



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего
образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
в г.Геленджике
Кафедра экономики и менеджмента

УТВЕРЖДАЮ:
Директор филиала КубГУ
в г. Геленджике
Р.С.Маслова
2016г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ЕН.01 «МАТЕМАТИКА. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»
специальность 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)

2 курс
лекции
практические занятия
самостоятельные занятия
форма итогового контроля

3 семестр	4 семестр
70 ч	
70 ч	
70 ч	
экзамен	

2016

Рабочая программа дисциплины **ЕН.01 Математика Элементы высшей математики** разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности среднего образования (далее СПО) **38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)**.

Организация-разработчик: филиал ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет» в г. Геленджике

Составитель: преподаватель _____ В.П. Каламзина
подпись

Рецензент (-ы):

Вакуленко Юрий Анатольевич, кандидат физико-математических наук

Беребердин Александр Викторович – Директор филиала «Краснодарского торгового-экономического колледжа», кандидат педагогических наук

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании цикловой комиссии математических и естественно-научных дисциплин филиала ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет» в г.Геленджике

Протокол № 1 от 31.08.2016 г.

Председатель цикловой комиссии математических и естественно-научных дисциплин
_____ Каламзина В.П

ЛИСТ

согласования рабочей программы по дисциплине

Специальность среднего образования: ЕН.01 Математика. Элементы высшей математике. 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)

Дисциплина	ЕН.01 МАТЕМАТИКА Элементы высшей математике
Форма обучения	очная
Курс	2
Семестр	3-4
Учебный год	2016-2017

Объем трудоемкости:

Специальность: «38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»: (210 часов, из них 140 часа аудиторной нагрузки: 70 часа теоретического обучения, 70 часа практические занятия, 70 часа самостоятельная работа, 3-4 семестр - экзамен)

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании цикловой комиссии математических и естественно-научных дисциплин филиала ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет» в г.Геленджике

Протокол № 1 от 31.08.2016 г.

Председатель цикловой комиссии математических и естественно-научных дисциплин
_____ Каламзина В.П

СОГЛАСОВАНО:

Нач. УМО филиала _____ Е.П. Бакланова
«31» августа 2016 г.

Заведующая библиотекой _____ Л.Г. Соколова
«31» августа 2016

Программно-информационное обеспечение
образовательной программы _____ А.В. Сметанин
«31» августа 2016

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	2
1.1. Область применения программы	2
1.2. Место дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена:	2
1.3. Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:	2
1.4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (Перечень формируемых компетенций)	2
2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	5
2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы	5
2.3. Тематический план и содержание учебной дисциплины ЕН.01 Математика	6
3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ	11
3.1 Требования к минимальному материально-техническому обеспечению	11
3.2 Информационное обеспечение обучения. Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы	11
Основные источники	11
Дополнительные источники	11
Периодические издания	12
4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	12
4.1. Формы контроля	14
ТЕМАТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ	14
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ	14
по подготовке презентационного проекта	14
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К НАПИСАНИЮ РЕФЕРАТА	15
Методические указания по выполнению самостоятельных работ	16

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.01 МАТЕМАТИКА ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

1.1. Область применения программы

Рабочая программа учебной дисциплины ЕН.01 Математика Элементы высшей математике является частью программы подготовки специалистов среднего звена в соответствии с ФГОС СПО по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям).

1.2. Место дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена:

Дисциплина входит в математический и общий естественнонаучный цикл ЕН.01.

1.3. Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **уметь**:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **знать**:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ;

- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;

- основы интегрального и дифференциального исчисления.

Максимальная учебная нагрузка обучающегося 210 часов, в том числе:

- обязательная аудиторная учебная нагрузка обучающегося 140 часа;

- самостоятельная работа обучающегося 70 часа.

1.4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (Перечень формируемых компетенций)

Учащийся должен обладать общими компетенциями, включающими в себя способность:

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Владеть информационной культурой, анализировать и оценивать информацию с использованием информационно-коммуникационных технологий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

Учащийся должен обладать профессиональными компетенциями, включающими в себя способность:

ПК 1.1. Обрабатывать первичные бухгалтерские документы.

ПК 1.2. Разрабатывать и согласовывать с руководством организации рабочий план счетов бухгалтерского учета организации.

ПК 1.3. Проводить учет денежных средств, оформлять денежные и кассовые документы.

ПК 1.4. Формировать бухгалтерские проводки по учету имущества организации на основе рабочего плана счетов бухгалтерского учета.

ПК 2.1. Формировать бухгалтерские проводки по учету источников имущества организации на основе рабочего плана счетов бухгалтерского учета.

ПК 2.2. Выполнять поручения руководства в составе комиссии по инвентаризации имущества в местах его хранения.

ПК 2.2. Проводить подготовку к инвентаризации и проверку действительного соответствия фактических данных инвентаризации данным учета.

ПК 2.3. Отражать в бухгалтерских проводках зачет и списание недостачи ценностей (регулировать инвентаризационные разницы) по результатам инвентаризации.

ПК 2.4. Проводить процедуры инвентаризации финансовых обязательств организации.

ПК 3.1. Формировать бухгалтерские проводки по начислению и перечислению налогов и сборов в бюджеты различных уровней.

ПК 3.2. Оформлять платежные документы для перечисления налогов и сборов в бюджет, контролировать их прохождение по расчетно-кассовым банковским операциям.

ПК 3.3. Формировать бухгалтерские проводки по начислению и перечислению страховых взносов во внебюджетные фонды.

ПК 3.4. Оформлять платежные документы на перечисление страховых взносов во внебюджетные фонды, контролировать их прохождение по расчетно-кассовым банковским операциям.

ПК 4.1. Отражать нарастающим итогом на счетах бухгалтерского учета имущественное и финансовое положение организации, определять результаты хозяйственной деятельности за отчетный период.

ПК 4.2. Составлять формы бухгалтерской отчетности в установленные законодательством сроки.

ПК 4.3. Составлять налоговые декларации по налогам и сборам в бюджет, налоговые декларации по Единому социальному налогу (далее - ЕСН) и формы статистической отчетности в установленные законодательством сроки.

ПК 4.4. Проводить контроль и анализ информации об имуществе и финансовом положении организации, ее платежеспособности и доходности

№ п.п.	Индекс с компе тенци и	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОК-2	Владением базовыми знаниями в области информатики: иметь навыки использования программных средств и работы в компьютерных сетях, уметь создавать базы данных и использовать ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	теоретические основы информатики и информационных технологий, возможности и принципы использования современных компьютерной техники	применять теоретические знания при решении практических задач, используя возможности вычислительной техники и программного обеспечения.	навыкам и работы с вычислительной техникой, прикладными программами средствами.
2.	ПК-2.4.	Владением базовыми знаниями в области информатики, компьютерных и мультимедийных технологий, программных средств, методов работы в компьютерных сетях, умение создавать базы данных и использовать ресурсы сети «Интернет»			

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов
Максимальная учебная нагрузка (всего)	210
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)	140
в том числе:	
практические занятия	70
Самостоятельная работа обучающегося (всего)	70
в том числе:	
самостоятельной внеаудиторной работы в виде домашних практических заданий, индивидуальных заданий, самостоятельного подбора и изучения дополнительного теоретического материала	70
<i>Итоговая аттестация в форме экзамена</i>	

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		1	2
Аудиторные занятия (всего)	140	70	70
В том числе:			
Занятия лекционного типа	70	32	38
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия)	70	32	38
Самостоятельная работа (всего)	70	32	38
В том числе:			
<i>Курсовая работа</i>	0	0	0
<i>Реферат</i>	30	14	16
<i>Самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)</i>	70	32	38
Вид промежуточной аттестации (экзамен)			
Общая трудоемкость 210 часа	210	96	114

2.3. Тематический план и содержание учебной дисциплины ЕН.01 Математика

3-семестр

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, практические работы, самостоятельная работа обучающихся.		Объем часов	Уровень освоения
1	2		3	4
Раздел 1. Основные понятия и методы линейной алгебры			26	
Тема 1.1. Основные понятия и методы линейной алгебры	Содержание учебного материала		12	
	1	Матрицы. Действия с матрицами. Обратная матрица.	2	2
	2	Определители и их свойства.	2	1,2
	Практические занятия		4	
	1	Действия с матрицами. Обратная матрица.		
	2	Вычисление определителей.		
	Самостоятельная работа обучающихся		4	
Тема 1.2. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений	Содержание учебного материала		14	1,2
	1	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Решение системы линейных уравнений по формулам Крамера. Метод Гаусса.	6	
	Практические занятия		4	
	1	Решение системы линейных уравнений.	4	
	Самостоятельная работа обучающихся			
Раздел 2. Основные понятия и методы дискретной математики			12	
Тема 2.1. Основные понятия и методы дискретной математики.	Содержание учебного материала		12	
	1	Основные понятия и методы дискретной математики. Логические отношения.	2	2,3
	2	Понятие множества.	2	1,2
	3	Элементы комбинаторного анализа	2	2,3
	Практические занятия		4	

	1	Логические отношения.		
	2	Операции логики Буля		
	3	Элементы комбинаторного анализа		
	Самостоятельная работа обучающихся		2	
Раздел 3. Основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики			28	
Тема 3.1. Основные понятия и методы теории вероятностей	Содержание учебного материала		12	
	1	Предмет теории вероятностей. Классическое определение вероятности.	2	2
	2	Примеры вычисления вероятностей.	2	1,2
	Практические занятия		4	
	1	Классическое определение вероятности.		
	2	Вычисления вероятностей.		
	Самостоятельная работа обучающихся		4	
Тема 3.2. Введение в математическую статистику	Содержание учебного материала		16	
	1	Понятие о задачах математической статистики.	6	1
	Практические занятия		4	
	1	Решение задач математической статистики		
	Самостоятельная работа обучающихся		6	
Раздел 4. Основные понятия и методы математического анализа			30	
Тема 4.1. Предел функции. Непрерывность функции.	Содержание учебного материала		12	
	1	Теория пределов. Предел числовой последовательности. Предел функции в точке. Предел функции при $x \rightarrow \infty$	2	2
	2	Бесконечно большие и бесконечно малые функции.	2	1
	3	Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Задачи на вычисление пределов.		
	Практические занятия		4	
	1	Вычисление пределов функций		
	2	Основные теоремы о пределах		
	3	Односторонние пределы. Точки разрыва.		
	Самостоятельная работа обучающихся		4	

Тема 4.2. Дифференциальное и интегральное исчисление.	Содержание учебного материала		18	
	1	Понятие производной. Производная сложной функции. Производные высших порядков. Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков	4	1,2
	2	Понятие производной. Производная сложной функции. Производные высших порядков. Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков	4	
	3	Определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла. Методы вычисления определенных интегралов	4	
	Практические занятия		4	
	1	Вычисление производных и дифференциалов		
	2	Вычисление неопределенных интегралов		
	3	Вычисление определенных интегралов		
	Самостоятельная работа обучающихся		2	
Итого за семестр		96		

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, практические работы, самостоятельная работа обучающихся.		Объем часов	Уровень освоения	
1	2		3	4	
Раздел 5. Дифференциальные уравнения			42		
Тема 5.1. Уравнения 1 порядка	Содержание учебного материала		14		
	1	Уравнения вида $dy/dx=f(x)$	4		2
	2	Однородные уравнения	4		1,2
	Практические занятия		4		
	1	Решение уравнений			
Самостоятельная работа обучающихся		2			
Тема 5.2 Уравнения высших порядков	Содержание учебного материала		16		
	1	Общие решения уравнений высших порядков	8		
	Практические занятия		4		
	1	Решение уравнений			
	Самостоятельная работа обучающихся		4		
Тема 5.3 Задача Коши	Содержание учебного материала		12		
	1	Постановка задачи Коши	4		
	2	Разрешимость задачи Коши	2		
	Практические занятия		4		
	1	Решение задач			
	Самостоятельная работа обучающихся		2		
Раздел 6. Теория комплексных чисел			24		
Тема 6.1.	Содержание учебного материала		24		

Теория комплексных чисел	1	Введение в теорию комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.	8	2,3	
	2	Определители и их свойства.	8	1,2	
	Практические занятия		4		
	1	Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.			
	Самостоятельная работа обучающихся		4		
Раздел 7. Теория рядов			48		
Тема 7.1. Числовые ряды	Содержание учебного материала		16		
	1	Свойства рядов	4		2
	2	Признаки Даламбера и Коши	4		1,2
	Практические занятия		4		
	1	Исследование рядов на сходимость			
	Самостоятельная работа обучающихся		4		
Тема 7.2. Функциональные ряды	Содержание учебного материала		16		
	1	Общие свойства функциональных рядов	4		1
	2	Признак Вейерштрасса равномерной сходимости рядов	2		
	3	Критерий Коши равномерной сходимости рядов	2		
	Практические занятия		4		
	1	Решение задач			
	Самостоятельная работа обучающихся		4		
Тема 7.2. Степенные ряды	Содержание учебного материала		16		
	1	Интервал сходимости степенного ряда	2		
	2	Ряды Тейлора	2		
	Практические занятия		4		
	1	Разложение функций в степенной ряд	4		
	Самостоятельная работа обучающихся		4		
Итого за семестр			114		

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Реализация программы дисциплины требует наличия учебного кабинета математики; Оборудование учебного кабинета:

- посадочные места по количеству обучающихся
- рабочее место преподавателя
- учебно-наглядные пособия по дисциплине «Математика»: плакаты по темам

«Степени и их свойства», «Логарифмы и их свойства», «Тригонометрия», «Основные формулы дифференцирования», «Основные формулы интегрирования», «Правила дифференцирования», «Многогранники», «Тела вращения», «Векторы»

Технические средства обучения:

- компьютер
- мультимедийный проектор, экран

3.2 Информационное обеспечение обучения. Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники

1. Григорьев, В.П. Элементы высшей математики: учебник для СПО / В.П. Григорьев, Ю.А. Дубинский-М.: Академия, 2013.-320с.
2. Григорьев, В.П. Элементы высшей математики: учебник для СПО / В.П. Григорьев, Ю.А. Дубинский-М.: Академия, 2011.-320с.
3. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов,П.И. Самойленко.- М.:Издательство Юрайт , 2016 -396с.-[Электронный ресурс]-URL : http://www.biblio-online.ru/thematic/?3&id=urait.content.F7C570BC-85B6-4E2D-9B5A-4CB297E61C8E&type=c_pub
4. Татарников, О.В. Элементы линейной алгебры: учебник и практикум для СПО / О.В. Татарников и др.- М.: Юрайт, 2016.- 334 с. - [Электронный ресурс]-URL: http://www.biblio-online.ru/thematic/?3&id=urait.content.067047A5-3AC0-48DE-AD94-D99496C1BBBC&type=c_pub

Дополнительные источники

1. Высшая математика: учебное пособие/ Н.И.Лобкова, Ю.Д. Максимов,Ю.А. Хватов .- М.: Проспект ,2014.- 472с.[Электронный ресурс] - URL:

<http://www.book.ru/book/916096>

2. Крицков, Л.В. Высшая математика в вопросах и ответах: учебное пособие / Л.В. Крицков.- М.: Проспект, 2013.- 176 с.
3. Шипачёв, В.И. Высшая математика: практикум/ В.И. Шипачев.-М.: Издательство Юрайт , 2015.- 447с.-[Электронный ресурс]-URL : http://www.biblio-online.ru/thematic/?4&id=urait.content.28820072-7151-45B1-8C70-BA0F2B4A0061&type=c_pub
4. Кузнецов, Л.А. Сборник задач по высшей математике. Типовые расчёты: учебное пособие/ Л.А. Кузнецов.- М.: Лань, 2015.- 240с. -[Электронный ресурс]-URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4549
5. Осипов А.В. Лекции по высшей математике: учебное пособие/ А.В. Осипов.- М.: Лань, 2014.- 320с.-[Электронный ресурс] -URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=50157

Периодические издания

1. Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно- математические и технические науки- URL: http://e.lanbook.com/journal/element.php?pl10_id=2351
2. Квант -URL: http://e.lanbook.com/journal/element.php?pl10_id=2372
3. Математические труды - Научная электронная библиотека «eLIBRARY.RU URL: http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7875
4. Наука Кубани
5. Среднее профессиональное образование

Интернет-ресурсы

1. ЭБС «Университетская библиотека ONLINE» URL: <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС Издательства «Лань» URL: <http://e.lanbook.com>
3. ЭБС «BOOK.ru» - <http://www.book.ru/>
4. ЭБС «Юрайт»- <http://www.biblio-online.ru>

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, тестирования, выполнения обучающимися индивидуальных заданий в виде текущего контроля.

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные	Формы и методы контроля и оценки результатов
Умения:	
выполнять операции над матрицами;	Наблюдение и оценка результата выполнения практических работ
-решать системы линейных уравнений;	Наблюдение и оценка результата выполнения практических работ
-решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;	Наблюдение и оценка результата выполнения практических работ
-применять методы дифференциального и интегрального	Наблюдение и оценка результата выполнения практических работ
-решать дифференциальные уравнения;	Наблюдение и оценка результата выполнения практических работ
-пользоваться понятиями теории комплексных	Наблюдение и оценка результата выполнения практических работ
Знания:	
- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;	Оценка выполнения тестовых заданий по темам Матрицы и операции над ними. Системы линейных уравнений и методы их решения Основы алгебры векторов Уравнение прямой на плоскости Кривые второго
- основы дифференциального и интегрального исчисления;	Оценка выполнения тестовых заданий по темам Пределы и непрерывность Производная функции. Правила дифференцирования. Приложение производной Неопределенный интеграл. Методы интегрирования Определенный интеграл и его приложения Функции нескольких переменных Двойные интегралы и их приложения Основы теории комплексных чисел Дифференциальные уравнения первого
- основы теории комплексных чисел.	Алгебраическая форма комплексных чисел Тригонометрическая форма комплексных чисел. Формула Эйлера. Показательная форма комплексных чисел

4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Формы контроля

итоговый: 3 семестр- зачѐт, 4 семестр – экзамен.

текущий: экспресс-опрос (письменный), тестирование по темам, решение задач, реферат.

ТЕМАТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

№1. Матрицы и операции над ними.

№2. Основы аналитической геометрии.

№3. Исследование функций на непрерывность.

№4. Исследование функций с помощью производной и построение графиков.

№5. Геометрический смысл определенного интеграла. Приложение интеграла к решению прикладных задач.

№6. Нахождение экстремумов функции многих переменных.

№7. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

№8. Дифференциальные уравнения в науке и технике.

№9. Практическое применение степенных рядов.

№10. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Формула Муавра. Решение уравнений.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по подготовке презентационного проекта.

Презентационный проект по темам изучаемой дисциплины проводится с использованием презентации, выполненной средствами *PowerPoint*, интерактивной среды *Stratum 2000*, в которой отражается весь ход исследовательской работы. Название слайдов и информация, представленная на них, соответствует схеме представления доклада. Однако не следует помещать на слайды сплошной текст, скопированный из доклада. В презентации вы размещаете структурированную информацию, выбирая самое главное и важное. Кроме того, на слайдах размещаются различные схемы, диаграммы, графики, таблицы и рисунки, поясняющие полученные результаты и сделанные вами выводы. Иллюстрации можно выполнять при помощи различных графических редакторов или средствами самой программы *PowerPoint*. Вы можете подготовить иллюстрации вручную, после чего отсканировать изображение и поместить на слайды.

Кроме того, целесообразно использование виртуальных лабораторий:

- *Графер*, модуль которого позволяет строить графики произвольных функций в различных системах координат, строить параметрические кривые, осуществлять преобразования графиков (растяжение, сдвиг, отражение), показывать результат алгебраических операций над функциями (сложение, умножение, деление, суперпозиция), строить касательные и нормали, подписывать на графиках точки, проверять построенные графики.

- *Чертеж*, модуль которого позволяет строить в режиме графического редактора геометрические чертежи при помощи стандартных инструментов (циркуль и линейка).

- *Трехмерный чертеж* - средство для построения трехмерных объектов и их сечений в стереометрии.

Также считается перспективным использование виртуальных лабораторий в комплексе с другими средствами обучения. Типичным примером такого объединения являются лабораторные работы. Учащийся проводит "эксперимент" на созданной разработчиками курса или сделанной им самой виртуальной установке, измеряет требуемые величины, после чего осуществляется компьютерная проверка ответа.

Подготовить текст выступления

Для того чтобы лучше и полнее донести свои идеи до тех, кто будет рассматривать результаты работы, надо подготовить текст доклада. Он должен быть кратким, и его лучше всего составить по такой схеме:

- 1) почему избрана эта тема;
- 2) какой была цель проекта;
- 3) какие ставились задачи;
- 4) какие гипотезы проверялись;
- 5) какие использовались методы и средства проекта;
- 6) каким был план проекта;
- 7) какие результаты были получены;
- 9) что можно исследовать в дальнейшем в этом направлении.

На защите работы вы можете представить макеты или модели устройств, являющихся предметом вашего исследования.

Делая наглядные материалы — макеты, схемы, чертежи, рисунки надо понимать, что они могут не только показать сильные стороны проделанной работы, но и открыть слабые места в вашем исследовании.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К НАПИСАНИЮ РЕФЕРАТА

Как написать реферат

Написание и защита реферата — одна из форм аттестации знаний.

Несколько НЕ

Реферат НЕ копирует дословно книги и статьи и НЕ является конспектом. Реферат НЕ пишется по одному источнику и НЕ является докладом. Реферат НЕ может быть обзором литературы, т.е. не рассказывает о книгах.

В реферате собранный по теме материал систематизируется и обобщается.

Реферат состоит из нескольких частей:

- титульный лист (оформляется по требованиям учебного заведения);
- оглавление (содержание) требует наличие номеров страниц на каждый раздел реферата;
- введение;
- основная часть, состоящая из глав;
- заключение;
- список использованной литературы.

Во введении объясняется:

- почему выбрана такая тема, чем она важна (личное отношение к теме (проблеме), чем она актуальна (отношение современного общества к этой теме (проблеме), какую культурную или научную ценность представляет (с точки зрения исследователей, ученых);
- какая литература использована: исследования, научно-популярная литература, учебная, кто авторы... (Клише: «Материалом для написания реферата послужили ...»)
- из чего состоит реферат (введение, кол-во глав, заключение, приложения. Клише: «Во введении показана идея (цель) реферата. Глава 1 посвящена..., во 2 главе ...В заключении сформулированы основные выводы...»)

Методические указания по выполнению самостоятельных работ

Существенное значение при изучении математического анализа имеет самостоятельная работа студентов. В рамках самостоятельной работы, в обязательном порядке, студенты очной формы обучения выполняют типовые расчёты согласно графику, содержащемуся в рабочей программе по дисциплине. Правильное и своевременное выполнение типовых расчётов является необходимым условием для допуска студента к экзамену.

Самостоятельная работа способствует укреплению связи учебного процесса с научно-исследовательской деятельностью, является необходимым средством целенаправленности профессиональной подготовки студента. Самостоятельная работа способствует систематизации, закреплению и расширению теоретических знаний, формирует у студента умения и навыки самостоятельного анализа.

В процессе изучения данной дисциплины студенты должны сначала изучить теоретический материал и выработать навыки решения типовых задач, используя рекомендованную литературу, а затем выполнить задания своего варианта.

При выполнении работы необходимо придерживаться указанных ниже правил:

1. Самостоятельная работа должна быть выполнена студентом в отдельной ученической тетради с полями не менее 3 см для замечаний преподавателя.
2. На обложке тетради указываются: название дисциплины; номер варианта и номера решаемых задач; Ф.И.О. студента, выполнившего работу, его номер группы; Ф.И.О. преподавателя, проверяющего работу.
3. Номер варианта соответствует номеру студента в списке группы или указывается преподавателем.
4. Условия задач переписываются полностью, без сокращения слов, после чего приводится их подробное решение. В конце решения приводится ответ.
5. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по порядку номеров. Работы, содержащие не все задания, а также задачи не своего варианта, не зачитываются.
6. Если в работе имеются ошибки, студент должен выполнить все требования преподавателя, изложенные в рецензии, и сдать работу с исправлениями на повторную проверку.
7. Никакие исправления в тексте уже проверенной работы не допускаются, все исправления записываются после рецензии преподавателя с указанием номера задачи, к которой относятся дополнения и исправления.
8. Работа может быть выполнена заново в случае выявления серьёзных замечаний и ошибок.
9. В конце тетради рекомендуется оставлять несколько чистых страниц для дополнений и исправлений.

После проверки самостоятельная работа предъявляется к защите. На защите студент должен показать свое умение решать задачи, подобные тем, что имеются в его контрольной работе.

Оценки **«отлично»** заслуживает студент, который всесторонне и глубоко раскрыл содержание поставленных задач, показал взаимосвязь теории с практикой, продемонстрировал умение работать с литературой, делать теоретические и практические выводы. При этом должны быть полностью освещены теоретические вопросы и верно решены практические задания.

Оценки **«хорошо»** заслуживает студент, который обстоятельно владеет материалом, однако не на все вопросы дает глубокие исчерпывающие и аргументированные ответы. При этом должен быть полностью и верно решены практические задания.

Оценки **«удовлетворительно»** заслуживает студент, который в основном владеет материалом, однако поверхностно отвечает на вопросы, допускает существенные неточности. Ответы не отличаются ясностью и глубиной. При этом должен быть полностью и верно решено практическое задание.

Оценки **«неудовлетворительно»** заслуживает студент в том случае, когда не может ответить на вопросы рецензента, не владеет материалом работы, не в состоянии дать объяснения решению задач, работа оформлена крайне неряшливо.

4.1. Материалы текущего контроля знаний студентов
Контрольная работа по теме
«Элементы линейной алгебры»

1 вариант

1. Найдите произведение матриц AB

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$.

3. Найдите матрицу, обратную к данной: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$.

Контрольная работа по теме

«Элементы линейной алгебры»

2 вариант

1. Найдите произведение матриц AB

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 8 & 7 & -1 \end{vmatrix}$.

3. Найдите матрицу, обратную к данной: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$.

Контрольная работа по теме «Элементы линейной алгебры»

3 вариант

1. Найдите произведение матриц AB

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$.

3. Найдите матрицу, обратную к данной: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -5 & 4 \end{pmatrix}$.

**Контрольная работа по теме
«Элементы линейной алгебры»**

4 вариант

1. Найдите произведение матриц AB

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -5 \\ 8 & -1 & 7 \end{vmatrix}$.

3. Найдите матрицу, обратную к данной: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$.

**Контрольная работа по теме
«Элементы линейной алгебры»**

ОТВЕТЫ



№ задания	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1	$\begin{pmatrix} 13 & 11 \\ 1 & 23 \\ 25 & \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 25 & 23 \\ 1 & 11 \\ 13 & \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 19 & 11 \\ 1 & 23 \\ 37 & \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 37 & 23 \\ 1 & 11 \\ 19 & \end{pmatrix}$
2	- 50	33	50	- 33

3	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ \frac{19}{27} & \frac{4}{9} & -\frac{1}{27} \\ \frac{14}{27} & \frac{2}{9} & -\frac{5}{27} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{13} & \frac{3}{13} & \frac{1}{13} \\ \frac{19}{39} & \frac{8}{39} & \frac{7}{39} \\ \frac{14}{39} & \frac{10}{39} & \frac{1}{39} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ \frac{14}{27} & \frac{2}{9} & -\frac{5}{27} \\ \frac{19}{27} & \frac{4}{9} & -\frac{1}{27} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{13} & \frac{3}{13} & \frac{1}{13} \\ \frac{14}{39} & \frac{10}{39} & \frac{1}{39} \\ \frac{19}{39} & \frac{8}{39} & -\frac{7}{39} \end{pmatrix}$
---	--	---	--	--

Контрольная работа по теме «Системы линейных уравнений»

1 вариант

1. Решите систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 5x + y - 3z = -2; \\ 4x + 3y + 2z = 16; \\ 2x - 3y + z = 17. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = -3; \\ x + 2y - z = 4; \\ 3x + y + 3z = 3. \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений матричным способом

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5; \\ 2x - y - z = 1; \\ x + 3y + 4z = 6. \end{cases}$$

Контрольная работа по теме «Системы линейных уравнений»

2 вариант

1. Решите систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 10; \\ x + 5y - 2z = -15; \\ 2x - 2y - z = 3. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -3; \\ x + 5y - z = -1; \\ 3x + y + 4z = 11. \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений матричным способом

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2; \\ 3x + 2y + 2z = -2; \\ x - 2y + z = 1. \end{cases}$$

**Контрольная работа по теме
«Системы линейных уравнений»**

ОТВЕТЫ

№	1 вариант	2 вариант
1	(3; -2; 5)	(1; -2; 3)
2	(-1; 3; 1)	(-2; 1; 4)
3	(1; -1; 2)	(2; -1; -3)

**Контрольная работа по теме «Основы
дифференциального исчисления»**

Вариант 1

1. Найти пределы функций

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{3-\sqrt{x+6}}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{3x}$, в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 20x}$.

2. Найдите предел функции, используя правило Лопиталя

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x} - 4}{\ln(x - 15)}.$$

3. Найдите производную функции $y = e^{x^2 - \frac{3}{4}} \cdot \arccos x$

в точке $x_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

4. Напишите уравнение касательной к графику функции

$$f(x) = \sin^2 4x$$

в точке $x_0 = \frac{\pi}{16}.$

5. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости графика функции

$$y = \frac{x^4}{6} - 3x^2.$$

Контрольная работа по теме «Основы дифференциального исчисления»

Вариант 2

1. Найти пределы функций

а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{4 - \sqrt{x + 12}},$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{4x},$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 18x}.$

2. Найдите предел функции, используя правило Лопиталя

$$\lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x} - 5}{\ln(x - 24)}.$$

3. Найдите производную функции $y = e^{x^2 - \frac{1}{2}} \cdot \arcsin x$
в точке $x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
4. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \cos^2 6x$
в точке $x_0 = \frac{\pi}{24}$.
5. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости графика функции
 $y = \frac{x^4}{3} - 6x^2$.

**Контрольная работа по теме «Основы
дифференциального исчисления»**

ОТВЕТЫ

№ задания	1 вариант	2 вариант
1 а)	6	8
1 б)	e^{12}	e^{12}
1 в)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$
3	$\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{2}\pi}{4} + \sqrt{5}$

4	$y = 4x + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{4}}$	$y = \sqrt{6}x + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{4}}$
5	$(-\sqrt{3}; -7,5)$ и $(\sqrt{3}; -7,5)$ <u>координаты точек перегиба</u> $(-\infty; -\sqrt{3})$ и $(\sqrt{3}; +\infty)$ <u>промежутки выпуклости вниз</u> $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$ <u>промежуток выпуклости вверх</u>	$(-\sqrt{3}; -15)$ и $(\sqrt{3}; -15)$ <u>координаты точек перегиба</u> $(-\infty; -\sqrt{3})$ и $(\sqrt{3}; +\infty)$ <u>промежутки выпуклости вниз</u> $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$ <u>промежуток выпуклости вверх</u>

Аналитическая геометрия (прямая)

1 вариант

- Даны три вершины параллелограмма $A(3;7)$ $B(-1;3)$ $C(2;-1)$.
 1) вычислить длину высоты, проведённой из вершины C .
- Определить угол между двумя прямыми: $5x - y + 7 = 0$, $3x + 2y = 0$
- Даны две противоположные вершины квадрата $A(-1;3)$ и $C(6;2)$.
 Составить уравнения его сторон.
- Установить какие из следующих пар прямых перпендикулярны:
 $3x - y + 5 = 0$ и $x + 3y - 1 = 0$; $6x - 15y + 7 = 0$ и $10x + 4y - 3 = 0$; $7x - 2y = 0$ и $4x + 6y + 17 = 0$
- Составить уравнение прямой, которая проходит через точку $C(1;1)$ и отсекает от координатного угла треугольник с площадью равной 2.

2 вариант

- Площадь параллелограмма равна 17; две его вершины $A(2;1)$ и $B(5;-3)$. Найти две другие вершины, если точка пересечения диагоналей лежит на оси ординат.
- Определить угол между двумя прямыми: $3x - 2y + 7 = 0$, $2x + 3y - 3 = 0$
- Точка $E(1;-1)$ является центром квадрата, одна из сторон лежит на прямой $x - 2y + 12 = 0$. Составить уравнения его сторон.
- Установить какие из следующих пар прямых перпендикулярны:
 $3x - 4y + 1 = 0$ и $4x - 3y + 7 = 0$; $9x - 12y + 5 = 0$ и $8x + 6y - 13 = 0$; $5x - 7y + 3 = 0$ и $3x + 2y - 5 = 0$
- Составить уравнение прямой, которая проходит через точку $C(5;-5)$ и отсекает от координатного угла треугольник с площадью равной 50.

Окружность, эллипс.

1 вариант.

Какие из нижеприводимых уравнений определяют окружности? Найти центр C и радиус R каждой из них:

1) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$; 2) $x^2 + y^2 + x = 0$,

2. Вычислить кратчайшее расстояние от точки до окружности

а) $A(6; -8)$, $x^2 + y^2 = 9$;

3. Составить уравнение хорды окружности

$(x - 3)^2 + (y - 7)^2 = 169$, делящейся в точке $M(8.5; 3.5)$ пополам.

4. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что:

1) его полуоси равны 5 и 2;

2) его большая ось равна 20, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{5}$;

5. Определить точки эллипса $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$, расстояние которых до правого фокуса равно 14.

2 вариант.

1. Какие из нижеприводимых уравнений определяют окружности? Найти центр C и радиус R каждой из них:

1) $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 14 = 0$; 2) $x^2 + y^2 + y = 0$

2. Вычислить кратчайшее расстояние от точки до окружности

б) $B(3; 9)$, $x^2 + y^2 - 26x + 30y + 313 = 0$;

3. Определить длину хорды окружности

$(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 10$, делящейся в точке $A(1; 2)$ пополам.

4. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что:

1) его малая ось равна 10, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{12}{13}$;

2) расстояние между его директрисами равно 5 и расстояние между фокусами $2c = 4$;

5. Определить точки эллипса $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$, расстояние которых до левого фокуса равно 2,5.

Гипербола, парабола.

1 вариант.

1. Дана точка $M_1(10; -\sqrt{5})$ на гиперболе

$$\frac{x^2}{80} - \frac{y^2}{20} = 1.$$

Составить уравнения прямых, на которых лежат фокальные радиусы точки M_1 .

2. Определить точки гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$, расстояние которых до левого фокуса равно 7.

3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если даны:

1) точки $M_1(6; -1)$ и $M_2(-8; 2)$ гиперболы;

2) точка $M_1(-5; 3)$ гиперболы и эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{2}$;

4. Составить уравнение гиперболы, если известны её эксцентриситет $\varepsilon = \frac{13}{12}$ фокус $F(0; 13)$ и уравнение соответствующей директрисы $13y - 144 = 0$.

6. Установить, какие линии определяются следующими уравнениями:

$$1) y = -2\sqrt{x}, \quad 2) x = +\sqrt{5y}, \quad 3) x = -5\sqrt{-y}.$$

Изобразить эти линии на чертеже.

7. Составить уравнение параболы, если даны её фокус $F(7; 2)$ и директриса $x - 5 = 0$.
 $y + 1 = 0$.

8. Определить точки пересечения эллипса $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ параболы $y^2 = 24x$.

2 вариант.

1. Убедившись, что точка $M_1(-5; \frac{9}{4})$ лежит на гиперболе

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1,$$

определить фокальные радиусы точки M_1 .

2. Определить точки гиперболы $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$, расстояние которых до правого фокуса равно 4,5.

3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если даны:

1) точка $M_1(\frac{9}{2}; -1)$ гиперболы и уравнения асимптот $y = \pm \frac{2}{3}x$;

2) точка $M_1(-3; \frac{3}{2})$ гиперболы и уравнения директрис $y = \pm \frac{4}{3}$;

4. Составить уравнение гиперболы, если известны её эксцентриситет $\varepsilon = \frac{5}{4}$, фокус $F(5; 0)$ и уравнение соответствующей директрисы $5x - 16 = 0$.
 Установить, какие линии определяются следующими уравнениями:
 1) $y = +2\sqrt{x}$, 2) $y = +\sqrt{-x}$, 3) $y = -3\sqrt{-2x}$.
 Изобразить эти линии на чертеже.
7. Составить уравнение параболы, если даны её фокус $F(4; 3)$ и директриса
8. Определить точки пересечения гиперболы $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = -1$ и параболы $y^2 = 3x$.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЁТУ

по дисциплине: «Высшая математика»

090803

III СЕМЕСТР

Раздел 1. Линейная алгебра.

1. Что называется матрицей?
2. Что называется матрицей-строкой, матрицей столбцом?
3. Какие матрицы называются прямоугольными, квадратными?
4. Какие матрицы называются равными?
5. Что называется главной диагональю матрицы?
6. Какая матрица называется диагональной?
7. Какая матрица называется единичной?
8. Какая матрица называется треугольной?
9. Что значит транспонировать матрицу?
10. Что называется суммой матриц?
11. Что называется произведением матрицы на число?
12. Как найти произведение двух матриц?
13. В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц?
14. Что называется определителем матрицы?
15. Как вычислить определитель третьего порядка по схеме треугольников?
16. Что называется алгебраическим дополнением элемента определителя?
17. Как разложить определитель по элементам столбца или строки?
18. Перечислите свойства определителя.
19. Какая матрица называется обратной по отношению к данной?
20. Каков алгоритм нахождения обратной матрицы?

Раздел 2. Элементы аналитической геометрии

1. Что называется уравнением прямой?
2. Каким уравнением описывается прямая на плоскости?
3. Как записывается каноническое уравнение прямой?
4. Запишите уравнения осей координат.
5. Запишите уравнения прямых, параллельных осям координат.
6. Сформулируйте правило составления уравнения прямой на плоскости.

7. Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом.
8. Сформулируйте условие параллельности прямых.
9. Сформулируйте условие перпендикулярности прямых.
10. Как найти угол между прямыми?
11. Каким уравнением описывается кривая на плоскости?
12. Запишите каноническое уравнение эллипса.
13. Что называется эксцентриситетом эллипса? Какова его величина?
14. Чему равен эксцентриситет окружности?
15. Запишите каноническое уравнение гиперболы.
16. Запишите уравнение равносторонней гиперболы.
17. Запишите каноническое уравнение параболы, директрисы параболы.

РАЗДЕЛ 3.

Основы дифференциального исчисления.

1. Дайте определение предела в точке. 0
2. Объясните раскрытие неопределенности 0 .
3. Дайте определение предела функции на бесконечности. Объясните ∞
основной метод раскрытия неопределенности ∞ .
4. Сформулируйте теоремы о пределах.
5. Сформулируйте и напишите первый и второй замечательные пределы.
6. Что называется приращением независимой переменной и приращением функции?
7. Дайте определение непрерывной функции. Какими свойствами на отрезке она обладает?
8. Что характеризует скорость изменения функции относительно изменения аргумента? Дайте определение производной.
9. Какая функция называется дифференцируемой в точке и на отрезке? Сформулируйте зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
10. Из каких операций складывается общее правило нахождения производной данной функции? Как вычислить частное значение производной?
11. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
12. Выпишите в таблицу основные правила и формулы дифференцирования функций.
13. Повторите определение сложной функции. Как найти ее производную?
14. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
15. В чем заключается механический смысл производной?
16. Что называется производной второго порядка и, каков ее механический смысл?

17. Что называется дифференциалом функции, чему он равен, как обозначается и каков его геометрический смысл?
18. Повторите определения возрастающей и убывающей функций. В чем заключается признак возрастания и убывания функций?
19. В чем заключаются необходимый и достаточный признаки существования экстремума? Перечислите порядок операций для отыскания максимума и минимума функции с помощью первой производной.
20. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?
21. Как пишется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?
22. Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?
23. Что называется точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.
24. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

РАЗДЕЛ 4.

Функции нескольких переменных.

1. Функции нескольких переменных. Основные понятия.
2. Частные производные и полный дифференциал функции нескольких переменных.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ
по дисциплине: «Высшая математика»
090803

IV семестр

РАЗДЕЛ 5.

Основы интегрального исчисления.

1. Что является основной задачей интегрального исчисления?
2. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
3. Почему при интегрировании функций появляется произвольная постоянная?
4. Почему одна функция имеет целую совокупность первообразных?
5. Как записать всю совокупность первообразных функций?
6. Что называется неопределенным интегралом?
7. Почему интеграл называется неопределенным?
8. Что означает постоянная C в определении неопределенного интеграла?
9. В чем заключается правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?
10. В чем заключается правило интегрирования алгебраической суммы функций?
11. Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?
12. Напишите основные формулы интегрирования.
13. Как проверить результаты интегрирования?
14. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
15. Что такое интегральные кривые? Как они расположены друг относительно друга? Могут ли они пересекаться?
16. Что такое определенный интеграл?
17. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
18. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
19. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?
20. Какие интегралы называются несобственными?

Раздел 6.

Основы теории комплексных чисел.

1. Дайте определение мнимой единицы.
2. Как вычисляют степени мнимой единицы?
3. Какое число называется комплексным?

4. Какие комплексные числа называются чисто мнимыми? Приведите примеры комплексных чисел, чисто мнимых чисел.
5. Какие комплексные числа называются равными?
6. Какие комплексные числа называются сопряженными?
7. Как выполняются сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме?
8. Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме?
9. Как геометрически изображаются комплексные числа?
10. Что называется модулем и аргументом комплексного числа?
11. Напишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
12. Какие корни и сколько корней имеет квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом?
13. Как решить квадратное уравнение, если дискриминант его отрицателен?
14. Как записывается комплексное число в тригонометрической форме?
Как записывается комплексное число в показательной форме? Формула Эйлера.
15. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической и обратно.
16. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к показательной и обратно.
17. Как перейти от тригонометрической формы комплексного числа к показательной и обратно.
18. Как умножаются комплексные числа, записанные в тригонометрической форме.
19. Как умножаются комплексные числа, записанные в показательной форме?
20. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в тригонометрической форме.

Раздел 7.

Дифференциальные уравнения, их виды и методы решения.

1. Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?
3. Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое называется частным?
4. Каков геометрический смысл общего и частного решений дифференциального уравнения?
5. Может ли дифференциальное уравнение иметь конечное число решений?
6. Что такое порядок дифференциального уравнения и как его определить?

7. Сколько постоянных интегрирования имеет общее решение дифференциального уравнения первого, третьего порядка?
8. Как проверить, правильно ли найдено решение дифференциального уравнения?
9. Чем отличается дифференциальное уравнение от алгебраического уравнения?
10. Назовите известные вам типы дифференциальных уравнений.
11. Каков общий вид дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными?
12. Как решается уравнение с $\frac{dy}{dx}$ разделенными переменными?
13. Чем отличается уравнение с разделяющимися переменными от уравнения с разделенными переменными? Как разделяют переменные?
14. Каков алгоритм решения уравнения с разделяющимися переменными?
15. В чем заключается задача Коши? Каков его геометрический смысл?
16. Каков общий вид линейных дифференциальных уравнений первого порядка?
17. Какими величинами являются и от чего зависят коэффициенты p и q в линейном дифференциальном уравнении первого порядка?
18. С помощью какой подстановки решается линейное дифференциальное уравнение первого порядка и к какому уравнению сводится его решение?
19. Какой вид имеет простейшее дифференциальное уравнение второго порядка? Как оно решается?
20. Как определяется и как записывается в общем виде линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами?
21. Что такое характеристическое уравнение?

Раздел 8. Теория рядов.

1. Дайте определение числового ряда.
2. Что является суммой ряда?
3. Какой ряд называется сходящимся (расходящимся)?
4. Назовите свойства сходящихся рядов.
5. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда.
6. Назовите достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
7. В чем заключается признак сравнения?
8. Сформулируйте признак сходимости Даламбера.
9. В чем заключается признак Коши и интегральный признак?
10. В чем отличие знакопеременного ряда от знакочередующегося?
11. Дайте определение абсолютно сходящегося ряда и условно сходящегося ряда

12. Сформулируйте признак Лейбница о сходимости знакопеременного ряда.
13. Понятие степенного ряда.
14. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.

Зачёт по дисциплине «Элементы высшей математики»
2 курс, специальность 09.08.03

1 вариант

1. Найти произведение матриц ABC, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 23 \\ 59 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x - 8y + 6z = 5, \\ -5x + 4y + 3z = 12, \\ 7x + 2y - 5z = -4. \end{cases}$$

4. Найдите матрицу, обратную к данной $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$.

5. Составить уравнения двух прямых, проходящих через точку A(3; 2), параллельно и перпендикулярно прямой $4x - 3y + 1 = 0$.

6. Определить точки гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$, расстояние которых до левого фокуса равно 7.

7. Найти предел функции

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x} \right)^{3x}.$$

8. Найдите производную функции $y = e^{x^2 - \frac{3}{4}} \cdot \arccos x$

в точке $x_0 = \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$.

2 вариант

1. Найти произведение матриц ABC, если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 59 \\ 33 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 4x - 2y + z = 12, \\ -7x + 9y + 3z = -6, \\ 3x + 4y - 2z = 9. \end{cases}$$

4. Найдите матрицу, обратную к данной: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -5 & 4 \end{pmatrix}$.

5. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если даны:

- 1) точки $M_1(6; -1)$ и $M_2(-8; 2\sqrt{2})$ гиперболы;

6. Составить уравнения двух прямых, проходящих через точку $A(5; 1)$, параллельно и перпендикулярно прямой $2x - 5y + 3 = 0$.

7. Найти предел функции

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - x}{3 - \sqrt{x + 6}}$,

8. Найдите производную функции $y = e^{x^2 - \frac{1}{2}} \cdot \arcsin x$

в точке $x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

3 вариант

1. Найти произведение матриц ABC, если

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 39 \\ 83 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x - 5y + 6z = 11, \\ -9x + 2y + 3z = 9, \\ 5x + y - 4z = -8. \end{cases}$$

4. Найдите матрицу, обратную к данной $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$.

5. Составить уравнения двух прямых, проходящих через точку A(2; 3), параллельно и перпендикулярно прямой $5x - 2y + 4 = 0$.

6. Определить точки пересечения гиперболы $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = -1$

и параболы $y^2 = 3x$.

7. Найти предел функции

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 20x}.$$

8. Найдите производную функции $y = e^{x^2 - 3} \cdot \arccos x$

$$\text{в точке } x_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Вариант 4

1. Найти произведение матриц ABC, если

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 83 \\ 53 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x - 8y + z = 7, \\ -5x + 4y + 2z = -10, \\ 2x + 7y - 3z = 6. \end{cases}$$

4. Найдите матрицу, обратную к данной $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$.

5. Составить уравнения двух прямых, проходящих через точку $A(4; 1)$, параллельно и перпендикулярно прямой $3x - 4y + 2 = 0$

6. Составить уравнение параболы, если даны её фокус $F(4; 3)$ и директриса

7. Найти предел функции:

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{4 - \sqrt{x + 12}},$$

8. Найдите производную функции $y = e^{x^2 - \frac{1}{2}} \cdot \arcsin x$

$$\text{в точке } x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Материалы для работы в IV семестре.

Текущий контроль.

Задачи 1.

Найти производные: $\sin 2a$, $(\cos a)^3$, $\operatorname{tg} a$, $\operatorname{ctg} a$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 83 \\ 53 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x - 8y + z = 7, \\ -5x + 4y + 2z = -10, \\ 2x + 7y - 3z = 6. \end{cases}$$

4. Найдите матрицу, обратную к данной $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$.

5. Составить уравнения двух прямых, проходящих через точку $A(4; 1)$, параллельно и перпендикулярно прямой $3x - 4y + 2 = 0$

6. Составить уравнение параболы, если даны её фокус $F(4; 3)$ и директриса

7. Найти предел функции:

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{4 - \sqrt{x + 12}},$$

8. Найдите производную функции $y = e^{x^2 - \frac{1}{2}} \cdot \arcsin x$

$$\text{в точке } x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Материалы для работы в IV семестре.

Текущий контроль.

Задачи 1.

Найти производные: $\sin 2a$, $(\cos a)^3$, $\operatorname{tg} a$, $\operatorname{ctg} a$

При каких значениях x определитель > 0 : $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ x & 2 \end{pmatrix}$

Найти производную функции: $y = x^3 + 2x - 5$ при $x = -1$ Найти

производную функции: $y = (\sin x)^2$ в точке $x = 0,5$ П

Является ли число 289 членом числовой последовательности, $a_n = n^2 + 2n + 1$.

Вычислить первые 5 членов последовательности $a_n = 2n - 1$ и изобразить их точками на числовой оси.

Доказать: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n - 1}{n} = 7$

Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3y \cdot 2x + 1 = 36 \\ \text{Log}_{\sqrt{3}}(x + y) = 2 \end{cases}$$

Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x + 5y = 13 \\ 20y - x = 12. \end{cases}$$

Найти: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 3}{n} = 1$.

Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + y = 5. \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

Вычислить интеграл: $x^2 + 1/x^4$.

Проинтегрировать: $5x^4 - 8 \cos x + 3$

Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

Найти главный определитель:
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Найти перемещение тела за 3 сек. движущегося по закону $V = (3t^2 + 4t + 1)$.

Доказать, что последовательность (x_n) – сходящаяся $x_n = \frac{9n-3}{3n}$

Найти одну из первообразных функцию: $f(x) = 3x^5 - 2x^2$

Найти промежутки возрастания и убывания функции; найти точки экстремума функции: $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

Найти промежутки возрастания и убывания функции; найти точки экстремума функции: $f(x) = 4x^3 + 10x + 1$

Вычислить значение производной функции: $f(x) = \frac{3x^2 - x + 7}{2x + 5}$, при $x=1$

Найти: $\lim_{x \rightarrow -1} (2x^2 + 3x - 2)$

Найти производную функции: $y = \frac{x^2 - x - 2}{x}$

Найти производную функции: $y = \sin x * e^x$

Найти предел функции: $y = \frac{x^3 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 3}$ при $x \rightarrow 3$

Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ x - 2y - 5z = -9 \\ 4x + 3y - 2z = 4 \end{cases}$$

Решить уравнение: $x + A = B$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

Доказать непрерывность функции: $y = (3x)^2 - 1$.

Найти общий вид первообразных для функции $f(x) = 3 \cos 2x$

Тесты.

ВАРИАНТ 1

1. Числовой последовательностью называется:

а) ряд чисел, заданных формулой; б) ряд векторов; в) ряд ступеней.

2. Последовательность задана формулой общего элемента $x_n = n^2$.

Найдите первые три члена этой последовательности:

- а) 1;4;9 б) 2;6;8 с) 1;1;1.

Ответ: _____

3. Последовательность задана числами 1,4,7,10,... Задайте ее формулой $x_{n+1} = ?$

Ответ: _____

4. Что называется функцией?

- а) число;
б) правило, по которому каждому значению аргумента x в соответствии одно и только одно значение функции y ;
с) вектор.

Ответ: _____

5. Функция называется непрерывной на отрезке $[a;b]$, если:

- а) функция не существует на этом отрезке;
б) функция непрерывна в каждой точке этого отрезка;
с) функция зависла на этом отрезке;

Ответ: _____

6. Точками разрыва функции называются точки, в которых

- а) нарушается непрерывность функции;
б) нарушаются правила дорожного движения;
с) нарушается последовательность чисел.

Ответ: _____

7. Что называется точкой перегиба функции?

- а) вектор; б) число; с) точку с координатами $(x_0; y_0)$ на кривой.

Ответ: _____

8. Точку перегиба функции находят:

- а) с помощью транспортира; б) с помощью производной; с) с помощью МЧС.

Ответ: _____

9. Чтобы кривая имела перегиб при $x=x_0$, необходимо:

- а) чтобы вторая производная в точке x_0 либо обращалась в нуль, либо не существовала;
б) чтобы функция не существовала; с) чтобы число не существовало.

Ответ: _____

10. Исследуйте функцию на точку перегиба с помощью производной:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

Ответ: _____

11. Матрицей называется:

- а) треугольник; б) вектор; с) прямоугольная таблица чисел, состоящая из m строк и n столбцов. Ответ: _____

12. У квадратной матрицы можно вычислить:

- а) определитель; б) ускоритель; с) удлинитель.

Ответ: _____

13. Вычислите определитель матрицы: $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$

Ответ: _____

14. Решите систему линейных уравнений по правилу Крамера:

$$\begin{cases} 2x+3y=-1 \\ x-2y=3. \end{cases}$$

Ответ: _____

15. Всякая непрерывная на промежутке $(a; b)$ функция имеет на этом промежутке первообразную, а следовательно и:

- а) неопределенный интеграл; б) неопределенную личность;
с) неопределенный объект.

Ответ: _____

16. Решите неопределенный интеграл:

$\int x^3 dx$ Ответ: _____

17. Определенный интеграл отличается от неопределенного тем, что это:

- а) число; б) фигура; с) промежуток времени.

Ответ: _____

18. Определенный интеграл существует, если функция:

- а) не существует; б) непрерывна на отрезке $[a; b]$; с) имеет точку разрыва.

Ответ: _____

19. Вычислите интеграл:

$\int_0^1 3x^2 dx$ Ответ: _____

ВАРИАНТ 2.

1. Ряд чисел, заданных формулой называется:

- а) числовой последовательностью; б) ряд стульев; с) ряд векторов.

Ответ: _____

2. Последовательность задана формулой общего элемента $x_n = n^3$.

Найдите первые три члена этой последовательности.

- а) 1; 4; 9 б) 2; 6; 8 с) 1; 8; 27.

Ответ: _____

3. Последовательность задана числами 2, 5, 8, 11, ... Задайте ее формулой $x_{n+1} = ?$

Ответ: _____

4. Функция

это?

- а) правило, по которому каждому значению аргумента x соответствует одно и только одно значение функции y ;
б) число;

с) вектор.

Ответ: _____

5. Если функция непрерывна в каждой точке отрезке $[a; b]$, то

а) функция не существует на этом отрезке;

б) функция зависла на этом отрезке;

с) она непрерывна на этом отрезке.

Ответ: _____

6. В точках разрыва функции происходит следующее:

а) нарушается последовательность чисел.

б) нарушаются правила дорожного движения;

с) нарушается непрерывность функции.

Ответ: _____

7. Точкой перегиба функции называется

а) точка с координатами $(x_0; y_0)$ на кривой; б) число; с) вектор.

Ответ: _____

8. Чтобы найти точку перегиба функции надо найти:

а) транспорт; б) производную этой функции; с) службу МЧС.

Ответ: _____

9. Кривая имеет перегиб при $x=x_0$, если:

а) это не кривая; б) эта функция не существует;

с) вторая производная в точке x_0 либо обращалась в нуль, либо не существовала.

10. Найдите точку перегиба функции с помощью производной:

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$$

Ответ: _____

11. Прямоугольная таблица чисел, состоящая из m строк и n столбцов – это:

а) треугольник; б) вектор; с) матрица.

Ответ: _____

12. Определитель матрицы это:

а) число; б) вектор; с) функция.

Ответ: _____

13. Вычислите определитель матрицы:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$$

Ответ: _____

14. По правилу Крамера решите систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x + 2y = -1. \end{cases}$$

Ответ: _____

15. Если функция непрерывна на отрезке $(a; b)$ и имеет на этом отрезке первообразную, то она имеет:

- а) неопределенный объект; б) неопределенную личность;
 с) неопределенный интеграл.

Ответ: _____

16. Решите неопределенный интеграл:

$\int x^4 dx$ Ответ: _____

17. Определенный интеграл это:

- а) число; б) фигура; с) промежуток времени.

Ответ: _____

18. Определенный интеграл существует, если функция:

- а) не существует; б) непрерывна на отрезке $[a, b]$; с) имеет точку разрыва.

Ответ: _____

19. Вычислите интеграл:

$\int_0^1 4x^3 dx$ Ответ: _____

ВАРИАНТ 1.

а

2. а

3. $x^{n+1} = x^n + 3$

4. а

5. б

6. а

7. с

8. б

9. а

10. $f'(x) = 3x^2 - 6x$

$f''(x) = 6x - 6 = 0$

$6x = 6$

$x = 1.$

11. с

12. а

13. $\Delta = 12 - 10 = 2.$

14. $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

15. а

16. $x^4 + C$

17. а

18. б

ВАРИАНТ 2

1. а

2. с

3. $x^{n+1} = x^n + 3$

4. а

5. с

6. с

7. а

8. б

9. с

10. $f'(x) = 4x^3 - 4x$

$f''(x) = 12x - 4 = 0$

$12x = 4$

$x = 1/3.$

11. с

12. а

13. $\Delta = 8 - 5 = 3.$

14. $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$

15. с

16. $x^5 + C$

17. а

18. б

$$19. x3 \Big|_0^1 = 1 - 0 = 1$$

$$19. x4 \Big|_0^1 = 1 - 0 = 1$$

Материалы для проведения практических занятий. (IV семестр)

Тема 1. Исследование функции на непрерывность.

Цель: Овладение практическими навыками определения непрерывности функции в точке и установления характера разрыва функции.

Определения непрерывности функции в точке. Понятие непрерывности справа и слева. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва функции, их классификация. Непрерывность функции на множестве. Основные свойства функций, непрерывных на отрезке.

Пример выполнения задания. Определить точки разрыва функции и исследовать их характер.

$$а) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}; \quad б) f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 1, \\ \frac{1}{x+1} & x > 1. \end{cases}$$

Решение.

а) Функция $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ не определена в точке $x=1$, следовательно, она не является непрерывной в этой точке. Так как

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2,$$

то $x=1$ - точка устранимого разрыва первого рода. Данную функцию можно доопределить по непрерывности при $x=1$, взяв за значение функции в этой точке величину односторонних пределов:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & \text{если } x \neq 1 \\ 2, & \text{если } x = 1. \end{cases}$$

б) Функция $y = \frac{1}{x+1}$ определена и непрерывна на множестве $(-\infty; -1) \cup (-1; 1]$, так как в точке $x=-1$ знаменатель обращается в нуль. Вычислим односторонние пределы в точке $x=-1$:

$$\lim_{x \rightarrow -1-0} \frac{1}{x+1} = \left(\frac{1}{-0} \right) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{1}{x+1} = \left(\frac{1}{+0} \right) = +\infty.$$

Так как оба односторонних предела в точке $x=-1$ бесконечны, то $x=-1$ является точкой разрыва второго рода.

Функция $y = 2^x$ при $x > 1$ определена и непрерывна. Функция $y = f(x)$ определена в точке $x=1$, $f(1) = \frac{1}{2}$. Вычислим односторонние пределы в точке $x=1$:

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1+0} 2^x = 2.$$

Односторонние пределы функция $y = f(x)$ в точке $x=1$ конечны, но не равны между собой. Следовательно, точка $x=1$ является точкой разрыва первого рода.

Скачок функции в этой точке равен $f(1+0) - f(1-0) = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Задание. Определить точки разрыва функции и исследовать характер точек разрыва:

1.1. а) $f(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$;

б) $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0; \\ |2x-1|, & x > 0. \end{cases}$

1.2. а) $f(x) = \frac{1+x}{1+x}$;

б) $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ 1-x, & 0 < x \leq 1, \\ \frac{1}{1-x}, & x > 1 \end{cases}$

1.3. а) $f(x) = \frac{1-x}{(1+x)^2}$;

б) $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ \frac{1}{2}, & x > 2 \end{cases}$

1.4. а) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^3-3x+2}$;

б) $f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ \tan x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{4}, \\ 2, & x \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$

1.5. а) $f(x) = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}}$;

б) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 1; \\ -1, & x \geq 1. \end{cases}$

1.6. а) $f(x) = \arctg \frac{1}{x}$;

б) $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x < 0, \\ 1-x, & 0 \leq x \leq 2, \\ 2, & x > 2 \end{cases}$

1.7. а) $f(x) = \gamma \arctg \frac{1}{x}$;

б) $f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ -x, & 0 < x < 4, \\ 3, & x \geq 4 \end{cases}$

1.8. а) $f(x) = \frac{1-2\cos x}{\pi-3x}$;

б) $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 2 \end{cases}$

1.9. а) $f(x) = \frac{1}{\frac{x}{1-e^{1-x}}}$;

б) $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & x \leq 0, \\ \frac{1}{x-1}, & x > 0 \end{cases}$

1.10. а) $f(x) = \frac{\frac{1}{3x-2}}{\frac{1}{3x-2}+1}$;

б) $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ -\frac{x}{2}, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ \cos x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ x - \frac{\pi}{2}, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$

$$\begin{array}{ll}
1.11. \text{ a) } f(x) = \frac{1}{x} \ln \frac{1+x}{1-x} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & , \quad x \leq 0, \\ \sqrt{2} & , \quad 0 < x \leq 2, \\ x & , \quad x > 2 \end{cases} \\
1.12. \text{ a) } f(x) = e^{\frac{1}{x+1}} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} -x & , \quad x \leq 0, \\ \sin x & , \quad 0 < x \leq \pi, \\ x-2 & , \quad x > \pi \end{cases} \\
1.13. \text{ a) } f(x) = \frac{1}{\ln x} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad x \leq 0, \\ x^2 + 1 & , \quad 0 < x \leq 1, \\ 2 & , \quad x > 1 \end{cases} \\
1.14. \text{ a) } f(x) = \frac{\sqrt{7+x-3}}{x^2-4} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x \leq 1, \\ \arctg x & , \quad x > 1 \end{cases} \\
1.15. \text{ a) } f(x) = x \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{x}}{x} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & , \quad x \leq 4, \\ \sqrt{x-4} & , \quad x > 4 \end{cases} \\
1.16. \text{ a) } f(x) = x \ln(x+1) & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & , \quad x \leq 4, \\ -\sqrt{x} & , \quad x > 4 \end{cases} \\
1.17. \text{ a) } f(x) = \frac{\arctg x}{1-x^2} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x \leq 1, \\ 2^x & , \quad x > 1 \end{cases} \\
1.18. \text{ a) } f(x) = e^{\frac{1}{x+1}} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x \leq \frac{\pi}{2}, \\ \sin x & , \quad x > \frac{\pi}{2} \end{cases} \\
1.19. \text{ a) } f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x \leq \frac{\pi}{2}, \\ \cos x & , \quad x > \frac{\pi}{2} \end{cases} \\
1.20. \text{ a) } f(x) = \frac{1}{1+e^{1-x}} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x > -1 \end{cases} \\
1.21. \text{ a) } f(x) = 1-x \cdot \frac{\sin \frac{1}{x}}{x} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x \leq 1, \\ \log_2 x & , \quad x > 1 \end{cases} \\
1.22. \text{ a) } f(x) = \frac{x}{4-x^2} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x-1} & , \quad x \leq 10, \\ \log x & , \quad x > 10 \end{cases} \\
1.23. \text{ a) } f(x) = \frac{1}{x} \sin x & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x < 0, \\ x & , \quad 0 < x \leq 2, \\ 3 & , \quad x > 2 \end{cases}
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
1.24. \text{ а) } f(x) = \frac{e^{-x} - 1}{x}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2}, & x < 1, \\ 2x - 1, & x \geq 1 \end{cases} \\
1.25. \text{ а) } f(x) = (x+1) \cdot \arctg \frac{1}{x}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 1, \\ \frac{1}{x}, & x \geq 1 \end{cases} \\
1.26. \text{ а) } f(x) = \frac{1}{x^2(x-1)}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 1, \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases} \\
1.27. \text{ а) } f(x) = \frac{\sqrt{x-1}-3}{x-10}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1}, & x < 1, \\ 2^x, & x \geq 1 \end{cases} \\
1.28. \text{ а) } f(x) = \frac{2+x}{4-x}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x}, & x \leq 0, \\ \sin x, & x > 0 \end{cases} \\
1.29. \text{ а) } f(x) = \frac{1}{x}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq -1, \\ \frac{1}{x+1}, & x > -1 \end{cases} \\
1.30. \text{ а) } f(x) = \frac{1}{x-1}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 1, \\ 2^x + 1, & x > 1 \end{cases}
\end{array}$$

Тема 2. Исследование функций с помощью производной и построение графиков.

Цель: Овладение практическими навыками полного исследования функции и построения графиков функции.

Схема проведения полного исследования функции. Возрастаение и убывание функции, нахождение участков её монотонности. Стационарные и критические точки функции. Локальные экстремумы функции, условия их существования и нахождение. Глобальные экстремумы функции на отрезке, их нахождение. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба, условия их существования и нахождение. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, условия их существования и нахождение. Построение графика функции.

Пример выполнения задания. Провести полное исследование функции

$$y = \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} \text{ и построить её график.}$$

Для построения графика функции $y = f(x)$ нужно:

- 1) найти область определения функции;
- 2) найти область непрерывности функции и точки разрыва;
- 3) исследовать функцию на чётность, нечётность и периодичность;
- 4) найти точки пересечения графика с осями координат;
- 5) найти асимптоты графика функции;
- 6) найти интервалы возрастания и убывания, экстремумы функции;

7) найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба

Решение.

1) Находим область определения функции: $D(y) = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x \neq 0\}$
 $= (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, +\infty)$.

2) Поскольку данная функция является элементарной, то область её непрерывности является областью определения $D(y)$, а точками разрыва являются точки $x = -2$ и $x = 0$, не принадлежащие множеству $D(y)$, но являющиеся предельными точками этого множества (точками в любой окрестности которых содержатся точки данного множества). Исследуем характер разрыва в точках $x = -2$ и $x = 0$, вычислив в них односторонние пределы функции:

$$\lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = \frac{1}{(-2) \cdot (-2)} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = \frac{1}{(-2) \cdot (-2)} = +\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = \frac{1}{(-0) \cdot 2} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = \frac{1}{(+0) \cdot 2} = +\infty.$$

Так как односторонние пределы функции в точках $x = -2$ и $x = 0$ - бесконечные, то данные точки являются точками бесконечного разрыва.

3) Функция не является периодической.

Функция $y = f(x)$, в аналитическое выражение которой входит хотя бы одна неперерывная функция периодической не является.

Проверяем является ли функция чётной или нечётной. Так как область определения функции $D(y) = (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, +\infty)$ не симметрична относительно точки $x = 0$, то данная функция - общего вида.

4) Находим точки пересечения графика с осями координат.

Так как $x = 0 \notin D(y)$, то точек пересечения графика с осью Oy нет.

Положим $y = 0$ и решим уравнение $\dots - \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = 0$. Его решением является $x = -1$.

Следовательно, точка $(-1, 0)$ - точка пересечения графика с осью Ox .

5) Находим вертикальные и наклонные асимптоты графика функции.

Прямая $x = x_0$ является вертикальной асимптотой тогда и только тогда, когда x_0 является точкой бесконечного разрыва функции $y = f(x)$.

Так как точки $x = -2$ и $x = 0$ - точки бесконечного разрыва данной функции, то вертикальными асимптотами графика функции являются прямые $x = -2$ и $x = 0$.

Прямая $y = kx + b$ является наклонной асимптотой графика функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow \pm\infty$ тогда и только тогда, когда одновременно существуют конечные пределы: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = k$ и $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - kx) = b$.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - kx) = b.$$

Вычисляем сначала пределы при $x \rightarrow -\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = 0 = k_1, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - k_1 x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = 1 = b_1.$$

В дальнейшем будем иметь в виду следующий часто встречающийся предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_0} = \begin{cases} \infty & \text{если } n > m \\ a_0/b_0 & \text{если } n = m \\ 0 & \text{если } n < m \end{cases}$

Следовательно $y = k_1 x + b_1 = 0 \cdot x + 1$, т.е. $y = 1$ - наклонная (горизонтальная) асимптота графика функции при $x \rightarrow -\infty$.

Аналогично вычисляем пределы при $x \rightarrow +\infty$.
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^2}{x^2+2x} = 0 = k_2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - k_2 x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^2}{x^2+2x} - 1 = b_2$.
 Следовательно $y = k_2 x + b_2 = 0 \cdot x + 1$, т.е. $y = 1$ - наклонная (горизонтальная) асимптота графика функции при $x \rightarrow +\infty$.

б) Определяем интервалы возрастания, убывания, экстремумы функции. Для этого находим первую производную функции:

$$y' = \frac{(x+1) \cdot (x^2+2x)' - (x^2+2x) \cdot (x+1)'}{(x^2+2x)^2} = \frac{2(x+1)(x^2+2x) - (x+1)^2(2x+2)}{(x^2+2x)^2} = -\frac{2(x+1)}{(x^2+2x)^2}$$

и определяем критические точки функции $y = f(x)$, т.е. точки $x_i \in D(y)$ в которых $f'(x_i) = 0$ или $f'(x_i)$ не существует:

$$y' = -\frac{2(x+1)}{(x^2+2x)^2} = 0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1 \in D(y);$$

y' не существует при $x^2+2x=0 \Rightarrow x=0 \in D(y)$ и $x=-2 \in D(y)$.

Таким образом, единственной критической (стационарной) точкой функции $y = f(x)$ является точка $x_1 = -1$.

Исследуем знак производной $y' = f'(x)$ в интервалах, на которые критические точки функции $y = f(x)$ разбивают её область определения $D(y)$, и найдём интервалы возрастания, убывания, экстремумы функции. Результаты исследования представим следующей таблицей:

x	$(-\infty, -2)$	$(-2, -1)$	-1	$(-1, 0)$	$(0, \infty)$
y'	+	+	0		
y	возрастает	возрастает	0	убывает	убывает

Так как при переходе слева направо через точку $x = -1$ производная $f'(x)$ меняет знак с «+» на «-», то точка $x = -1$ является точкой локального максимума и $y_{\max} = y(-1) = 0$.

7) Определяем интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции. Для этого находим вторую производную функции:

$$y'' = \frac{2(x+1) \cdot (x^2+2x)^{-2} - (x+1)(x^2+2x)^{-2} \cdot (2x+2)}{(x^2+2x)^4} = -\frac{2(x+1)(x^2+2x)^{-2} \cdot (2x+2)}{(x^2+2x)^4} = \frac{2(3x^2+6x+4)}{(x^2+2x)^3}$$

и определяем точки возможного перегиба $y = f(x)$, т.е. точки $x_i \in D(y)$ в которых $f''(x_i) = 0$ или $f''(x_i)$ не существует: $y'' = \frac{2(3x^2+6x+4)}{(x^2+2x)^3} = 0$, так как

$3x^2+6x+4=0$ (квадратное уравнение не имеет действительных корней); y'' не существует при $x^2+2x=0 \Rightarrow x=0 \in D(y)$ и $x=-2 \in D(y)$.

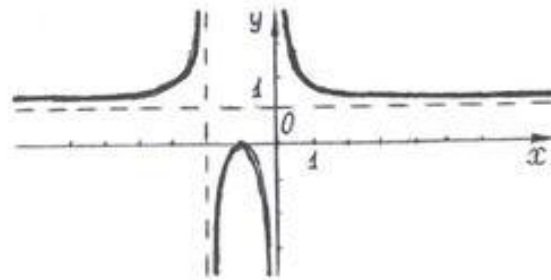
Таким образом, функция $y = f(x)$ не имеет точек возможного перегиба.

Исследуем знак второй производной $y'' = f''(x)$ в интервалах, на которые точки возможного перегиба функции $y = f(x)$ разбивают её область определения $D(y)$, и найдём интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции. Результаты исследования представим таблицей:

x	$(-\infty, -2)$	$(-2, 0)$	$(0, +\infty)$
y'	+		+
y	график вогнутый	график выпуклый	график вогнутый

Точек перегиба нет.

8) На основании полученных результатов строим график функции



Задание. Провести полное исследование функции $y = f(x)$ и построить её график.

2.1. $y = \frac{x^2 - x - 6}{x - 2}$ 2.2. $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$ 2.3. $y = \frac{4x - 12}{(x - 2)^2}$ 2.4. $y = \frac{x}{x^2 - 4}$

2.5. $y = \frac{x^3}{x^4 - 1}$ 2.6. $y = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}$ 2.7. $y = \frac{x^3}{2(x - 1)^2}$

2.8. $y = \frac{x^3}{2(x - 1)^2}$ 2.9. $y = \frac{x}{(1 - x^2)^2}$ 2.10. $y = \frac{x}{x^2 - 4}$ 2.11. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 2.12. $y = x - x^3$

2.13. $y = 2x^2 + 3x - 1$ 2.14. $y = x + \frac{1}{x}$ 2.15. $y = \frac{1}{x^3 + 1}$ 2.16. $y = \frac{1 + 3x}{3 + x^2}$

2.17. $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$ 2.18. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$ 2.19. $y = \sqrt{4 - 2x^2}$ 2.20. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$

2.21. $y = x^3 - 3x^2 + 4$ 2.22. $y = x^2 + \frac{16}{x} - 16$ 2.23. $y = 4 - x - \frac{4}{x^2}$ 2.24. $y = 2\sqrt{x} - x$

2.25. $y = x^3 - 3x^2 + 6$ 2.26. $y = 1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}$ 2.27. $y = x^3 - 6x^2 + 6$

2.28. $y = x^3 - 3x^2 + 5$ 2.29. $y = \frac{10x + 10}{x^2 + 2x + 2}$ 2.30. $y = 2x - \sqrt[3]{x^2}$

Тема 3. Геометрический смысл определенного интеграла.

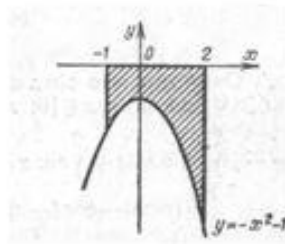
Приложение интеграла к решению прикладных задач.

Цель: Овладение практическими навыками решения прикладных задач.

Геометрический смысл определенного интеграла. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей фигур, объемов, длин дуги, площади поверхности вращения. Решение физических и технических задач: вычисление работы, производимой силой; вычисление пути, пройденного материальной точкой.

Пример выполнения задания.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 - 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$



$$S = - \int_{-1}^2 (-x^2 - 1) dx = \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx = \left[\frac{1}{3} x^3 + x \right]_{-1}^2 = \left(\frac{1}{3} \cdot 2^3 + 2 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot (-1)^3 + (-1) \right) = \left(\frac{8}{3} + 2 \right) - \left(-\frac{1}{3} - 1 \right) = \frac{8}{3} + 2 + \frac{1}{3} + 1 = \frac{8+6+1+3}{3} = \frac{18}{3} = 6.$$

Ответ: $S = 6$ кв.ед.

2. Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью $v = (6t^2 + 2t)$ м/с, второе — со скоростью $v = (4t + 5)$ м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 5 с?

Решение: очевидно, что искомая величина есть разность расстояний, пройденных первым и вторым телом за 5 с:

$$s_1 = \int_0^5 (6t^2 + 2t) dt = [2t^3 + t^2]_0^5 = 275 \text{ (м)}, s_2 = \int_0^5 (4t + 5) dt = [2t^2 + 5t]_0^5 = 75 \text{ (м)},$$

$$s_1 - s_2 = 275 - 75 = 200 \text{ (м)}.$$

Задание 1 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

1) $y = x^3, y = 1, x = 2$	2) $y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}$
3) $y = \sqrt{x}, y = 2, x = 9$	4) $y = x^3, y = \sqrt{x}$
5) $y = \sin x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = -\frac{3\pi}{4}$	6) $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$
7) $y = \frac{5}{x}, y = 6 - x$	8) $y = \sin x, y = 0, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}$
9) $y = x^4, y = x$	10) $y = x^2 + 4x + 4, x = 1, y = 0$
11) $y = (x - 2)^2$ и осями координат	12) $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{3}x$
13) $y = 3x^2, y = 0$ и прямой, проходящей через точки $(-3; 0)$ и $(-1; 3)$	14) $y = 4x - x^2, x = 1, y = 0, 1 \leq x \leq 4$
15) $y = x^2 + 1, y = 2$	16) $y = x^2 + 6x + 9, x = 0, y = 0$
17) $y = \cos x, y = 0, x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}$	18) $y = (x + 1)^2, y = 0, x = 0$
19) $y = x^2 - 2x + 3, x = -1$ и касательной к графику в точке $x_0 = 2$	ответ округлить до десятых
21) $y = \frac{3}{x}, y = 0, x = 1, x = e^2$	20) $y = x^3, y = x^2 + 2x$
23) $y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 0,5; x = 2,5$	22) $y = 3 + 2x - x^2, x = 0$ и касательной к графику функции в точке $x_0 = 0$
25) $y = \frac{2}{x}, y = 0, x = 1, x = e^3$	24) $y = x^2 + 4, y = 4x, y = -4x$
27) $y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 0,5; x = 2,5$	26) $y = 2x - x^2, y = \frac{3}{4}$
29) $y = x^2, y = 3 - 2x^2$	28) $y = x^2 - 4x, y = 0, x = 1, 1 \leq x \leq 4$

Тема 4. Нахождение экстремумов функций многих переменных.

Цель: Формирование практических навыков нахождения экстремумов функции многих независимых переменных.

Частные производные. Дифференциал, его связь с частными производными. Геометрический смысл частных производных и дифференциала. Достаточное условие дифференцируемости. Градиент и производная по направлению. Необходимые и достаточные условия экстремума функции нескольких переменных.

Задание 1

4.1. Найти производную функции $z = 2x^2 + 3xy + y^2$ в точке $A(2;1)$ по направлению вектора $\vec{l} = (3; -4)$.

4.2. Найти производную функции $z = x^2 - xy + y^2$ в точке $M(1;1)$ в направлении вектора $\vec{l} = (6;8)$.

4.3. Найти производную функции $z = \arcsin \frac{\sqrt{2}}{y}$ в точке $A(1;2)$ в направлении вектора $\vec{l} = (5; -12)$.

4.4. Найти величину и направление градиента функции $z = x^3 - 3xy + y^3$ в точке $M(2;1)$.

4.5. Найти производную функции $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$ в точке $M(1;2)$ в направлении вектора MN , где $N(5;5)$.

4.6. Найти производную функции $z = x^2 - xy - 2y^2$ в точке $P(1;2)$ в направлении, составляющем с осью Ox угол 60° .

4.7. Найти производную функции $z = (x^2 + y)^{1/2} e^y$ в точке $M(2;0)$ в направлении вектора MN , где $N(5;4)$.

4.8. Найти величину и направление градиента функции $z = \sqrt{x^2 - y^2}$ в точке $M(5;3)$.

4.9. Найти производную функции $z = xyz^2$ в точке $M(3;2;1)$ в направлении вектора MN , где $N(5;4;2)$.

4.10. Найти величину и направление градиента функции $z = xyz$ в точке $M(2;1;1)$.

Задание 2. Исследуйте на экстремум функции:

4.1. $f = 5x^2 + 2y^2 + z^2 - 2xz + 4xy - 2yz$.

4.2. $f = 2x^2 + y^2 + 2xy - 10xz + 26z^2$.

4.3. $f = x^2 + 5y^2 - 2xy - 4xz + 2z^2$.

4.4. $f = 2x^2 + 5y^2 + 2xy - 2xz + z^2 - 4yz$.

4.5. $f = 5x^2 + y^2 + 6xt + 13t^2 + 4yt$.

4.6. $f = 2x^2 + y^2 + 2xy + 2t^2 + 2yt$.

4.7. $f = 2x^2 + 13y^2 - 10xy + 2z^2 + 2yz$.

4.8. $f = 5x^2 + 2y^2 - 4xy - 2xt + 2t^2 + 2yt$.

4.9. $f = 10x^2 + 9y^2 - 10xy$.

4.10. $f = 5x^2 + 2y^2 + z^2 - 2xz + 4xy - 2yz$.

Задание 3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции:

4.1. $z = x^2 + 3y^2 + x - 12y$ в треугольнике, ограниченном прямыми $x = 4$; $y = 3$; $x + y = 4$.

4.2. $z = x^2 + 3y^2 + x - 14y$ в треугольнике, ограниченном прямыми $x = -2$; $y = 5$; $x + y = 6$.

4.3. $z = x^2 + 3y^2 + x - 15y$ в треугольнике, ограниченном прямыми $x = -2$; $y = 6$; $x + y = 7$.

4.4. $z = x^2 + 3y^2 + x - 16y$ в треугольнике, ограниченном прямыми $x = -2$; $y = 7$; $x + y = 8$.

4.5. $z = -2x^2 - y^2 - xy + 3$ в области $D: x \leq 1; y \geq 0; y \leq x$.

4.6 $z = x^2 + 3y^2 + x - 18y$ в треугольнике, ограниченном прямыми
 $x = -2; y = 9; x + y = 10$.

4.7. $z = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$ в области $D: x \geq 0; y \geq 0; x + y \leq 3$.

4.8 $z = x^2 + 3y^2 + x - 11y$ в треугольнике, ограниченном прямыми
 $x = -1; y = 1; x + y = 3$.

4.9. Найти экстремум функции $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ в области D , где
 $x \leq 1; y \leq 1; x + y \geq 1$.

4.10 $z = x^2 + 3y^2 + x - 13y$, в треугольнике, ограниченном прямыми
 $x = -1; y = 3; x + y = 5$.

Тема 5. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Цель: Формирование практических навыков решения задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.

Типы задач, приводящие к дифференциальным уравнениям. Определение общего и частного решений дифференциальных уравнений, их геометрическая интерпретация. Методы решения дифференциальных уравнений.

Линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами называется уравнение вида

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + p \frac{dy}{dx} + qy = 0, \text{ где } p, q - \text{ постоянные величины.} \quad (1)$$

Для отыскания общего решения уравнения (1) составляется характеристическое уравнение $r^2 + pr + q = 0$,
(2)

которое получается из уравнения (1) заменой $\frac{d^2 y}{dx^2}$, $\frac{dy}{dx}$ и y на соответствующие степени r , причем сама функция y заменяется единицей.

Тогда общее решение дифференциального уравнения (1) строится в зависимости от корней r_1 и r_2 характеристического уравнения (2). Здесь возможны три случая.

1 случай. Корни r_1 и r_2 - действительные и различные. В этом случае общее решение уравнения (1) имеет вид: $Y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$

2 случай. Корни r_1 и r_2 - действительные и равные: $r_1 = r_2 = r$. В этом случае общее решение уравнения (1) имеет вид: $Y = (C_1 + C_2 x) e^{rx}$

3 случай. Корни r_1 и r_2 - комплексно-сопряженные: $r_1 = \alpha + \beta i; r_2 = \alpha - \beta i$. В этом случае общее решение уравнения (1) имеет вид: $Y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$.

Тема 6. Дифференциальные уравнения в науке и технике.

Цель: Активизировать познания студентов. Познакомить студентов с широким спектром применения дифференциальных уравнений.

Составление дифференциальных уравнений. Дифференциальное уравнение показательного роста. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний.

Задания Написать реферат или создать презентацию на тему «Дифференциальные уравнения в науке и технике».

Тема 7. Практическое применение степенных рядов.

Цель: Активизировать познания студентов. Познакомить студентов с широким спектром применения степенных рядов.

Вычисление значений функций. Вычисление определенных интегралов. Решение дифференциальных уравнений.

Задание Написать реферат или создать презентацию на тему «Практическое применение степенных рядов».

Тема 8. Комплексные числа. Операции над комплексными числами.

Формула Муавра. Решение уравнений.

Цель: Приобретение практических навыков выполнения различных операций над комплексными числами.

Различные формы записи комплексных чисел. Переход от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической и показательной формам, и обратно. Действия над комплексными числами. Многочлены и алгебраические уравнения. Основная теорема алгебры. Теорема Безу. Формула Муавра.

Пример выполнения задания.

1. Даны комплексные числа $z_1 = 5 + 2i$, $z_2 = 4 - 3i$.

Найти: а) $z_1 + 2z_2$; б) $z_1 \cdot z_2$; в) $\frac{z_1}{z_2}$; г) $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 + z_2}$; п) $\frac{z_1^2 - z_2^2}{z_1 \cdot z_2}$

Решение.

а) $z_1 + 2z_2 = (5 + 2i) + 2(4 - 3i) = 5 + 2i + 8 - 6i = 13 - 4i$.

б) $z_1 \cdot z_2 = (5 + 2i)(4 - 3i) = 20 - 15i + 8i - 6i^2 = 20 - 7i - 6(-1) = 26 - 7i$, так как $i^2 = -1$.

в) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{5 + 2i}{4 - 3i} = \frac{(5 + 2i)(4 + 3i)}{(4 - 3i)(4 + 3i)} = \frac{20 + 15i + 8i - 6}{16 + 9} = \frac{14 + 23i}{25} = \frac{14}{25} + \frac{23}{25}i = 0,56 + 0,92i$.

г) $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 + z_2} = \frac{(5 + 2i)(4 - 3i)}{(5 + 2i) + (4 - 3i)} = \frac{26 - 7i}{9 - i} = \frac{(26 - 7i)(9 + i)}{(9 - i)(9 + i)} = \frac{234 + 26i - 63i - 7}{81 + 1} = \frac{227 - 37i}{82} = \frac{227}{82} - \frac{37}{82}i$.

д) Для любого комплексного числа $z = x + iy$ существует сопряженное ему число

$$z = x - iy.$$

$$\begin{aligned} \frac{z^2 - 4}{z_1 \cdot z_2} &= \frac{13 + 21i^2 - (4 + 31i^2)}{(5 + 2i)(4 - 3i)} = \frac{13 + 21(-1) - 4 - 31(-1)}{26 - 7i} = \frac{13 - 21 - 4 + 31}{26 - 7i} = \frac{19}{26 - 7i} \\ &= \frac{19(26 + 7i)}{(26 - 7i)(26 + 7i)} = \frac{494 + 123i}{676 + 49} = \frac{494 + 123i}{725} = \frac{392}{725} - \frac{6}{725}i. \end{aligned}$$

Ответ:

$$z_1 + 2z_2 = 13 - 4i;$$

$$z_1 \cdot z_2 = 26 - 7i;$$

$$\frac{z_1}{z_2} = 0,56 + 0,92i;$$

$$\frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 + z_2} = \frac{241}{82} - \frac{37}{82}i, \quad \frac{z^2 - z^2}{z_1 \cdot z_2} = \frac{392}{725} - \frac{6}{725}i.$$

2. Применяя формулу Муавра, найти z^n , где $z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $n = 12$.

Решение. Формула Муавра для любого комплексного числа $z = x + iy$ в тригонометрической форме имеет вид:

$$z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi),$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, аргумент φ определяется из формул

$$\cos \varphi = \frac{x}{r}, \quad \sin \varphi = \frac{y}{r}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}.$$

$$\Rightarrow \varphi = \arg z = \arctg \frac{y}{x}.$$

Для комплексного числа $z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ имеем:

$$r = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{4} = 2; \quad \varphi = \arctg \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \arctg 1 = \frac{\pi}{4}.$$

При $n = 12$ имеем:

$$\begin{aligned} z^{12} &= (\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{12} = 2^{12} (\cos 12 \cdot \frac{\pi}{4} + i \sin 12 \cdot \frac{\pi}{4}) = \\ &= 2^{12} (\cos 3\pi + i \sin 3\pi) = 2^{12} (-1 + i \cdot 0) = -2^{12} = -4096. \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } (\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{12} = -4096.$$

3. Решить уравнение $z^6 + 729 = 0$.

Решение.

Уравнение $z^n = a$, $n \in \mathbb{N}$ имеет n различных решений: $z_0, z_1, z_2, \dots, z_{n-1}$, причем решения определяются формулами:

$$z_k = \sqrt[n]{|a|} e^{i \frac{\varphi + 2\pi k}{n}}, \quad k = 0, 1, \dots, (n-1),$$

где $\varphi = \arg a$.

Для уравнения $z^6 = -729$ имеем

$$z_k = \sqrt[6]{729} e^{i \frac{\pi + 2\pi k}{6}} = 3 e^{i \frac{\pi + 2\pi k}{6}}, \quad k = 0, 1, \dots, 5.$$

Для числа -1 , $\varphi = \arg(-1) = \pi$.

Тогда

$$z_k = 3 \left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{6} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{6} \right), \quad k = 0, 1, \dots, 5.$$

Подставляем вместо k последовательно значения $0, 1, \dots, 5$, получим 6 различных решений уравнения:

$$z_0 = 3 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = 3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i;$$

$$z_1 = 3 \left(\cos \frac{3\pi}{6} + i \sin \frac{3\pi}{6} \right) = 3(0 + i) = 3i;$$

$$z_2 = 3 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = 3 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2} \right) = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i;$$

$$z_3 = 3 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = 3 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2} \right) = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i;$$

$$z_4 = 3 \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = 3(0 - i) = -3i;$$

$$z_5 = 3 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right) = 3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i;$$

Ответ: $z_0 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$; $z_1 = 3i$; $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$; $z_3 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$; $z_4 = -3i$; $z_5 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$.

Задание 1. Даны комплексные числа Z_1 и Z_2 . Найти:

а) $Z_1 + 2Z_2$; б) $Z_1 \cdot Z_2$; в) $\frac{Z_1}{Z_2}$; г) $\frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$; д) $\frac{Z_1^2 - Z_2^2}{Z_1 \cdot Z_2}$.

- | | |
|---|---|
| 8.1. $Z_1 = 1 + i$, $Z_2 = 3 - 2i$; | 8.2. $Z_1 = 1 - i$, $Z_2 = 5 - i$; |
| 8.3. $Z_1 = -1 + i$, $Z_2 = 2 + 3i$; | 8.4. $Z_1 = -1 - i$, $Z_2 = 1 + 4i$; |
| 8.5. $Z_1 = 2 + i$, $Z_2 = 1 - 3i$; | 8.6. $Z_1 = 2 - i$, $Z_2 = 4 + 3i$; |
| 8.7. $Z_1 = -2 + i$, $Z_2 = 5 - 2i$; | 8.8. $Z_1 = -2 - i$, $Z_2 = 3 + 2i$; |
| 8.9. $Z_1 = 2 + 3i$, $Z_2 = 1 - 5i$; | 8.10. $Z_1 = 2 - 3i$, $Z_2 = 3 + 2i$; |
| 8.11. $Z_1 = -2 + 3i$, $Z_2 = 3 - 2i$; | 8.12. $Z_1 = -2 - 3i$, $Z_2 = -3 + 2i$; |
| 8.13. $Z_1 = 3 + i$, $Z_2 = 2 + 5i$; | 8.14. $Z_1 = 3 - i$, $Z_2 = 2 - 5i$; |
| 8.15. $Z_1 = -3 + i$, $Z_2 = -2 + 5i$; | 8.16. $Z_1 = -3 - i$, $Z_2 = -2 + 3i$; |
| 8.17. $Z_1 = 3 + 2i$, $Z_2 = -2 - 5i$; | 8.18. $Z_1 = 3 - 2i$, $Z_2 = 1 + 5i$; |
| 8.19. $Z_1 = -3 + 2i$, $Z_2 = 1 - 3i$; | 8.20. $Z_1 = -3 - 2i$, $Z_2 = 5 - 2i$; |
| 8.21. $Z_1 = 3 + 4i$, $Z_2 = 2 + 3i$; | 8.22. $Z_1 = 3 - 4i$, $Z_2 = -2 + 3i$; |
| 8.23. $Z_1 = -3 + 4i$, $Z_2 = 2 - 3i$; | 8.24. $Z_1 = -3 - 4i$, $Z_2 = 2 + 3i$; |
| 8.25. $Z_1 = 4 + 3i$, $Z_2 = 3 + 5i$; | 8.26. $Z_1 = 3 + 5i$, $Z_2 = 4 - 3i$; |
| 8.27. $Z_1 = 4 - 3i$, $Z_2 = 3 - 5i$; | 8.28. $Z_1 = 3 - 5i$, $Z_2 = 4 + 5i$; |
| 8.29. $Z_1 = -4 + 3i$, $Z_2 = -3 + 5i$; | 8.30. $Z_1 = -4 - 3i$, $Z_2 = 3 + 5i$; |

Задание 2. Применяя формулу Муавра, найти Z^n .

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 8.1. $Z = 1 + i$, $n = 10$ | 8.2. $Z = 1 - i$, $n = 10$ |
| 8.3. $Z = -1 + i$, $n = 14$ | 8.4. $Z = -1 - i$, $n = 16$ |

- 8.5.** $Z = \sqrt{3} + i, n=8$
8.7. $Z = -\sqrt{3} + i, n=12$
8.9. $Z = 1 + \sqrt{3}i, n=8$
8.11. $Z = -1 + \sqrt{3}i, n=12$
8.13. $Z = 3 + 3i, n=16$
8.15. $Z = 3 + 3i, n=10$
8.17. $Z = -3 - 3i, n=14$
8.19. $Z = 2 - 2i, n=8$
8.21. $Z = -2 - 2i, n=12$
8.23. $Z = 4 - 4i, n=16$
8.25. $Z = -4 - 4i, n=20$
8.27. $Z = 5 - 5i, n=10$
8.29. $Z = -5 - 5i, n=14$
- 8.6.** $Z = \sqrt{3} - i, n=10$
8.8. $Z = -\sqrt{3} - i, n=14$
8.10. $Z = 1 - \sqrt{3}i, n=12$
8.12. $Z = -1 - \sqrt{3}i, n=14$
8.14. $Z = 3 - 3i, n=8$
8.16. $Z = -3 + 3i, n=12$
8.18. $Z = 2 + 2i, n=16$
8.20. $Z = -2 + 2i, n=10$
8.22. $Z = 4 + 4i, n=14$
8.24. $Z = -4 + 4i, n=18$
8.26. $Z = 5 + 5i, n=8$
8.28. $Z = -5 + 5i, n=12$
8.30. $Z = -2 + 2i, n=16$

Задание 3. Решить уравнение.

8.1. $Z^4 + 16 = 0$

8.3. $Z^5 + 32 = 0$

8.5. $Z^6 + 1 = 0$

8.7. $Z^5 + 1 = 0$

8.9. $Z^6 + 64 = 0$

8.11. $Z^4 + 81 = 0$

8.13. $243Z^5 + 32 = 0$

8.15. $Z^4 + 4 = 0$

8.17. $16Z^4 + 1 = 0$

8.19. $Z^5 + 243 = 0$

8.21. $32Z^5 + 1 = 0$

8.23. $64Z^6 + 1 = 0$

8.25. $16Z^4 + 81 = 0$

8.27. $81Z^4 + 1 = 0$

8.29. $32Z^5 - 243 = 0$

8.2. $Z^4 - 16 = 0$

8.4. $Z^5 - 32 = 0$

8.6. $Z^6 - 1 = 0$

8.8. $Z^5 - 1 = 0$

8.10. $Z^6 - 64 = 0$

8.12. $Z^4 - 81 = 0$

8.14. $243Z^5 - 32 = 0$

8.16. $Z^4 - 4 = 0$

8.18. $16Z^4 - 1 = 0$

8.20. $Z^5 - 243 = 0$

8.22. $32Z^5 - 1 = 0$

8.24. $64Z^6 - 1 = 0$

8.26. $16Z^4 - 81 = 0$

8.28. $81Z^4 - 16 = 0$

8.30. $32Z^5 + 243 = 0$

□