 4.2.2 предлагается список конкретных заданий, типаж которых включает в себя все типы реальных заданий самостоятельной и контрольных работ.

7.4. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к докладу

Каждый студент второго курса (3-й и 4-й семестры) должен подготовить в течение семестра доклад по одной из тем, предназначенных для самостоятельного изучения (общее описание таких тем имеется во втором абзаце некоторых разделов содержания тем таблицы из пункта 2.3.1). Также примерная тематика докладов имеется в пункте 4.1.2. Для подготовки доклада необходимо кроме основных источников литературы в пункте 5.1 использовать некоторые источники из дополнительного списка в пункте 5.2, а также самостоятельно найденные источники. Доклады могут быть представлены студентами на практических занятиях у доски или в виде презентации, если тема занятия соответствует теме доклада. О подготовке доклада по темам семестров 1 и 2 студент может отчитаться на консультации или представить отчет в письменной форме в конце семестра. Доклад по одной и той же теме готовят не более двух студентов одной группы. Оформление письменного отчета по докладу должно удовлетворять требованиям: а) текст набирается 14 шрифтом на бумаге формата А4; б) на титульном листе кроме темы также указывается факультет, направление (бакалавриат), курс, группа, ФИО студента; в) содержание материала по объему составляет 3-4 страницы; г) список литературы содержит не менее двух источников (возможно из списка литературы в пунктах 5.1-2 и 6). Каждый студент готовит два доклада: один в третьем семестре и один в четвертом. Более подробная информация письменного оформления доклада имеется в Методических указаниях по организации самостоятельной работы, утвержденных кафедрой функционального анализа и алгебры (протокол № 1 от 31.08.2017 г.).

7.5 Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к коллоквиумам

В каждом из первых трех семестров проводится коллоквиум в целях закрепления студентами знаний теоретического материала. Коллоквиум может проводиться в устной или в письменной форме. При этом студент должен подготовить письменно ответ (для устной формы – тезисы ответа) на два вопроса из примерного перечня теоретических вопросов к экзамену в пункте 4.2.1 (в соответствующем семестре). Номера вопросов из указанного списка даются в таблице пункта 4.1.3. Теоретический материал для подготовки к коллоквиуму можно найти в источниках литературы, описанных в пункте 5.1. Положительный ответ студента на коллоквиуме может быть учтен при сдаче экзамена.

7.6 Методические рекомендации для самостоятельной подготовки студентов к экзамену

В конце каждого семестра 1 - 4 формой итогового контроля знаний студентов по дисциплине «Фундаментальная и компьютерная алгебра» является экзамен. Для подготовки к экзамену студентам необходимо выполнить текущие семестровые контрольные работы (см. пункт 4.1.1). Экзаменационный билет состоит из трех вопросов – двух теоретических и одного практического (см. пункт 4.2.3). При выставлении оценки также учитывается успеваемость студента в течение семестра: активность на лекционных и практических занятиях, качество выполняемых в течение семестра домашних практических заданий, ответы на коллоквиумах, оценки за контрольные работы, качество подготовленных докладов по темам, предназначенным для самостоятельного изучения. Каждый из трех вопросов экзамена оценивается в три балла. Также в ходе экзамена задаются два дополнительных вопроса (не обязательно по вопросам билета), в которых требуется сформулировать некоторое определение или утверждение. Дополнительный вопрос оценивается в один балл. Оценка «неудовлетворительно» на экзамене ставится, если студент набрал меньше 4 баллов; оценка «удовлетворительно», если набрал от 4 до 6 баллов; оценка «хорошо», если он набрал от 7 до 9 баллов; оценка «отлично», если студент набрал более 9 баллов.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

8.1. Перечень информационных технологий.

Не прилагается.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

– Microsoft Windows
– Microsoft Office
– MathCAD

8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (http://www.elibrary.ru)/
.

9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук, …) и со-

		ответствующим программным обеспечением (ПО) 302Н, 303Н, 308Н, 505А, 507А;.
2.	Лабораторные занятия	Специальное помещение, оснащенное доской, маркерами и мелом 310Н, 312Н, 314Н.
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория (кабинет) 314Н
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, (кабинет) 302Н, 303Н, 308Н, 310Н, 314Н, 505А, 507А.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. (309Н, 320Н)

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА по направлению подготовки 02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ (уровень бакалавриата), подготовленную кандидатами физ.-мат. наук, доцентами кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ Титовым Г.Н. и доцентом кафедры математических и компьютерных методов КубГУ Марковским А.Н.

Рабочая программа дисциплины «Фундаментальная и компьютерная алгебра» описывает материал четырех семестров, в первых трех из которых изучается фундаментальная, а в четвертом – компьютерная алгебра.

В первом семестре излагается введение в общую алгебру, которая содержит теорию систем линейных уравнений, матриц, определителей, отображений множеств, классификацию алгебраических систем. Второй семестр более абстрактен. Здесь рассматриваются комплексные числа, многочлены, векторные пространства, пространства со скалярным произведением. Этот материал необходим для третьего семестра, в котором излагается теория линейных отображений векторных пространств. Завершается третий семестр теорией квадратичных форм и элементами многомерной геометрии. В четвертом семестре изучаются компьютерные методы в приложении к теории чисел и теории полиномов.

При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов.

Учитывая вышеизложенное, считаю, что рабочая программа дисциплины ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению подготовки 02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ, и может быть рекомендована для высших заведений.

Заведующий кафедрой общей математики
Куб ГТУ, кандидат физ.– мат. наук, доцент
Терещенко И.В.

Подпись ________________
УДОСТОВЕРЯЮ
Начальник управления кадров
________________ Н.В. Реутская
«____» ______________ 20____ г.

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Фундаментальная и компьютерная алгебра» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (уровень бакалавриата), подготовленную кандидатами физико-математических наук, доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ Титовым Г.Н.и доцентом кафедры математических и компьютерных методов КубГУ Марковским А.Н..

Курс «Фундаментальной и компьютерной алгебры» рассчитан на четыре семестра, три семестра изучается фундаментальная алгебра, а четвертый – компьютерная.

Название и содержание рабочей программы соответствует ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (квалификация (степень) «бакалавр»).

В процессе обучения дисциплине вырабатываются обще профессиональные (ОПК-1) и профессиональные (ПК-3, ПК-9) компетенции. После изучения дисциплины студенты приобретают готовность использовать фундаментальные знания в области алгебры в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1). На протяжении всех четырех семестров у студентов формируется способность уметь строго доказывать утверждение, уметь сформулировать результат и увидеть следствия полученного результата (ПК-3). Также вырабатывается способность организовывать свою учебную деятельность для самостоятельного изучения нового материала, необходимого в будущей профессиональной деятельности (ПК-9). Кроме указанных компетенций при освоении материала вырабатывается общематематическая культура. В рабочей программе для каждого семестра приводится достаточно подробный список теоретических вопросов и всех типов практических заданий, которые студенты должны освоить в процессе изучения дисциплины.

Считаю, что рабочая программа дисциплины «Фундаментальная и компьютерная алгебра» соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (уровень бакалавриата).

Доцент кафедры информационных
технологий Куб ГУ, канд. физ.– мат. наук
Гаркуша О.В.