

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

подпись

«26» мая 2023 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.22 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И  
ТОПОЛОГИЯ**

Специальность 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Направленность (профиль) Фундаментальная математика и ее приложения

Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг

Форма обучения очная

Квалификация Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2023

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Программу составил:

О.К. Тен, доцент кафедры функционального анализа и алгебры, канд. физ.-мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» утверждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры  
протокол № 8 «18» апреля 2023 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю. 

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры  
протокол № 8 «18» апреля 2023 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю. 

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук  
протокол № 3 «20» апреля 2023 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П. 

Рецензенты:

Кирий К.А., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной математики  
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»

Павлова А.В., доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры математического моделирования  
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).

**1.1 Цель освоения дисциплины** – формирование у студентов базовых знаний по дифференциальной геометрии и топологии, обеспечении подготовки студентов в области анализа геометрических и топологических объектов.

**1.2 Задачи дисциплины**– получение основных теоретических сведений, развитие познавательной деятельности и приобретение практических навыков работы с понятиями по следующим разделам дифференциальной геометрии и топологии: теория кривых на плоскости и в пространстве, теория поверхностей в пространстве, внутренняя геометрия поверхности, неевклидова геометрия в полуплоскости Лобачевского, дифференциальное исчисление на поверхностях, топологические пространства и подпространства, непрерывные отображения топологических пространств и гомеоморфизмы, основные топологические конструкции (база топологического пространства, произведение топологических пространств, фактортопология и факторпространства), компактные топологические пространства, связность и линейная связность топологических пространств, топологические и гладкие многообразия, понятие о римановой геометрии.

При освоении дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач по дифференциальной геометрии и топологии.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Дисциплина Б1.О.22 «Дифференциальная геометрия и топология» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Для освоения дисциплины студенты должны владеть знаниями по математическому анализу, аналитической геометрии и алгебре в рамках программы первого курса. Знания, полученные по данной дисциплине, используются в математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальных уравнениях, методах оптимизации и др.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных и профессиональных компетенций ОПК-1, ПК-1.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1.</b> Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	
ИОПК-1.1. Знает актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	ИОПК-1.1. 3-1. Знает основные факты и идеи курса дифференциальной геометрии и топологии, формулировки утверждений, методы их доказательства
	ИОПК-1.1.У-1.Умеет связывать идеи дифференциальной геометрии и топологии с конкретными проблемами фундаментальной математики
	ИОПК-1.1.В-1. Владеет навыками решения типовых практических заданий курса дифференциальной геометрии и топологии

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ИОПК-1.2. Осуществляет выбор методов решения задач фундаментальной математики	ИОПК-1.2. З-1. Знает связи между основными понятиями и результатами дифференциальной геометрии и топологии, свойства математических объектов в этой области
	ИОПК-1.2. У-1. Умеет применять теоретические знания при выборе методов решения задач фундаментальной математики
	ИОПК-1.2.В-1. Владеет методами геометрико-топологического анализа задач фундаментальной математики
ИОПК-1.3. Владеет навыками формализации актуальных задач фундаментальной математики и применения подходящих методов их решения	ИОПК-1.3. З-1. Знает возможные сферы приложений математических понятий и идей дифференциальной геометрии и топологии
	ИОПК-1.3. У-1. Умеет находить основные закономерности геометрико-топологического характера в задачах фундаментальной математики
	ИОПК-1.3. В-1. Владеет навыками геометрико-топологической формализации задач фундаментальной математики
<b>ПК-1.</b> Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	
ИПК-1.1. Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	ИПК-1.1. З-1. Знает основные понятия, идеи и методы курса дифференциальной геометрии и топологии для решения базовых задач геометрии и топологии
	ИПК-1.1. У-1. Умеет устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач по дифференциальной геометрии и топологии
	ИПК-1.1. В-1. Владеет методами и идеями дифференциальной геометрии и топологии для решения базовых задач
ИПК-1.2. Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	ИПК-1.2. З-1. Знает значение и место геометрико-топологических методов в теоретических и прикладных математических исследованиях
	ИПК-1.2. У-1. Умеет выделять геометрико-топологические свойства результатов теоретических и прикладных исследований
	ИПК-1.2. В-1. Владеет навыками интерпретации результатов проведенных теоретических и прикладных исследований с точки зрения дифференциальной геометрии и топологии
ИПК-1.3. Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	ИПК-1.3. З-1. Знает геометрико-топологические методы решения стандартных задач фундаментальной и прикладной математики
	ИПК-1.3. У-1. Умеет решать стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики с привлечением методов дифференциальной геометрии и топологии
	ИПК-1.3. В-1. Владеет навыками решения стандартных задач фундаментальной и прикладной математики с привлечением методов дифференциальной геометрии и топологии
ИПК-1.4. Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	ИПК-1.4. З-1. Знает методы решения задач по дифференциальной геометрии и топологии, возникающих при проведении научных и прикладных исследований
	ИПК-1.4. У-1. Умеет выстраивать и реализовывать план проведения научно-прикладных исследований, связанных с решением заданий по дифференциальной геометрии и топологии

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
	ИПК-1.4. В-1. Владеет навыками описания алгоритмов решения геометрико-топологических задач

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 7 зач.ед. (252 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)				
		4	5			
<b>Контактная работа, в том числе:</b>						
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>100</b>	<b>48</b>	<b>52</b>			
Занятия лекционного типа	34	16	18	-	-	
Лабораторные занятия	66	32	34	-	-	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-	-	-	
<b>Иная контактная работа:</b>						
Контроль самостоятельной работы (КСР)	12	6	6			
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,2	0,3			
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>103,8</b>	<b>53,8</b>	<b>50</b>			
Проработка учебного (теоретического) материала	44	19	25	-	-	
Выполнение домашних заданий	44	19	25	-	-	
Подготовка к текущему контролю	15,8	15,8	-	-	-	
<b>Контроль:</b>						
Подготовка к экзамену	35,7	-	35,7			
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>252</b>	<b>108</b>	<b>144</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>112,5</b>	<b>54,2</b>	<b>58,3</b>		
	<b>зач. ед</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>4</b>		

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Всего	Количество часов			
			Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1	Элементы топологии		7	-	15	19
2	Кривые на плоскости и в пространстве		7	-	15	20
3	Поверхности в пространстве		2	-	2	14,8
	<b>Итого по дисциплине:</b>		<b>16</b>	<b>-</b>	<b>32</b>	<b>53,8</b>

--	--	--	--	--	--	--

Разделы дисциплины, изучаемые в 5 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1	Поверхности в пространстве		7	-	17	20
2	Внутренняя геометрия поверхности		7	-	9	20
3	Топологические и гладкие многообразия. Дифференциальное исчисление на поверхностях		2	-	4	7
4	Элементы римановой геометрии		2	-	4	3
	<b>Итого по дисциплине:</b>		<b>18</b>	<b>-</b>	<b>34</b>	<b>50</b>

**2.3 Содержание разделов дисциплины:**

**2.3.1 Занятия лекционного типа.**

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Элементы топологии	Общие сведения из общей топологии: топологическое пространство, метрическое пространство, непрерывное отображение, гомеоморфизмы, компактность, связность. Теоремы о непрерывных отображениях компактных пространств. Основные топологические конструкции: индуцированная топология и топологические подпространства, база топологии, произведение топологических пространств, фактортопология и факторпространства.	Тестирование
2.	Кривые на плоскости и в пространстве	Кривые, способы задания. Кривизна плоских кривых, пространственные кривые, натуральная параметризация, кривизна и кручение пространственных кривых. Репер Френе, формулы Френе, натуральное уравнение кривой. Эволюта и эвольвента плоской кривой.	Тестирование
3.	Поверхности в пространстве	Поверхности, способы задания поверхностей. Локальные координаты на поверхности. Касательная плоскость, первая квадратичная форма поверхности, площадь поверхности. Кривизна кривых на поверхности, вторая	Тестирование

		квадратичная форма и ее свойства. Инварианты пары квадратичных форм; средняя и гауссова кривизна поверхности.	
4.	Внутренняя геометрия поверхности	Деривационные формулы, символы Кристоффеля поверхности. Формулы Гаусса, Петерсона-Кодацци. Теорема Гаусса об инвариантности полной кривизны. Теорема Бине. Геодезическая кривизна, геодезические и их свойства. Полугеодезические координаты. Экстремальное свойство геодезических. Поверхности постоянной кривизны. Элементы неевклидовой геометрии на псевдосфере и полуплоскости Лобачевского.	Тестирование
5.	Дифференциальное исчисление на поверхностях	Векторные поля на поверхности. Операция ковариантного дифференцирования векторных полей. Параллельное перенесение векторов. Теорема Гаусса-Бонне.	Тестирование
6.	Топологические и гладкие многообразия.	Определение топологического многообразия. Описание двумерных замкнутых многообразий. Определение гладкого многообразия. Дифференциальные структуры и дифференцируемые функции на гладком многообразии. Задание многообразий уравнениями. Теорема Уитни. Понятие о римановой геометрии.	Тестирование

**2.3.2 Занятия семинарского типа – не предусмотрены.**

**2.3.3 Лабораторные занятия.**

№	Наименование раздела	Тематика лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Элементы топологии	Топологические пространства и подпространства. Внутренность и замыкание. Непрерывные отображения, гомеоморфизмы. Компактность, связность. База топологии, произведение топологических пространств, фактортопология и факторпространства.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
2.	Кривые на плоскости и в пространстве	Задачи на составление уравнений кривых. Натуральная параметризация, кривизна и кручение кривых. Репер	Проверка домашнего задания,

		Френе, формулы Френе, натуральное уравнение кривой. Эволюта и эвольвента плоской кривой.	контрольная работа
3.	Поверхности в пространстве	Задачи на составление уравнений поверхностей. Касательные пространства и касательные плоскости поверхности. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения. Кривизна кривых на поверхности, вторая квадратичная форма и ее приложения. Средняя и гауссова кривизна поверхности.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
4.	Внутренняя геометрия поверхности	Символы Кристоффеля поверхности. Формулы Гаусса, Петерсона-Кодацци. Полная кривизна. Геодезическая кривизна, геодезические и их свойства.	Проверка домашнего задания
5.	Дифференциальное исчисление на поверхностях	Векторные поля на поверхности. Операция ковариантного дифференцирования векторных полей. Параллельное перенесение векторов. Теорема Гаусса-Бонне.	Проверка домашнего задания
6.	Топологические и гладкие многообразия.	Топологические многообразия. Дифференциальные структуры и дифференцируемые функции на гладком многообразии.	Проверка домашнего задания

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы - не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид самостоятельной работы	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Подготовка к текущему контролю	1. Методические указания для подготовки к занятиям лекционного и семинарского типа. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г. 2. Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

		<p>наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p> <p>3. Методические указания по использованию интерактивных методов обучения. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5т от 05 мая 2022 г.</p> <p>4. Методические указания по подготовке эссе, рефератов, курсовых работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5т от 05 мая 2022 г.</p>
2.	Выполнение лабораторных работ и расчетно-графических заданий	<p>1. Методические указания по выполнению лабораторных работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p> <p>2. Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p>
4.	Подготовка и оформление отчетов по практике	Методические указания по подготовке и оформлению отчета по практике. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
5.	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы	Методические указания по выполнению и защите выпускной квалификационной работы (бакалавриат, магистратура, специалитет). Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

### **3. Образовательные технологии.**

При изучении данного курса используются традиционные лекции и лабораторные занятия.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и итоговая аттестация (зачет, экзамен).

##### 4.1 Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-1.1. Знает актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	<p>ИОПК-1.1. З-1. Знает основные факты и идеи курса дифференциальной геометрии и топологии, формулировки утверждений, методы их доказательства</p> <p>ИОПК-1.1.У-1. Умеет связывать идеи дифференциальной геометрии и топологии с конкретными проблемами фундаментальной математики</p> <p>ИОПК-1.1.В-1. Владеет навыками решения типовых практических заданий курса дифференциальной геометрии и топологии</p>	Выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях. Контрольные и самостоятельные работы	Зачетные задачи в 3 семестре. Вопросы на экзамене в 4-м семестре.
2	ИОПК -1.2. Осуществляет выбор методов решения задач фундаментальной математики	<p>ИОПК-1.2. З-1. Знает связи между основными понятиями и результатами дифференциальной геометрии и топологии, свойства математических объектов в этой области</p> <p>ИОПК-1.2. У-1. Умеет применять теоретические знания при выборе методов решения задач фундаментальной математики</p> <p>ИОПК-1.2.В-1. Владеет методами геометрико-топологического анализа задач фундаментальной математики</p>	Выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях. Контрольные и самостоятельные работы	Зачетные задачи в 3 семестре. Вопросы на экзамене в 4-м семестре.

3	<p>ИОПК-1.3 Владеет навыками формализации актуальных задач фундаментальной математики и применения подходящих методов их решения</p>	<p>ИОПК-1.3. З-1. Знает возможные сферы приложений математических понятий и идей дифференциальной геометрии и топологии  ИОПК-1.3. У-1. Умеет находить основные закономерности геометрико-топологического характера в задачах фундаментальной математики  ИОПК-1.3. В-1. Владеет навыками геометрико-топологической формализации задач фундаментальной математики</p>	<p>Выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях.  Контрольные и самостоятельные работы</p>	<p>Зачетные задачи в 3 семестре.  Вопросы на экзамене в 4-м семестре.</p>
4	<p>ИПК-1.1. Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач</p>	<p>ИПК-1.1. З-1. Знает основные понятия, идеи и методы курса дифференциальной геометрии и топологии для решения базовых задач геометрии и топологии  ИПК-1.1. У-1. Умеет устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач по дифференциальной геометрии и топологии  ИПК-1.1. В-1. Владеет методами и идеями дифференциальной геометрии и топологии для решения базовых задач</p>	<p>Выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях.  Контрольные и самостоятельные работы</p>	<p>Зачетные задачи в 3 семестре.  Вопросы на экзамене в 4-м семестре.</p>
5	<p>ИПК-1.2. Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области</p>	<p>ИПК-1.2. З-1. Знает значение и место геометрико-топологических методов в теоретических и прикладных математических исследованиях  ИПК-1.2. У-1. Умеет выделять геометрико-топологические свойства результатов теоретических и прикладных исследований  ИПК-1.2. В-1. Владеет навыками интерпретации результатов проведенных теоретических и</p>	<p>Выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях.  Контрольные и самостоятельные работы</p>	<p>Зачетные задачи в 3 семестре.  Вопросы на экзамене в 4-м семестре.</p>

		прикладных исследований с точки зрения дифференциальной геометрии и топологии		
6	ИПК-1.3. Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	ИПК-1.3. З-1. Знает геометрико-топологические методы решения стандартных задач фундаментальной и прикладной математики ИПК-1.3. У-1. Умеет решать стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики с привлечением методов дифференциальной геометрии и топологии ИПК-1.3. В-1. Владеет навыками решения стандартных задач фундаментальной и прикладной математики с привлечением методов дифференциальной геометрии и топологии	Выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях. Контрольные и самостоятельные работы	Зачетные задачи в 3 семестре. Вопросы на экзамене в 4-м семестре.
7	ИПК-1.4. Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	ИПК-1.4. З-1. Знает методы решения задач по дифференциальной геометрии и топологии, возникающих при проведении научных и прикладных исследований ИПК-1.4. У-1. Умеет выстраивать и реализовывать план проведения научно-прикладных исследований, связанных с решением заданий по дифференциальной геометрии и топологии ИПК-1.4. В-1. Владеет навыками описания алгоритмов решения геометрико-топологических задач	Выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях. Контрольные и самостоятельные работы	Зачетные задачи в 3 семестре. Вопросы на экзамене в 4-м семестре.

## 4.2 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

### Типы заданий для контрольных работ

#### Контрольная работа № 1.

1. Составить уравнение кривой, касательной и нормали кривой.
2. Найти длину дуги кривой и натуральную параметризацию кривой.

3. Найти кривизну и кручение кривой.
4. Найти репер Френе и составить уравнения касательной, главной нормали, бинормали, соприкасающейся, нормальной и спрямляющей плоскостей кривой.
5. Использование формул Френе для нахождения различных соотношений на кривизну, кручение и векторы репера Френе.

### **Контрольная работа № 2.**

1. Составить уравнение поверхности, касательной плоскости и нормали поверхности.
2. Найти длину дуги кривой на поверхности, угол между кривыми на поверхности, найти площадь области поверхности.
3. Найти нормальную кривизну кривой на поверхности.
4. Найти главные кривизны, главные направления, полную и среднюю кривизны в точке поверхности.

### **Контрольная работа № 3.**

1. Вычисление символов Кристоффеля поверхности.
2. Нахождение полной кривизны поверхности с римановой метрикой.
3. Нахождение геодезической кривизны кривой на поверхности.
4. Нахождение геодезических на поверхности.
5. Нахождение угла поворота касательного вектора при параллельном переносе по замкнутому контуру на поверхности.
6. Использование формулы Гаусса-Бонне.

### **Контрольная работа № 4.**

1. Проверить, задает ли система подмножеств топологию на множестве, найти примеры открытых, но не замкнутых, замкнутых, но не открытых множеств топологического пространства.
2. Найти внутренность, замыкание и границу множества.
3. Проверить является ли отображение непрерывным, открытым, замкнутым отображением, гомеоморфизмом.
4. Дать описание топологии подпространства, факторпространства, топологии, заданной базой.

5. Проверить топологическое пространство на компактность, связность,

#### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.**

##### **Примерное задание к зачету**

###### **Задание № 1**

1. Кривизна и кручение кривой.
2. Составить уравнения касательной, главной нормали и бинормали кривой
3. Нормальная кривизна кривой на поверхности.

###### **Задание № 2**

1. Найти символы Кристоффеля и полную кривизну на поверхности с заданной первой квадратичной формой.
2. Непрерывные отображения. Свойства непрерывных отображений.
3. База топологии. Критерий базы топологии.

##### **Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Топологические пространства, открытые и замкнутые множества. Топология метрических пространств.
2. Внутренние точки и точки прикосновения. Замыкание, внутренность и граница множества.
3. Индуцированная топология. Топологические подпространства.
4. Непрерывные отображения. Свойства непрерывных отображений.
5. Гомеоморфизмы топологических пространств.
6. Компактные пространства и множества
7. Теоремы о непрерывных функциях на компактных пространствах.
8. Компактные подмножества в хаусдорфовом пространстве. Критерий компактности в  $\mathbf{R}^n$ .
9. Связность, линейная связность пространств и множеств. Основные свойства связных и линейно связных множеств.
10. Теорема о линейной связности открытого связного подмножества в  $\mathbf{R}^n$ .
11. Аксиомы отделимости. Нормальные пространства. Лемма Урысона, теорема Титце-Урысона.
12. Фактортопология, факторпространства. Классические топологические пространства.

- 13.База топологии. Критерий базы топологии.
- 14.Произведение топологических пространств.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

1. Непрерывные, гладкие, регулярные и бирегулярные кривые. Локальное свойство регулярной кривой.
2. Неявное задание кривых на плоскости и в пространстве. Достаточное условие регулярности кривой, заданной в неявном виде.
3. Эквивалентные параметризации. Определение и свойства натуральной параметризации кривой.
4. Кривизна и кручение кривой: определение, геометрический смысл, свойства. Теорема о задании кривой кривизной и кручением (б/д).
5. Репер и формулы Френе. Формулы для вычисления кривизны и кручения.
6. Определение и способы задания поверхностей в  $\mathbf{R}^3$ . Локальное свойство регулярной поверхности. Достаточное условие регулярности поверхности, заданной в неявном виде.
7. Касательная плоскость, касательное пространство поверхности в  $\mathbf{R}^3$ . Координаты касательного вектора относительно локальной системы координат.
8. Первая квадратичная форма поверхности. Приложения метрического тензора для вычисления длины кривой, угла между кривыми и площади.
9. Изометрические и конформные отображения поверхностей. Примеры наложимых поверхностей. Стереографическая проекция.
- 10.Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна кривой. Теорема Менье.
- 11.Индикатрисса Дюпена. Главные направления и кривизны. Теорема Эйлера о нормальной кривизне кривой.
- 12.Формулы для вычисления главных направлений и главных кривизн поверхности.
- 13.Физический смысл и свойства средней кривизны. Минимальные поверхности.
- 14.Сферическое отображение. Геометрическая интерпретация полной кривизны.
- 15.Деривационные формулы поверхности. Символы Кристоффеля.
- 16.Формулы Гаусса, Петерсона-Кодацци. Теорема Гаусса об инвариантности полной кривизны.
- 17.Геодезическая кривизна кривой. Формула и геометрические свойства. Развертывание кривой на плоскость.

18. Геодезические на поверхности: определение, свойства, уравнения, примеры, существование и единственность. Течение геодезических на поверхностях вращения.
19. Полугеодезические координаты. Экстремальное свойство геодезических.
20. Поверхности постоянной кривизны: наложимость, сумма углов геодезического треугольника. Неевклидова геометрия на псевдосфере.
21. Векторные поля на поверхности. Операция ковариантного дифференцирования.
22. Параллельное перенесение векторов. Теорема Гаусса-Бонне.
23. Топологические многообразия. Классификация замкнутых двумерных многообразий. Род и эйлерова характеристика.
24. Гладкие многообразия. Дифференциальные структуры и дифференцируемые функции на гладком многообразии.
25. Множество решений системы уравнений как гладкое многообразие. Теорема Уитни.
26. Касательное пространство многообразия. Понятие о римановых многообразиях.

### Примерные билеты к экзамену

#### Билет № 1

1. Кривизна и кручение кривой.
2. Непрерывные отображения. Свойства непрерывных отображений.
3. Задача. Составить уравнения касательной, главной нормали и бинормали кривой

#### Билет № 2

1. Нормальная кривизна кривой на поверхности.
2. База топологии. Критерий базы топологии.
3. Задача. Найти внутренность, замыкание и границу множества в топологическом пространстве.

### 4.3 Критерии оценивания результатов обучения

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания по экзамену</i>
<i>Высокий уровень «5» (отлично)</i>	Оценка <b>«отлично»</b> выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач.
<i>Средний уровень «4» (хорошо)</i>	Оценка <b>«хорошо»</b> выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет

	применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.
<i>Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)</i>	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.
<i>Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)</i>	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

#### **Критерии оценивания по зачету:**

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, умеет решать стандартные задачи курса, допускает незначительные ошибки; студент умеет правильно объяснять теоретический и практический материал, иллюстрируя его примерами.

«не зачтено»: материал курса не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется решать стандартные задачи, привести примеры по материалу курса, имеет большое (более 60 % занятий) пропусков, написал контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).**

### **5.1 Основная литература:**

1. Сизый С.В. Лекции по дифференциальной геометрии. М., Физматлит. 2007. [https://e.lanbook.com/book/2320#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/2320#book_name)
2. Игнатьев Ю. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей в евклидовом пространстве. Казань. 2013. [http://biblioclub.ru/index.php?page=search\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=search_red)
3. Розендорн Э.Р. Задачи по дифференциальной геометрии. М., Физматлит. 2008. [https://e.lanbook.com/book/2295#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/2295#book_name)

### **Дополнительная литература:**

1. Виро О.Я., Иванов О.А., Нецветаев Н.Ю., Харламов В.М. Элементарная топология. М., МЦНМО. 2010. [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=64196&sr=1](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=64196&sr=1)
2. Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология. Основные конструкции. М., Физматлит. 2006. [https://e.lanbook.com/book/48179#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/48179#book_name)

### **5.2. Периодическая литература**

1. Журнал "Вестник Московского университета. Серия 01. Математика. Механика" - Издательство Московского университета. – ISSN 0579-9368. - <https://dlib.eastview.com/browse/publication/9045>

2. Журнал "Известия высших учебных заведений. Математика" ISSN 0021-3446 (Print), ISSN 2076-4626 (Online) . - Учредитель и издатель: Казанский (Приволжский) федеральный университет. - <https://dlib.eastview.com/browse/publication/7087>

### **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

#### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

#### **Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prlib.ru/>

9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

#### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

#### **Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy_i_otvety)

#### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы**

##### **КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru/>;
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

## **6 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, к контрольным работам, к зачету и к экзамену. Такой вид СРС контролируется в ходе проверки контрольных работ, зачета и экзамена.

### **Виды самостоятельной работы**

Обязательными при изучении дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- самостоятельное решение задач по темам практических занятий;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к коллоквиумам;
- подготовка к зачетам;
- подготовка к экзаменам.

#### **6.1. Методические указания к самостоятельному изучению студентами теоретического материала**

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы зачета и экзамен студентам достаточно использовать материал лекций или основные источники литературы из пункта 5. Также, для расширения и углубления понимания изучаемого материала пользоваться дополнительной литературой, и, возможно, сведениями интернет-сайтов. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

#### **6.2. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению заданий по темам лабораторных занятий**

Для выполнения домашнего практического задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме лабораторного занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретический материал, в краткой форме имеющийся в сборниках задач. Если студент не смог понять приведенный в указанных задачниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы самостоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может получить консультацию преподавателя.

#### **6.3. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению контрольных работ**

Для подготовки к контрольной работе необходимо выполнять задания в ходе практических занятий, а также домашние задания. В процессе самоподготовки студенту желательно ознакомиться с разбором опорных по рассматриваемым темам задач, имеющихся в сборниках задач из пункта 5.1.

#### **6.4. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к коллоквиумам**

В каждом семестре проводится коллоквиум в целях закрепления студентами знаний теоретического материала. Коллоквиум может проводиться в устной и в письменной форме. Положительный ответ студента может быть учтен при сдаче экзаменов.

#### **6.5. Методические рекомендации для самостоятельной подготовки студентов к зачету**

В конце третьего семестра формой итогового контроля знаний студентов по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» является зачет. Для подготовки к зачету студентам необходимо выполнить текущие семестровые контрольные работы и разбирать теоретический материал. Требования для выставления студенту зачета приведены в пункте 4.4.

#### **6.6. Методические рекомендации для самостоятельной подготовки студентов к экзамену**

В конце четвертого семестра формой итогового контроля знаний студентов по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» является экзамен. Для подготовки к экзамену студентам необходимо выполнить текущие семестровые контрольные работы и разбирать теоретический материал. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов – двух теоретических и одного практического. При выставлении оценки может учитываться успеваемость студента в течение семестра: активность на лекционных и практических занятиях, качество выполняемых в течение семестра домашних практических заданий, ответы на коллоквиумах, оценки за контрольные работы. Критерии оценок ответов на экзамене приведены в пункте 4.4.

В освоении дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

### **7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине**

По всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины используются аудитории, кабинеты и лаборатории, оснащенные необходимым специализированным и лабораторным оборудованием.

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа (ауд.302Н, ауд.303Н, ауд.308Н, ауд.505А, ауд.507А)	Мебель: учебная мебель. Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер. Средства обучения: доска, маркеры и мел.	Microsoft Office; Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»)

Учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций (кабинет 314Н).	Мебель: учебная мебель Средства обучения: доска, маркеры и мел.	
Учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации (ауд.302Н, ауд.303Н, ауд.308Н, ауд.505А, ауд.507А)	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер. Средства обучения: доска, маркеры и мел.	Microsoft Office; Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»)
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий (ауд.310Н, ауд.312Н, ауд.314Н)	Мебель: учебная мебель Средства обучения: доска, маркеры и мел.	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещения для самостоятельной работы обучающихся (ауд.309Н, ауд.320Н)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	