

АННОТАЦИЯ

дисциплины Б1.Б.15 «Комплексный анализ»

для направления: 01.03.01 Математика

профиль: Преподавание математики и информатики; Математическое моделирование

Объем трудоемкости: 7 зачетных единиц (252 часа, из них – 128,5 ч. контактной работы: лекционных 50 ч., лабораторных 68 ч., 10 ч. КСР, 0,5 ч. ИКР; 87,8 ч. СРС; 35,7 ч. контроля).

Цель дисциплины:

Комплексный анализ – область математического анализа, являющегося частью единой современной математики, предметом изучения которой являются функции одной и нескольких комплексных переменных, свойства которых порождены комплексной структурой их области определения.

В отличие от вещественного анализа, в котором стройная теория развивается лишь для однозначных функций, переход к функциям комплексного переменного позволяет выявить природу многозначности и построить безупречную теорию многозначных функций.

Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного) дает эффективные методы вычисления интегралов и получения асимптотических оценок, новые способы решений дифференциальных уравнений, позволяет изучать специальные векторные поля, встречающиеся в разнообразных приложениях.

Интересные и неожиданные приложения, в частности, в теоретической физике, получила теория функций многих комплексных переменных. Оба направления изучения функций комплексного переменного получили современное название «Комплексный анализ». Отличительной особенностью комплексного анализа является его подлинная комплексность. В нем сочетаются аналитические и геометрические методы, находят новые применения классические подходы и развиваются новые методы, появляются новые приложения. Понятия комплексного анализа служат отправной точкой построения новых абстрактных теорий, объединяющих разные разделы математики и разные прикладные науки.

Главная цель курса – освоение методов исследования функций комплексного переменного и приложений этих методов к решению задач комплексного и вещественного анализа.

Задачи дисциплины:

- обобщить и систематизировать знания о свойствах и особенностях голоморфных (аналитических) функций, их аналитическом продолжении, рядах голоморфных функций, теории интеграла Коши, гармонических функциях, геометрических принципах конформных отображений и возможностях применений этих знаний;
- сформировать навыки построения конформных отображений с помощью элементарных функций и применения принципа симметрии, определения характера особенностей функции, применения теории вычетов к вычислению некоторых типов определенных интегралов.
- научить применять методы комплексного анализа для решения прикладных задач.

Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к базовой части профессионального цикла Б1, являющегося структурным элементом ООП ВО.

Дисциплина читается в 4 и 5-м семестрах. Знания, полученные в этом курсе, используются в математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, теории чисел, методах оптимизации и др.

Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках разделов програм-

мы учебного курса по математическому анализу, которые изучаются 1 – 3 семестрах для направлений подготовки 01.03.01 Математика.

Требования к уровню освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОПК-1, ОПК-3, ПК-2, ПК-3.

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1	Готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	основные понятия и теоремы комплексного анализа и способы их применения в других областях знаний	<ul style="list-style-type: none"> • производить арифметические операции над комплексными числами, используя различные формы представления комплексных чисел, их геометрическую интерпретацию; • определять разными способами дифференцируемость в смысле комплексного анализа и голоморфность (аналитичность) комплекснозначных функций двух вещественных переменных; • вычислять значения в точке элементарных функций комплексного переменного; • определять конформность в точке отображения, осуществляемого голоморфной функцией, и применять знания о геометрическом смысле модуля и аргумента производной; • решать задачи комплексного анализа, а также применять знания комплексного анализа при решении задач других дисциплин. 	навыками практического использования методов и результатов комплексного анализа при решении различных задач.
2.	ПК-2	способностью математически корректно	• Различные формы представления комплексных чи-	• использовать аналитическое представление и геометрические свойства	навыками корректной и

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		<p>ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p>	<p>сел, определения и свойства операций над ними, их геометрическую интерпретацию, основные понятия топологии комплексной плоскости.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Эквивалентные определения понятия голоморфности функции комплексного переменного. • Понятие конформного отображения, геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. • Определения и геометрические свойства элементарных функций комплексного переменного. • Интегральную теорему Коши для односвязной и многосвязной области, интегральную формулу Коши. • Определение и свойства интеграла типа Коши. • Свойства степенных рядов и равномерно сходящихся рядов голоморфных функций. • Внутреннюю теорему единственности и принцип максимума модуля для голоморфных 	<p>отображений, осуществляемых элементарными функциями комплексного переменного, для построения конформных отображений и отыскания образа области при заданном конформном отображении;</p> <ul style="list-style-type: none"> • осуществлять элементарные геометрические преобразования на плоскости с использованием дробно-линейных отображений; • вычислять криволинейные интегралы от функций комплексного переменного; • восстанавливать голоморфную функцию по ее вещественной или мнимой части; • находить коэффициенты разложения в ряд Тэйлора голоморфных функций и радиус сходимости степенного ряда; • находить коэффициенты разложения в ряд Лорана функций, голоморфных в кольце, и, в частности, в окрестности изолированной особой точки (м.б. бесконечно удаленной); • использовать приемы разложения в ряд Лорана голоморфных функций для разложения в ряд Фурье функций вещественного переменного; • определять разными способами характер изолированной особой точки голоморфной функции, определять порядок нуля и порядок полюса; • разными методами вычислять вычеты голоморфных функций в изолированных особых точках; 	<p>адекватной постановки задач используя методы комплексного анализа</p>

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			<p>функций.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Разные способы классификации изолированных особых точек голоморфных функций. • Характер поведения функции в окрестности существенно особой точки (теорему Сохоцкого – Вейерштрасса). • Понятие вычета и способы применения вычетов для вычисления криволинейных и несобственных интегралов. • Принцип аргумента и теорему Руше. • Понятие аналитического продолжения по цепи областей и вдоль кривой, понятие полной аналитической функции и ветви аналитической функции, понятие римановой поверхности полной аналитической функции. • Теорема о монодромии. • Принцип симметрии Римана – Шварца. • Геометрические принципы конформных отображений (принцип сохранения области, принцип вза- 	<ul style="list-style-type: none"> • находить значения криволинейных интегралов с помощью вычетов; • вычислять некоторые типы определенных (в том числе несобственных) интегралов с помощью вычетов; • применять принцип аргумента и теорему Руше для определения соотношения между нулями и полюсами функции в области; • применять принцип симметрии для построения конформных отображений; • определять однозначные ветви многозначной функции и строить риманову поверхность многозначной функции. • применять конформные отображения для решения задачи Дирихле. 	

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			имно-однозначного соответствия, теорема Римана, принцип граничного соответствия). • Понятие гармонической функции, свойства гармонических функций, интегралы Пуассона и Шварца, применение конформных отображений для решения задачи Дирихле.		
3.	ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства	доказывать утверждения комплексного анализа; формулировать следствия этих утверждений; решать задачи математического анализа	методами доказательства утверждений
4.	ОПК-3	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе	формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства	доказывать утверждения комплексного анализа; формулировать следствия этих утверждений; решать задачи математического анализа	методами доказательства утверждений

Основные разделы дисциплины:

Разделы дисциплины, изучаемые в IV семестре:

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		СР
			Л	Лаб	
1	2	3	4	5	6
1	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости.	34	6	10	18
2	Комплексная дифференцируемость. Голоморфные функции и конформные отобра-	31	8	8	15

	жения				
3	Теория интеграла Коши	47	10	12	25
4	Степенные ряды и ряды голоморфных функций	23,8	8	2	13,8
Итого:			32	32	71,8

Разделы дисциплины, изучаемые в V семестре:

№ раз-дела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		СР
			Л	Лаб	
1	2	3	4	5	6
1	Ряды Лорана. Изолированные особые точки голоморфных функций.	12	4	8	-
2	Теория вычетов	38	6	18	14
3	Аналитическое продолжение	6	4	2	-
4	Геометрические принципы конформных отображений	14	4	8	2
Итого:			18	36	16

Курсовые работы (проекты): не предусмотрены.

Форма проведения аттестации по дисциплине: зачет в 4 семестре, экзамен в 5 семестре.

Основная литература:

1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009, 432 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322)
2. Шабунин М.И., Половинкин Е.С., Карлов М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. 365 с. (см. https://e.lanbook.com/book/70732#book_name)

Автор РПД доцент, канд. физ.-мат. наук

Н.Н. Мавроди